ISSN 0002-306X. Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2002. Т. LV, № 1.

УДК 551.49

ГИДРАВЛИКА И ГИДРОТЕХНИЧЕСКИЕ СООРУЖЕНИЯ

С.М. КАЗАРЯН, Г.А. АЛОЯН

РАСЧЕТ СКВАЖИНЫ В ДВУХСЛОЙНОЙ ГРУНТОВО-НАПОРНОЙ ФИЛЬТРУЮЩЕЙ СРЕДЕ ПРИ ОТКАЧКЕ ВОДЫ ИЗ НАПОРНОГО ГОРИЗОНТА

Рассматривается задача определения давления в двухслойных грунтово-напорных гидравлически связанных, неограниченных водоносных толщах при постоянной откачке воды из напорного горизонта одиночными скважинами. Система уравнений решена методом операционного исчисления. Предложены расчетные формулы для любых малых и больших времен откачки.

Ключевые слова: напорный горизонт, грунтово-водоносный, откачка воды, скважина, фильтрующая среда.

Рассматриваются аналитические решения задачи определения понижения уровней воды в любых точках двухслойных грунтово-напорных, гидравлически связанных, неограниченных пластов в любой момент времени. При этом неустановившаяся фильтрация происходит в одиночных скважинах, через которые производится постоянная суммарная откачка воды из напорного водоносного горизонта (рис.).

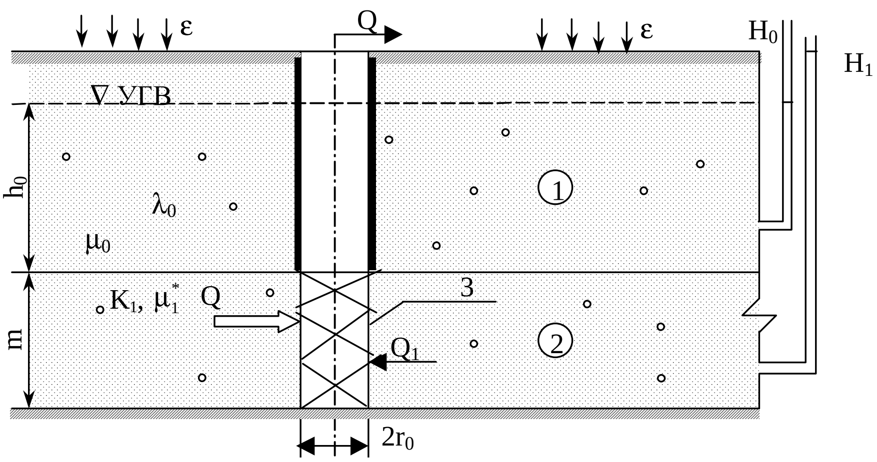

Рис. Гидродинамическая расчетная схема грунтово-напорной фильтрующей среды: 1 – слой грунтовых вод; 2 – напорный водоносный горизонт; 3 – скважина

Процесс фильтрации подземных вод в неограниченной, гидравлически связанной двухслойной грунтово-напорной среде с учетом инфильтрации поверхностных стоков, упругого режима, напорного и жесткого режимов грунтововодоносных горизонтов описывается следующей системой дифференциальных уравнений и краевыми условиями [1]:

$$b_0(S_1 - S_0) - e = \frac{\partial S_0}{\partial t},$$

$$a_1\left(\frac{\partial^2 S_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial S_1}{\partial r}\right) - b_1(S_1 - S_0) = \frac{\partial S_1}{\partial t}, \qquad (1)$$

$$S_i(r,t) = 0,\ \ t = 0, \qquad (2)$$

$$S_i(r,t) = 0,\ \ t > 0,\ \ r \to \infty,\ i = 0{,}1, \qquad (3)$$

$$\frac{\partial S_0}{\partial r} = 0,\ \ \lim_{r \to r_0} r\frac{\partial S_1}{\partial r} = -\frac{Q}{2\pi T_1} = \mathrm{const},\ \ t > 0, \qquad (4)$$

где

$$a_1 = \frac{k_1 m_1}{\mu_1^*},\ \ b_0 = \frac{\lambda_0}{h_0 \mu_0},\ \ b_1 = \frac{\lambda_0}{h_0 \mu_1^*},\ \ e = \frac{\varepsilon}{\mu_0}, \qquad (5)$$

$$S_0(r,t) = H_{0e} - H_0(r,t),\ \ S_1(r,t) = H_{1e} - H_1(r,t). \qquad (6)$$

Здесь a_1 – коэффициент пьезопроводности; b_i – коэффициент перетекания; ε – модуль инфильтрации поверхностных стоков; μ_0, μ_1^* – коэффициенты гравитационной и упругой водоотдачи; $S_i(r,t)$ – понижение уровней подземных вод; $k_1 m_1 = T_1$ – водопроводимость – произведение коэффициента фильтрации и мощности; λ_0 – коэффициент фильтрации грунтового горизонта; h_0 – мощность грунтового горизонта; H_{1e} – пьезометрические напоры в естественных условиях; $H_1(r,t)$ – напор в любой точке в любой момент времени, $i = 0{,}1$.

