ISSN 0002-306X. Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2002. Т. LV, №2.

УДК 621. 3.01 ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

Г.Д. АКОПДЖАНЯН, В.С. САФАРЯН

# СИНТЕЗ ПАССИВНОГО ЛИНЕЙНОГО МНОГОПОЛЮСНИКА ПРИ ПИТАНИИ ИЗ ОДНОЙ ПАРЫ ЗАЖИМОВ

Предлагается метод решения задачи синтеза линейного пассивного многополюсника на основе применения алгебры структурных чисел. Получены необходимые и достаточные условия реализуемости передаточных функций. Разработанный алгоритм реализован в виде программы для решения задач на ЭВМ.

***Ключевые слова***: синтез, многополюсник, структурные числа, электрическая цепь, передаточная функция.

Задачи синтеза пассивного линейного многополюсника возникают в случаях, когда в нескольких узлах электрической цепи, питающейся от одного источника, следует обеспечить заданные значения напряжений, токов. При этом электрическую цепь следует рассматривать как многополюсник ($2h$ - полюсник или $(p+1)$- полюсник), питающийся с одной пары зажимов (входных) и имеющий множество пар выходных зажимов.

Задача синтеза заключается в выборе схемы и определении ее параметров, обеспечивающих заранее заданные функции передач.

Алгебра структурных чисел дает возможность разработки метода решения подобных задач, легко поддающихся алгоритмизации.

В настоящей статье на основе алгебры структурных чисел разработан алгоритм решения задач синтеза пассивных линейных многополюсников при питании их с одной пары зажимов.

Рассмотрим задачу при заданных передаточных функциях по напряжению

$$k_{u_{1p}} = U_p / U_1, \quad p = \overline{2,h},$$

где $U_p$ - напряжение на $p$-й паре выходных зажимов; $U_1$ - напряжение на входных зажимах.

Для аналитического определения передаточных функций воспользуемся формулой

$$k_{u_{1p}} = \frac{\underset{z}{\mathrm{Sim}}\left(A^d D_1, A^d D_p\right)}{\underset{z}{\det} A^d D_1}, \tag{1}$$

предложенной алгеброй структурных чисел [1], где $A^d$ - дополнительное структурное число графа схемы внутри $2h$ - полюсника при разомкнутых входном $1-1'$ и всех выходных зажимах (рис. 1); $D_1$ и $D_p$ - структурные числа путей между

зажимами $1-1'$ и $p-p'$ соответственно (где $p=\overline{2,h}$); $Z=Z(s)$ - обобщенные сопротивления ветвей схемы внутри многополюсника.

Примем, что все ветви электрической схемы содержат последовательно соединенные сопротивление, индуктивность и емкость, т.е.

$$Z(s)=1/s\left(Ls^2+rs+1/c\right).$$

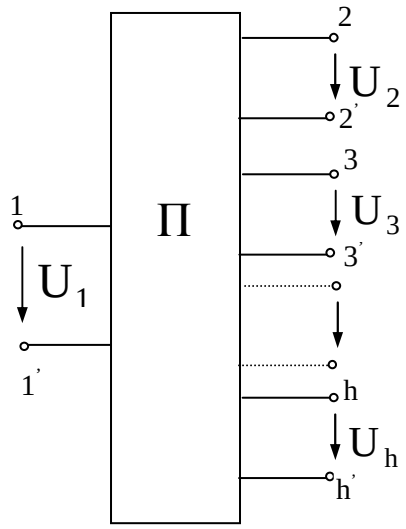


Рис. 1

Синтезируемые передаточные функции задаются в следующем виде:

$$k_{u_{1p}}=\frac{b_{m_p}^{(p)}S^{m_p}+b_{m_p-1}^{(p)}S^{m_p-1}+\ldots+b_1^{(p)}S+b_0^{(p)}}{a_nS^n+a_{n-1}S^{n-1}+\ldots+a_1S+a_0}, \qquad (2)$$

где $a_n\neq 0,\ b_{m_p}^{(p)}\neq 0,\ p=\overline{2,h},\ a_i\geq 0,\ i=\overline{0,n}$.

Из (1) явствует, что у всех передаточных функций ($k_{u_{1p}}$) многочлены в числителе являются подмножеством знаменателя, следовательно, будем иметь

$$a_i\geq\left|b_i^{(p)}\right|,\ p=\overline{2,h},\ i=0,1,\ldots,\min\left(m_p,n\right). \qquad (3)$$

Выражение (3) в сочетании с условием равенства знаменателей всех передаточных функций, вытекающих из (1), служит необходимым и достаточным условием реализуемости заданных передаточных функций.

