*Հ*SԴ 621.01

ՄԵՔԵՆԱՇԻՆՈՒԹՅՈՒՆ

Ռ.Պ. ՋԱՎԱԽՅԱՆ, Հ.Ս. ԱՐՉՈՒՄԱՆՅԱՆ

ՕՔՍԻԳԵՆԱՏՈՐԻ ԱՉԴԵՑՈՒԹՅԱՆ ՀԱՇՎԱՌՄԱՄԲ ԱՐՅԱՆ ՀՈՍՔԻ ԾԱՎԱԼԱՅԻՆ ԱՐԱԳՈՒԹՅԱՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿՈՐԵՆ ՆԵՐԿԱՅԱՑՈՒՄԸ

Մաթեմատիկորեն ներկայացվում են արյան հոսքի ծավալային արագության վրա արյան արհեստական շրջանառության (ԱԱՇ) սարքում օգտագործվող մեմբրանային օքսիգենատորի ազդեցության փորձարարական տվյալների մշակման արդյունքները։ Սահմանվում են ԱԱՇ պոմպով մղվող արյան ստուգանմուշային հոսքի ծավալային արագության՝ ժամանակից կախման պարամետրերը և հավասարումը, որոնք անհրաժեշտ են ԱԱՇ պոմպի նախագծման համար։

Առանցքային բառեր. արյան արհեստական շրջանառություն, պոմպ, մեմբրանային օքսիգենատոր, արյան հոսքի ծավալային արագություն, ձևափոխիչ ֆունկցիա, կոռելյացիա, բազմանդամ։

Վերջին տարիներին սրտի վիրահատությունները գործնականում կատարվում են արյան արհեստական շրջանառության (ԱԱՇ) մեթոդի կիրառմամբ։ Այդ պատձառով խիստ կարևոր է ժամանակակից պահանջները բավարարող ԱԱՇ ապահովող սարքերի նախագծումը՝ մասնավորապես արյան *ընդհատուն հոսք* և **ֆիզիոլոգիականին մոտ** *օրենքով փոփոխվող* արյան հոսքի ծավալային արագություն (ԱՀԾԱ) ապահովող ԱԱՇ պոմպի նախագծումը։ Վերջինս իրագործելու համար խիստ կարևոր է առկա գործնական և հետազոտական-փորձարարական տվյալների հիման վրա **պոմպ –** *օքսիգենատոր – հիվանդ – պոմպ* փակ շղթայի մաթեմատիկական մոդելի մշակումը՝ մասնավորապես ներկայումս լայն կիրառում գտած մեմբրանային օքսիգենատորի՝ ԱՀԾԱ-ի վրա ունեցած ազդեցության և հիվանդի անոթային համակարգ մղվող ԱՀԾԱ-ի միջինացված ստուգանմուշային կորի [1] մաթեմատիկական ներկայացումը։

Oգտվենք օքսիգենատորի մուտքում (V) և ելքում (V^*) ԱՀԾԱ-ների փորձարարական հայտնի տվյալներից [2]։ Հետագա հաշվարկների հարմարության և տարբեր հիվանդների համար պահանջվող $V^*(t)$ կորերի նույնականացման համար օգտվենք չափողականություն չունեցող

$$v_i = \frac{V_i}{V_m}$$
 u $v_i^* = \frac{V_i^*}{V_m}$ $(i = 1...40)$ (1)

հարաբերական արագություններից, որոնցում V_m -ը օքսիգենատորի մուտքում և ելքում արյան հոսքի ծավալային միջին արագությունն է, որը T_g տևողությամբ մեկ ցիկլի ընթացքում մղած արյան Q հայտնի ծավալի միջոցով որոշվում է հետևյալ բանաձևով.

$$V_{\rm m} = Q/T_{\rm g} = \int_{0}^{T_{\rm g}} V(t) dt / T_{\rm g}$$
:

Նկ. 1-ում բերված են օքսիգենատորի մուտքում (V) և ելքում (V^*) արյան հոսքի ծավալային արագություններից (1) բանաձևերով ստացված հարաբերական $v_i(T_i)$ և $v_i^*(T_i)$ (i = 1...40) արագությունների և "սփլայն-ֆունկցիայի" օգնությամբ ստացված [3, 4] համապատասխան միջարկումային կորերը։



