ISSN 0002-306X. Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2003. Т. LVI, № 1.

УДК 621.311.001.24 ЭНЕРГЕТИКА

В.С. ХАЧАТРЯН, М.Г. ТАМРАЗЯН, Д.Э. САРКИСЯН

# МЕТОД ОПТИМИЗАЦИИ СТРУКТУРЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СЕТИ

Предлагается метод оптимизации структуры электрической сети. Рассматривается случай, когда заранее решены задачи размещения электрических станций и нагрузок.

***Ключевые слова:*** граф, мощность, узел, режим, поток, модель, нагрузка, электрическая сеть, элемент.

Задача оптимизации структуры электрической сети возникает в случае, когда известны размещения и режимы работы электрических станций, а также величины нагрузок потребителей [1-6]. Предположим, имеется Г+1 станционных и Н нагрузочных узлов, так что, если общее число исследуемой электрической сети обозначить через М, то оно определится как М=Г+1+Н.

Если соединить все станционные и нагрузочные узлы, то получим полный граф с Г+Н+1 вершинами и 1/2(Г+Н+1)(Г+Н)=1/2М(М-1) ребрами. Каждому ребру полного графа соответствует возможная линия электропередачи с затратами [3]:

$$F_{ЛЭП(ij)} = a_{ij} + b_{ij} P_{ij}, \qquad (1)$$

где $a_{ij}$ - постоянная составляющая приведенных затрат, зависящая от длины линий электропередач (ЛЭП), ее напряжения и ряда других факторов; $b_{ij}\ P_{ij}$ - переменная составляющая приведенных затрат, зависящая от режима работы электрической сети и характеризуемая передаваемой мощностью $P_{ij}$ ; $b_{ij}$ - коэффициент пропорциональности между частью затрат, зависящий от величины потока мощности.

Как правило, численные значения коэффициентов $a_{ij}$ и $b_{ij}$ находятся в следующем соотношении:

$$a_{ij} >> b_{ij}. \qquad (2)$$

Выражение (1) написано для вновь строящейся линии электропередач. Для существующей линии в (1) отсутствует первое слагаемое. Для произвольного варианта вновь строящейся электрической сети выражение (1) принимает вид

$$F = \sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{M} a_{ij} + \sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{M} b_{ij} P_{ij} \qquad (3)$$

и является функцией суммарных приведенных затрат.

Функция (3) является целевой при оптимизации развития электрической сети, которую необходимо минимизировать.

Для построения полной математической модели оптимизации развития вновь проектируемой электрической сети необходимо добавить также первый закон

Кирхгофа относительно потоков активной мощности и условия неотрицательности искомых переменных. В результате получим

$$\min F = \min\left(\sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{M} a_{ij} + \sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{M} b_{ij}P_{ij}\right); \tag{4}$$

$$\sum_{j=1}^{M} P_{ij} = P_i; \qquad i = \overrightarrow{1, M}; \tag{5}$$

$$P_{ij} \geq 0 \qquad i, j = \overrightarrow{1, M}. \tag{6}$$

Представим линейную целевую функцию (4) в виде суммы двух слагаемых:

$$F_1 = \sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{M} a_{ij}; \tag{7}$$

$$F_2 = \sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{M} b_{ij}P_{ij}. \tag{8}$$

При этом имеем

$$F_1 > F_2. \tag{9}$$

Из (7) и (8) можно заметить, что функция $F_1$, в отличие от $F_2$, не зависит от передаваемых мощностей $P_{ij}$.

Учитывая линейность математической модели (4)-(6), ее можно представить как совокупность двух линейных математических моделей:

$$\min F_1 = \min \sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{M} a_{ij} \tag{10}$$

и

$$\min F_2 = \min \sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{M} b_{ij}P_{ij}; \tag{11}$$

$$\sum_{j=1}^{M} P_{ij} = P_i, \qquad i = \overrightarrow{1, M}; \tag{12}$$

$$P_{ij} \geq 0; \qquad i, j = \overrightarrow{1, M}. \tag{13}$$

В данном случае (10) является математической моделью "Кратчайшей связывающей сети – КСС", тогда как (11)-(13) математической моделью транспортной задачи линейного программирования.

Поскольку имеют место соотношения (2) и (9), то структура искомой оптимальной электрической сети будет характеризоваться решением задачи (10). Задача (11)-(13) осуществляет роль коррекции решенной задачи (10).