На основании вышеизложенного следует

$$n\geq m_p,\ p=\overline{2,h}. \qquad (4)$$

Аналитические выражения передаточных функций, определяемых формулой (1), будут иметь как в знаменателе, так и в числителе суммы произведений из $(N+1)$ обобщенных сопротивлений $Z(S)$ (где $N$ - цикломатическое число графа схемы внутри многополюсника). Таким образом, многочлены в числителях и

знаменателях передаточных функций, рассчитанных по формуле (1), будут иметь порядок $q = 2(N+1)$ по степени оператора $S$.

Для решения задачи синтеза многополюсника предварительно примем, что граф схемы многополюсника найден, и определим параметры ветвей электрической схемы, удовлетворяющих заданным передаточным функциям. Для этого приравняем указанные функции соответствующим им передаточным функциям, рассчитанным по формуле (1):

$$\frac{f_q^{(p)}S^q + f_{q-1}^{(p)}S^{q-1} + \ldots + f_1^{(p)}S + f_0^{(p)}}{f_q S^q + f_{q-1}S^{q-1} + \ldots + f_1 S + f_0} = \tag{5}$$

$$= \frac{b_{m_p}^{(p)}S^{m_p} + b_{m_p-1}^{(p)}S^{m_p-1} + \ldots + b_1^{(p)}S + b_0^{(p)}}{a_n S^n + a_{n-1}S^{n-1} + \ldots + a_1 S + a_0}, \; p = \overline{2,h},$$

где $f_i, f_i^{(p)} \; \left(i = \overline{0,q}\right)$ - функции, зависящие от параметров ветвей синтезируемой электрической цепи внутри многополюсника.

Приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях оператора $S$ в правой и левой частях (5), получим

$$f_i^{(p)} - b_i^{(p)} = 0, \quad i = \overline{0,q}, \quad p = \overline{2,h},$$

$$f_i - a_i = 0, \quad i = \overline{0,q}. \tag{6}$$

Таким образом, определение величин параметров электрической цепи сводится к решению системы из $h(q+1) = h(2N+3)$ нелинейных алгебраических уравнений с $3\ell$ ($\ell$ - число ветвей графа) неизвестными. Такая задача может иметь решение при условии

$$3\ell \geq h(2N+3). \tag{7}$$

Выполнение условия (7) с учетом того, что параметры электрической цепи ($r, L, C$) могут иметь только положительные значения, усложняют решение системы уравнений (6). Поэтому решение системы нелинейных уравнений (6) целесообразно свести к минимизации функционала

$$F = \sum_{p=2}^{h}\sum_{i=0}^{q}\left[\left(f_i^{(p)} - b_i^{(p)}\right)^2 + \left(f_i - a_i\right)^2\right] \to \min \tag{8}$$

применением покоординатного спуска [2,4].

Таким образом, определяются значения всех параметров электрической схемы при известном графе цепи.

Что касается выбора графа электрической цепи внутри многополюсника, то он зависит от степени $n$ многочлена в знаменателях передаточных функций (2) и числа пар полюсов многополюсника $h$.

Необходимым условием реализуемости заданных передаточных функций, с точки зрения выбора графа, является соотношение

$$(2N+1) \geq n, \tag{9}$$

ограничивающее число ячеек графа. Кроме этого, при построении графа должно быть учтено также условие (7), ограничивающее число ветвей графа.

Таким образом, для решения задачи синтеза многополюсника ($2h$-полюсника) при питании его с одной пары зажимов необходимо выполнение условий

$$n \ge m_p,\ a_i \ge \left| b_i^p \right|,\ p = \overline{2,h},\ i = \overline{0,n}, \qquad (10)$$

которым должны удовлетворять все заданные передаточные функции, и

$$2(N+1) \ge n; \quad 3\ell \ge h(2N+3), \qquad (11)$$

которым должен удовлетворять граф схемы внутри многополюсника.