Undund opuhqtumnn úndun v U2OU-h l opuhqtumnnhg nnin thun ni hhdmunh munfulh hmumhuhun úndun v U2OU-h l opuhqtumnnhg nnin thuhunh munfulhu hmumhuhun (unnu) úndun v U2OU-h úhru v = $F(v^*)$ whuh filighnum ummumulu in hmum, hmumh multin (v_i, v_i^*) (i = 1...40) undundum ummuhu wiliter (v_i , v_i^*) (i = 1...40) undundum ummuhu wiliter (v_i , v_i^*) (i = 1...40) undundum umuhu wiliter (v_i , v_i^*) (i = 1...40) undundum umuhu wiliter (v_i , v_i^*) (i = 1...40) undundum undundum umuhu wiliter (v_i , v_i^*) (i = 1...40) undundum undundum umuhu wiliter (v_i , v_i^*) (i = 1...40) undulu undundum undundum undum undundum undum undu

Այդ նպատակով $X = v^*$ և Y = v նշանակումներով դիտարկենք $\psi(Y) = a \cdot \phi(X) + b$ (2)

տիպի ոչ գծային կախումը, ուրa-ն և b-ն հաստատուններ են, իսկ $\psi(Y)$ -ը և $\phi(X)$ -ը՝ ձևափոխիչ մոնոտոն ֆունկցիաներ, որոնցով կատարվում է (X, Y)

փորձարարական տվյալների այնպիսի ձևափոխում, որը հանգեցնում է $\psi(\phi)$ գծային կապի։

Նշանակելով $X_i^* = \phi(X_i), Y_i^* = \phi(Y_i)$ (i = 1...40) և որպես ձևափոխիչ ֆունկցիաներ դիտարկելով

$$\psi(z) = \begin{bmatrix} z^{-3}, z^{-2}, z^{-1}, z, z^2, z^3, e^{-3 \cdot z}, e^{-2 \cdot z}, e^{-z}, e^{z}, e^{2 \cdot z}, e^{3 \cdot z} \end{bmatrix}$$

$$\psi(z) = \begin{bmatrix} z^{-3}, z^{-2}, z^{-1}, z, z^2, z^3, e^{-3 \cdot z}, e^{-2 \cdot z}, e^{-z}, e^{z}, e^{2 \cdot z}, e^{3 \cdot z} \end{bmatrix}, z = X, Y$$

ֆունկցիաները, հարթեցման մեթոդի կիրառմամբ կստանանք (2) տիպի ոչ գծային ֆունկցիաներ ($12 \times 12 = 144$ դեպք), որոնցից երեք լավագույն ֆունկցիաների (նկ. 2) համար ստացված արդյունքները բերված են աղյ. 1-ում, որտեղ

							Julia
Ν	а	b	Δ_{\min}	R	$\psi(z)$	$\varphi(z)$	Ստացված ֆունկցիաները
1	1.1243	-0.8382	23.0341	0.9355	Z	z^2	$V = 1.1243 \cdot (V^*)^2 - 0.8382$
2	0.7164	-1.5586	60.8478	0.9318	Z	e ^z	$V = 0.7164 \cdot e^{V^*} - 1.5586$
3	2.0343	-1.0179	8.1904	0.9304	Z	Z	$V = 2.0343 \cdot V^* - 1.0179$
	а	b	$\Delta_{ m min}$	R	$\psi(z)$	$\phi(z)$	Ստացված ֆունկցիաները
1	1.1243	-0.8382	23.0341	0.9355	Z	z^2	$V = 1.1243 \cdot (V^*)^2 - 0.8382$
2	0.7164	-1.5586	60.8478	0.9318	Z	e ^z	$V = 0.7164 \cdot e^{V^*} - 1.5586$
3	2.0343	-1.0179	8.1904	0.9304	Z	Z	$V = 2.0343 \cdot V^* - 1.0179$
	а	b	Δ_{\min}	R	$\psi(z)$	$\varphi(z)$	Ստացված ֆունկցիաները
1	1.1243	-0.8382	23.0341	0.9355	Z	z^2	$V = 1.1243 \cdot (V^*)^2 - 0.8382$
2	0.7164	-1.5586	60.8478	0.9318	Z	e ^z	$V = 0.7164 \cdot e^{V^*} - 1.5586$
3	2.0343	-1.0179	8.1904	0.9304	Z	Z	$V = 2.0343 \cdot V^* - 1.0179$

 $\Delta_{\min} = \min \sum_{i=0}^{m} [F(X_i) - Y_i]^2$ -ն քառակուսային շեղման նվազագույն արժեքն է։