Если полный граф задачи (10) обозначить через $\Gamma_1$, то соответствующее оптимальное решение, являясь одним из допустимых деревьев этого графа, имеет вид

$$Д_{опт,1} \in \Gamma_1. \tag{14}$$

С другой стороны, если через $\Gamma_2$ обозначить не полный граф задачи (11)-(13), а оптимальное решение – $Д_2$, то будем иметь

$$Д_{опт,2} \in \Gamma_2 . \quad (15)$$

Фактически имеем два оптимальных решения, т.е. два оптимальных дерева, пересечениями которых определяется

$$Д_{опт} = Д_{опт,1} \bigcap Д_{опт,2} . \quad (16)$$

Таким образом, предложенный новый метод основывается на пересечении двух оптимальных деревьев.

Как было сказано выше, оптимальная структура исследуемой сети в основном определяется решением $Д_{опт,1}$.

После получения оптимальной структуры электрической сети важным является вопрос обеспечения надежного электрообеспечения определенным потребителям. В связи с этим дается понятие также о дополнительном дереве или ветви, которое обозначается $Д_{доп}$, и предлагается их выбирать из состава $Д_{опт,2}$:

$$Д_{опт} \in Д_{опт,2} . \quad (17)$$

В результате искомая сеть оптимальной структуры определяется на основании следующего выражения:

$$Д_{опт} = Д_{опт,1} \bigcap Д_{опт,2} \bigcap Д_{доп} . \quad (18)$$

Структура дерева $Д_{доп}$ устанавливается персоналом, исходя из критериев надежности электроснабжения с учетом категорий потребителей.

Настоящая работа посвящена решению основной задачи, т.е. (10), которая является задачей "Кратчайшей связывающей сети".

Математическая модель (10) реализуется методом Прима [6], который основывается на двух основных понятиях.

Изолированный полюс (узел) - это полюс (узел), который на данном этапе построения еще не связан с другими полюсами (узлами). Фрагмент есть подмножество полюсов (узлов), связанных прямыми звеньями.

Для построения "Кратчайшей связывающей сети" функционируют следующие два правила:

Правило 1.(П1). Всякий изолированный полюс (узел) соединяется с ближайшим соседом.

Правило 2.(П2). Всякий изолированный фрагмент соединяется с ближайшим соседом кратчайшим звеном.

Ближайшим соседом полюса (узла) является полюс (узел), который находится от данного полюса на расстоянии не больше, чем любой другой полюс (узел). Ближайшим соседом фрагмента является полюс (узел), который находится от данного фрагмента на расстоянии не больше, чем любой другой полюс (узел).

Вышеприведенные правила основываются на двух необходимых условиях:

Необходимое условие 1 (НУ 1). Каждый полюс (узел) в "Кратчайшей связывающей сети" непосредственно связан по крайней мере с одним ближайшим соседом.

Необходимое условие 2 (НУ 2). Каждый фрагмент в "Кратчайшей связывающей сети" связан по крайней мере с одним ближайшим соседом кратчайшим звеном.

Необходимое условие 1 обосновывает справедливость П 1, а необходимое условие 2 - П 2. В связи с этим следует отметить, что необходимое условие 1 обеспечивает построение "Кратчайшей связывающей сети" на основании П 1. Необходимое условие 2 обеспечивает построение "Кратчайшей связывающей сети" на основании П 2.

**Алгоритм построения "Кратчайшей связывающей сети".** Полный граф с N вершинами имеет 1/2N(N-1) ребер. Исходной при построении "Кратчайшей связывающей сети" является таблица расстояний (табл. 1).

*Таблица 1*

Расстояние между вершинами

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | | N |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | $a_{12}$ | $a_{13}$ | $a_{14}$ | $a_{15}$ | • | $a_{1N}$ |
| 2 | $a_{21}$ | 0 | $a_{23}$ | $a_{24}$ | $a_{25}$ | • | $a_{2N}$ |
| 3 | $a_{31}$ | $a_{32}$ | 0 | $a_{34}$ | $a_{35}$ | • | $a_{3N}$ |
| 4 | $a_{41}$ | $a_{42}$ | $a_{43}$ | 0 | $a_{45}$ | • | $a_{4N}$ |
| 5 | $a_{51}$ | $a_{52}$ | $a_{53}$ | $a_{54}$ | 0 | • | $a_{5N}$ |
| | • | • | • | • | • | • | • |
| N | $a_{N1}$ | $a_{N2}$ | $a_{N3}$ | $a_{N4}$ | $a_{N5}$ | • | 0 |

Алгоритм построения "Кратчайшей связывающей сети" осно-вывается на одновременном использовании положений теорем 1 и 2.