**Пример расчета.** Заданы передаточные функции восьмиполюсника:

$$k_{u2} = \frac{50s^3 + 6500s^2 + 210000s}{50s^3 + 27000s^2 + 565000s + 23\cdot 10^6},$$

$$k_{u3} = \frac{10^7}{50s^3 + 27000s^2 + 565000s + 23\cdot 10^6},$$

$$k_{u4} = \frac{10^4 s^2 + 10^5 s + 10^6}{50s^3 + 27000s^2 + 565000s + 23\cdot 10^6}.$$

Имеем $n = 3,\ h = 4.$

**Решение.** Исходя из условия $2(N+1) \ge n$, принимаем $N = 1$. Учитывая условие $3\ell \ge h(2N+3)$, принимаем $\ell = 7$. Граф цепи будет иметь вид, приведенный на рис. 2.

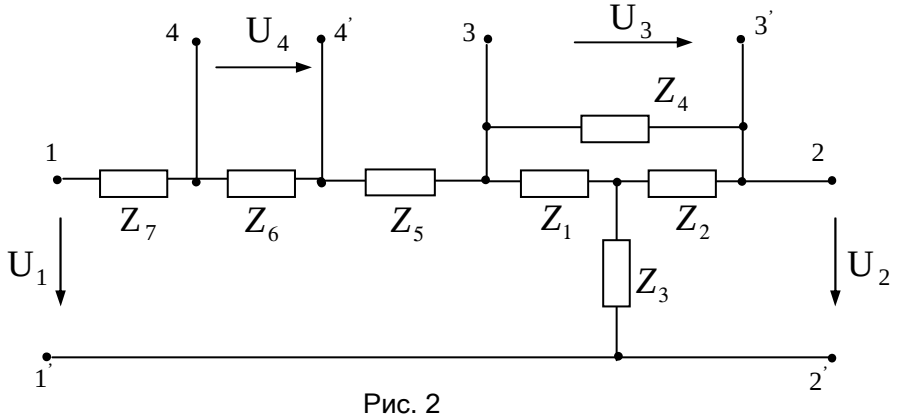


Рис. 2

Из графа имеем

$$A^d = [124],\quad D_1 = [13567],\quad D_2 = [23],\ D_3 = [4],\ D_4 = [6].$$

Параметры электрической цепи на рис. 2 будут

$$Z_1 = \frac{10^3}{S},\ Z_2 = 100,\ Z_3 = 10S + 0.55,\ Z_4 = \frac{10^4}{S},$$

$$Z_5 = 5 + \frac{10^3}{S},\ Z_6 = 100,\ Z_7 = 100.$$

Это есть одно из решений задачи.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. **Беллерт С., Возняцки Г.** Анализ и синтез электрических цепей методом структурных чисел. - М.: Мир, 1972. - 330 с.
2. **Акопджанян Г.Д., Сафарян В.С.** К проблеме синтеза пассивного четырехполюсника // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. - 1999. - Т. 52, №3. - С. 340-345.
3. **Карни Ш.** Теория пассивных цепей. - М.: Связь. 1973. – 368 с.
4. **Ортега Дж., Рейнболдт В.** Итерационные методы решения нелинейных систем уравнений со многими неизвестными. - М.: Мир, 1975. - 558 с.


ГИУА, ЗАО "Институт энергетики РА". Материал поступил в редакцию 17.05.2000.

**Գ.Դ. ՀԱԿՈԲՋԱՆՅԱՆ, Վ.Ս. ՍԱՖԱՐՅԱՆ**

## ՄԵԿ ԶՈՒՅԳ ՍԵՂՄԱԿՆԵՐԻՑ ՍՆՎՈՂ ՊԱՍԻՎ ԳԾԱՅԻՆ ԲԱԶՄԱԲԵՎԵՌԻ ՍԻՆԹԵԶԸ

Մեկ զույգ սեղմակներից սնվող պասիվ գծային բազմաբևեռի սինթեզի խնդիրների լուծման համար առաջարկված է կառուցվածքային թվերի հանրահաշվի վրա հիմնված մեթոդ: Ստացվել են փոխանցման ֆունկցիաների իրագործումն ապահովող անհրաժեշտ և բավարար պայմաններ: Խնդիրն ԷՀՄ-ի վրա լուծելու համար կազմված է ծրագիր՝ ըստ մշակված ալգորիթմի:

**G.D. HAKOPJANYAN, V.S. SAFARYAN**

## PASSIVE LINEAR MULTIPORT SYNTHESIS IN SYPPLYING FROM ONE PAIR OF TERMINALS

A method of problem solving for passive linear multiport synthesis is proposed on the principle of structural number algebra. Necessary and sufficient conditions for transmission function realizibility are obtained. The algorithm developed is realized as programs for computer problem solving.