Աղյուսակ 1



Աղ. 2-ում բերված են (v_i, v_i^*) (i = 1...40) փորձարարական տվյալների համար հայտնի մեթոդներով [3, 4] ստացված երեք լավագույն՝

$$\left(\mathbf{a}\cdot\left(\mathbf{v}^*\right)^{\mathbf{b}}+\mathbf{c},\right)$$
(3)

$$\mathbf{v} = \mathbf{F}(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{v}^*) = \left\{ \mathbf{a} \cdot \mathbf{e}^{\mathbf{b} \cdot \mathbf{v}^*} + \mathbf{c} \right\}$$
(4)

$$\left(a \cdot \sin\left(v^* + b\right) + c\right)$$
(5)

ֆունկցիաների a,b,c հաստատուն գործակիցների, Δ_{\min} նվազագույն քառակուսային չեղման և կոռելացման R գործակցի արժեքները։

Աղյուսակ	2 J

Ν	а	b	с	$\Delta_{ m min}$	R	Բանաձև
1	1.6597	1.4016	-1.0067	0.319	0.9477	(3)
2	2.8175	0.4664	-3.7879	0.3652	0.9398	(4)
3	-2.6752	14.3791	1.5642	0.2942	0.9518	(5)

Աղ. 3-ում բերված են (v_i, v_i^*) (i = 1...40) փորձարարական տվյալների համար հայտնի մեթոդներով [3, 4] ստացված

$$\mathbf{v} = \mathbf{P}_{n}(\mathbf{a}, \mathbf{v}^{*}) = \mathbf{a}_{0} + \mathbf{a}_{1} \cdot \mathbf{v}^{*} + \dots + \mathbf{a}_{n} \cdot (\mathbf{v}^{*})^{n}, \quad \mathbf{n} = 2...5$$
(6)

բազմանդամների a_0, a_1, \ldots, a_n հաստատուն գործակիցների, Δ_{\min} նվազագույն քառակուսային շեղման և կոռելացման R գործակցի արժեքները։

Unining 3	3
-----------	---

Ν	a ₀	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	a ₅	$\Delta_{ m min}$	R	Բանաձև
2	-0.9566	0.9093	0.6457	-	-	-	0.3458	0.9431	
3	-1.2071	0.0561	3.2782	-1.1612	-	-	0.2505	0.9591	(6)
4	-0.9939	-0.0862	1.0811	1.5946	-0.8441	-	0.2347	0.9618	(0)
5	-0.8531	-0.7412	-0.1753	6.7724	-5.1516	1.0616	0.2252	0.9634	
	a ₀	a_1	a ₂	a ₃	a ₄	a ₅	Δ_{\min}	R	Բանաձև
2	a ₀ -0.9566	a ₁ 0.9093	a ₂ 0.6457	a ₃ -	a ₄ -	a ₅	$\Delta_{ m min}$ 0.3458	R 0.9431	Բանաձև
2	a ₀ -0.9566 -1.2071	a ₁ 0.9093 0.0561	a ₂ 0.6457 3.2782	a ₃ - -1.1612	a ₄ - -	a ₅ - -	$\Delta_{\rm min}$ 0.3458 0.2505	R 0.9431 0.9591	Բանաձև
2 3 4	a ₀ -0.9566 -1.2071 -0.9939	a ₁ 0.9093 0.0561 -0.0862	a ₂ 0.6457 3.2782 1.0811	a ₃ - -1.1612 1.5946	a ₄ - - -0.8441	a ₅ - -	$\Delta_{\rm min}$ 0.3458 0.2505 0.2347	R 0.9431 0.9591 0.9618	Բանաձև (6)

Uwnpu բերված են (v_i, v_i^*) (i = 1...40) փորձարարական տվյալների, $v = F(a, b, c, v^*)$ մոտարկող ֆունկցիաների (նկ. 3ա) և $v = P_n(a, v^*)$ բազմանդամների (նկ. 3բ) գրաֆիկները։



Վերլուծելով ստացված արդյունքները՝ կարելի է հանգել հետևյալ եզրակացություններին.