В настоящей работе предлагается алгебраический метод алгоритма, сущность которого заключается в том, что положения П 1 используются всего лишь один раз для построения единственного изолированного фрагмента, затем, используя положения П 2, завершается построение "Кратчайшей связывающей сети".

Сущность алгоритма заключается в следующем:

1. Из табл. 1 выбирается первая строка и представляется в виде $F_1'$:

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|} & 2 & 3 & 4 & 5 & & N \\ \cline{2-7} F_1' = & \begin{matrix}a_{12}\\(1)\end{matrix} & \begin{matrix}a_{13}\\(1)\end{matrix} & \begin{matrix}a_{14}\\(1)\end{matrix} & \begin{matrix}a_{15}\\(1)\end{matrix} & \bullet & \begin{matrix}a_{1N}\\(1)\end{matrix} \\ \cline{2-7} \end{array} \quad . \qquad (19)$$

В (19) цифры в скобках показывают номер рассматриваемой строки, верхние цифры - номера столбцов, средние цифры - численные значения $a_{ij}$.

Из $F_1'$ выбирается наименьшее число, предположим, $a_{13}$, т.е. число, которое находится в пересечении координат 1 и 3. Число $a_{13}$ удаляется из (19) и заносится в итоговую табл. 2. В результате $F_1'$ принимает вид

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|c|} & 2 & 4 & 5 & & N \\ \cline{2-6} F_1' = & \begin{matrix}a_{12}\\(1)\end{matrix} & \begin{matrix}a_{14}\\(1)\end{matrix} & \begin{matrix}a_{15}\\(1)\end{matrix} & \bullet & \begin{matrix}a_{1N}\\(1)\end{matrix} \\ \cline{2-6} \end{array} \quad . \qquad (20)$$

Число $a_{13}$ фигурирует только в третьей строке табл. 1, и данная строка получается по направлению $F_1'$ с правой стороны в виде $F_1''$, но без этого числа:

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|c|} & 2 & 4 & 5 & & N \\ \cline{2-6} F_1'' = & \begin{matrix}a_{32}\\(3)\end{matrix} & \begin{matrix}a_{34}\\(3)\end{matrix} & \begin{matrix}a_{35}\\(3)\end{matrix} & \bullet & \begin{matrix}a_{3N}\\(3)\end{matrix} \\ \cline{2-6} \end{array} \quad . \qquad (21)$$

Сравнивая соответствующие числа $F_1''$ по (21) и $F_1'$ по (20), т.е. $a_{32}$ и $a_{12}$, $a_{34}$ и $a_{14}$, $a_{35}$ и $a_{15}, \ldots, a_{3N}$ и $a_{1N}$, строится новая строка, в клетках которой помещаются меньшие числа.

Предположим, $a_{32} < a_{12}$, $a_{34} < a_{14}$, $a_{35} > a_{15}$, ... , $a_{3N} > a_{1N}$, тогда вышеуказанная строка обозначается $F_2'$ и принимает вид

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|c|} & 2 & 4 & 5 & & N \\ \cline{2-6} F_2' = & \begin{matrix}a_{32}\\(3)\end{matrix} & \begin{matrix}a_{34}\\(3)\end{matrix} & \begin{matrix}a_{15}\\(1)\end{matrix} & \bullet & \begin{matrix}a_{1N}\\(1)\end{matrix} \\ \cline{2-6} \end{array} \quad . \qquad (22)$$

Анализируя (22), выбирается наименьшее число, предположим, $a_{34}$, т.е. число пересечения координат 3-4. Указанное число удаляется из (22) и заносится в результативную табл. 2. В результате (22) принимает вид

$$F_2' = \begin{array}{cccc} 2 & 5 & & N \\ \hline \multicolumn{1}{|c|}{a_{32}\,(3)} & \multicolumn{1}{c|}{a_{15}\,(1)} & \multicolumn{1}{c|}{\bullet} & \multicolumn{1}{c|}{a_{1N}\,(1)} \\ \hline \end{array} \,. \qquad (23)$$

Наименьшее число $a_{34}$ фигурирует в четвертой строке табл. 1, и данная строка помещается по направлению $F_2'$ также с правой стороны в виде $F_2''$, но без числа $a_{34}$:

$$F_2'' = \begin{array}{cccc} 2 & 5 & & N \\ \hline \multicolumn{1}{|c|}{a_{42}} & \multicolumn{1}{c|}{a_{45}} & \multicolumn{1}{c|}{\bullet} & \multicolumn{1}{c|}{a_{4N}} \\ \hline \end{array} \,. \qquad (24)$$

Затем сравниваются соответствующие числа $a_{42}$ и $a_{32}$, $a_{45}$ и $a_{15}$, ... , $a_{4N}$ и $a_{1N}$ и в результате строится новая строка в виде $F_3'$, в которую помещаются наименьшие числа:

$$F_3' = \begin{array}{cccc} 2 & 5 & & N \\ \hline \multicolumn{1}{|c|}{a_{32}\,(3)} & \multicolumn{1}{c|}{a_{45}\,(5)} & \multicolumn{1}{c|}{\bullet} & \multicolumn{1}{c|}{a_{4N}} \\ \hline \end{array} \,. \qquad (25)$$

Приведенная строка (25) показывает, что в результате сравнения было установлено, что $a_{42} > a_{32}$, $a_{45} < a_{15}$, ... , $a_{4N} < a_{1N}$.

Выбирается наименьшее число из (25), предположим, $a_{45}$, которое исключается из (25) и помещается в результативную табл. 2. В результате строка (25) принимает вид

$$F_4' = \begin{array}{ccc} 2 & & N \\ \hline \multicolumn{1}{|c|}{a_{32}\,(3)} & \multicolumn{1}{c|}{\bullet} & \multicolumn{1}{c|}{a_{4N}} \\ \hline \end{array} \,. \qquad (26)$$

Аналогичным образом продолжаются последующие шаги, и на последнем этапе остается одно число, предположим

$$F_4' = \begin{array}{c} \ell \\ \hline \multicolumn{1}{|c|}{a_{\ell N}\,(N)} \\ \hline \end{array} \,, \qquad (27)$$

которое также включается в результативную табл. 2.

В (27) $\ell$ - номер соответствующего столбца, по направлению которого находится наименьшее число.

*Таблица 2*

Результативная таблица

| Ветвь оптималь-ного дерева | 1-3 | 3-4 | 4-5 | . . . | $\ell - N$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $a_{ij}$ | $a_{31}$ | $a_{34}$ | $a_{45}$ | . . . | $a_{\ell N}$ |

Следует отметить, что второй индекс предпоследнего нижнего элемента в табл. 2 должен быть " $\ell$ ".

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. **Хачатрян В.С., Темурдтян А.В.** Оптимизация структуры объединенной электрической системы с применением метода декомпозиции //Электричество.- 1983.- № 8.- С.8-13.
2. **Салливан Р.Л.** Проектирование развития электроэнергетических систем.-М.: Энергоиздат, 1982.-358с.
3. **Маркович И.М., Шарнольский Б.П.** Об одной возможности использования обобщенной транспортной задачи для определения оптимальной электрической сети // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт.-1967.-№ 5.- С.56-59.
4. **Лазебник А.И.** Применение методов ветвей и границ для выбора оптимальной электрической сети // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт.-1969.- № 2.- С.138-144.
5. **Арзамасцев Д.А., Липес А.В., Мызин А.Л.** Модели оптимизации развития энергосистем.-М.: Высшая школа.-1987.-272с.
6. **Прим Р.К.** Кратчайшие связывающие сети и некоторые обобщения // Кибернетический сборник. - М.: Издательство иностранной литературы.- 1961.-С.42-51.



ГИУА. Материал поступил в редакцию 2.08.2000.



Վ.Ս. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ, Մ.Գ. ԹԱՄՐԱԶՅԱՆ, Դ.Է. ՍԱՐԳՍՅԱՆ


## ԷԼԵԿՏՐԱԿԱՆ ՑԱՆՑԻ ԿԱՌՈՒՑՎԱԾՔԻ ՕՊՏԻՄԱԼԱՑՄԱՆ ՄԵԹՈԴ


Առաջարկվում է էլեկտրական ցանցի կառուցվածքի օպտիմալացման մեթոդ: Դիտարկվում է այն դեպքը, երբ նախօրոք լուծված են էլեկտրական ցանցերի և բեռների տեղակայման խնդիրները:



**V.S. KHACHATRYAN,M.G. TAMRAZYAN D.E. SARKISSYAN**


## ELECTRIC NETWORK STRUCTURE OPTIMIZATION METHOD


A new method of electric network structure optimization is proposed. A case is considered when problems are solved before hand for electric station and loading arrangement.