 Հաշվի առնելով ներկայումս կիրառվող մեմբրանային օքսիգենատորների բազմաթիվ տարատեսակների առկայությամբ պայմանավորված հնարավոր փորձարարական տվյալների բազմազանությունը՝ ստացված գծային և (2) - (5) տիպի ոչ գծային կոռելյացիոն ֆունկցիաները որոշակի մոտավորությամբ կարելի է կիրառել արյան հոսքի ծավալային արագության վրա օքսիգենատորի ազդեցության նկարագրման համար։

2. Գծային և (2)-(5) տիպի ոչ գծային կոռելյացիոն ֆունկցիաների համեմատ (6) տիպի մոտարկող բազմանդամները, չնայած պահանջվող մեծ թվով հաշվարկային գործողությունների կատարման անհրաժեշտությանը, ապահովում են ավելի մեծ Ճշտություն։

Նկար 4-ում և 5-ում բերված են մեմբրանային օքսիգենատորի՝ ԱՀԾԱ-ի վրա ունեցած ազդեցությունը (նկ. 1) մաթեմատիկորեն ներկայացնող համապատասխանաբար ոչ գծային կոռելյացիոն (աղյ. 1, նկ. 2), $\mathbf{V} = \mathbf{F}(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{V}^*)$ տիպի ֆունկցիաների (աղյ. 2, նկ. 3ա) և $\mathbf{V} = \mathbf{P}_n(\boldsymbol{a}, \mathbf{V}^*)$ բազմանդամների (աղյ. 3, նկ. 3բ) դեպքում արյան ընդհատուն և ֆիզիոլոգիականին մոտ օրենքով փոփոխվող ԱՀԾԱ [1] ապահովող ԱԱՇ պոմպից պահանջվող ԱՀԾԱ կորերը, որոնք բավարարում են մեկ ցիկլի ընթացքում օքսիգենատոր մտնող և դուրս եկող արյան քանակների հավասարության հետևյալ պայմանը՝



Վելուծելով ստացված արդյունքները և հաշվի առնելով ապահովվող Ճշտությունն ու ֆունկցիայի պարզությունը` որպես ԱՀԾԱ-ի վրա մեմբրանային օքսիգենատորի ունեցած ազդեցությունը մաթեմատիկորեն ներկայացնող և օքսիգենատորի մուտքում ու ելքում արյան ցիկլային քանակների հավասարության (7) պայմանը բավարարող ֆունկցիա նպատակահարմար է հետևյալ ֆունկցիան.

$$\mathbf{V} = 0.9493 \cdot \mathrm{e}^{0.5972 \cdot \mathrm{V}} - 0.9503, \tag{8}$$

իսկ որպես ԱԱՇ պոմպից պահանջվող ԱՀԾԱ կոր՝ բանաձև (8)-ին համապատասխանող նկ. 6-ի 2 կորը։



ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՑԱՆԿ

- 1. **Արզումանյան Հ. Ս.** Արյան բնական հոսքի ծավալային արագության տիպային կախվածության մաթեմատիկական ներկայացումը // ՀՊՃՀ տարեկան գիտաժողով։ Նյութերի ժողովածու, Հատոր I, 2002.(Էջ 221-222:
- 2. Власов В. М., Капичев З. Р., Мулер А. Л., Суллинг Г. А., Лай Р. Х. // Мед. Техника.-1989.-№ 1.- С. 21-26.
- 3. Демидович Б. П., Марон И. А. Основы вычислительной математики.(М.: Наука, 1970.-664с.
- 4. **Эберт К., Эдерер Х.** Компьютеры.(М.: Мир, 1988.(416с.

ՀՊՃՀ։ Նյութը ներկայացվել է խմբագրություն 23.01.2003.

Р.П. ДЖАВАХЯН, О.С. АРЗУМАНЯН МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ОБЪЕМНОЙ СКОРОСТИ ПОТОКА КРОВИ С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ ОКСИГЕНАТОРА

Математически представлены результаты обработки экспериментальных данных по влиянию применяемого в аппарате искусственного кровообращения (АИК) мембранного оксигенатора на объемную скорость потока крови. Установлены параметры эталонной зависимости указанной скорости от времени и ее уравнения, необходимые для проектирования насоса АИК.

R. P. JAVAKHYAN, H. C. ARZUMANYAN MATHEMATICAL PRESENTATION OF THE BLOOD FLOW RATE IN VIEW OF OXYGENATOR INFLUENCE

Results of processing experimental data of influence of membrane oxygenator used in the artificial blood circulation device on blood flow rate are presented mathematically. Parameters of sample dependence of the blood flow rate on time and its equation, necessary for designing an artificial blood circulation device pump are established.