Применяя для уравнения (1) преобразование Лапласа относительно времени t и учитывая начальные условия (2), получим [2-4]

$$\bar{S}_0 = \frac{b_0 \bar{S}_1}{b_0 + P} - \frac{e}{P(b_0 + P)},$$

$$a_1(\bar{S}_1'' + \frac{1}{r}\bar{S}_1') - \frac{P^2 + (b_1 + b_0)}{b_0 + P}\bar{S}_1 = \frac{e b_1}{P(b_0 + P)}, \qquad (7)$$

где $\bar{S}_i(r,p)$ – "изображение" $S_i(r,t)$; $S_i(r,t)$ – "оригинал" $\bar{S}_i(r,p)$; P – операционный параметр Лапласа.

Частное решение неоднородной системы уравнений (7) после перехода к оригиналу по теореме Фурье-Мелина имеет вид [2]

$$S_{00}(t)=-\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty}\left(\frac{B}{\lambda^2(\lambda+1)(\lambda+B_1^0)}+\frac{\bar{e}}{\lambda(\lambda+1)}\right)e^{\lambda\tau}d\lambda,$$
$$S_{10}(t)=-\frac{B}{2\pi i}\int\limits_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty}\frac{e^{\lambda\tau}d\lambda}{\lambda^2(\lambda+B_1^0)}, \tag{8}$$

где $\lambda=P/b_0$ – безразмерный параметр Лапласа;

$$B^0=\frac{b_1}{b_0},\ B_1^0=B^0+1,\ B=\bar{e}B^0,\ \bar{e}=\frac{e}{b_0}. \tag{9}$$

Решение однородной части системы (7) с учетом граничных условий (3), (4) и после перехода к оригиналу имеет вид

$$S_1(r,t)=\frac{Q}{2\pi T_1}\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty}\frac{e^{\lambda\tau}}{\lambda}K_0(\omega\bar{r})d\lambda,$$
$$S_0(r,t)=\frac{Q}{2\pi T_1}\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty}\frac{e^{\lambda\tau}}{\lambda(\lambda+1)}K_0(\omega\bar{r})d\lambda, \tag{10}$$

где

$$\omega=\sqrt{\frac{\lambda(\lambda+B_1^0)}{\lambda+1}},\ \bar{r}=\sqrt{\frac{b_0r^2}{a_1}}. \tag{11}$$

Подынтегральные функции (8) и (10) имеют особые точки в виде полюсов и точки разветвления. На основе леммы Жордана и теоремы Коши, учитывая также теорему свертки и контуры интегрирования при наличии точки разветвления (0, -1, $-B_1^0$), получим расчетные формулы [1, 3, 4]

$$S_i(r,t)=S_{i0}(t)+\frac{Q}{4\pi T_1}R_i(r,t),\quad i=0,1,$$
$$S_{00}(t)=-\frac{B}{B^0B_1^{02}}\left\{B^0[B_1^0(\tau-1)-1]-B_1^{02}e^{-\tau}-\bar{e}^{B_1^0\tau}\right\}-\bar{e}^{\,(1-e^{-\tau})}, \tag{12}$$
$$S_{10}(t)=-\frac{B}{B_1^{02}}(B_1^0\tau+e^{-B_1^0\tau}-1),$$

$$R_0(r,t)=\int\limits_{B_1^0}^{\infty}F(\rho,\tau)J_0(A_1(\rho))d\rho+\int\limits_0^1F(\rho,\tau)J_0(A_3(\rho))d\rho,$$
$$R_1(r,t)=\int\limits_{B_1^0}^{\infty}F_1(\rho,\tau)J_0(A_1(\rho))d\rho+\int\limits_0^1F_1(\rho,\tau)J_0(A_3(\rho))d\rho, \tag{13}$$

где

$$\tau = b_o t,\ \ F(\rho,\tau) = \frac{e^{-\tau}}{\rho}[1 - e^{-\rho\tau} - \frac{1-e^{-\tau(\rho+1)}}{\rho+1}],$$

$$F_1(\rho,\tau) = \frac{1-e^{-\rho\tau}}{\rho},\ \ A_1(\rho) = \left(\sqrt{\frac{\rho(\rho - B_1^0)}{\rho-1}}\ \bar{r}\right), \tag{14}$$

$$A_3(\rho) = \left(\sqrt{\frac{\rho(B_1^0 - \rho)}{1-\rho}}\ \bar{r}\right),$$

$J_0(z)$ – функция Бесселя истинного аргумента нулевого порядка.

Функции гидравлических сопротивлений $R_i(r,t)$ протабулированы. При асимптотических решениях системы (10) для больших времен эксплуатации скважин в (12) соответствующие обозначения принимают вид

$$S_{00}^{\delta}(t) = -B\frac{B^0[B_1^0(\tau-1)-1]}{B^0 B_1^{02}} - \bar{e} = -e\left(\frac{B^0}{B_1^0}t + \frac{1}{b_0}\right);$$

$$S_{10}^{\delta}(t) = -\frac{B}{B_1^{02}}(B_1^0\tau - 1) = -e\frac{B^0}{B_1^0}t, \tag{15}$$

$$R_i^{\delta}(r,t) = -E_i\left(-\frac{r^2}{a*t}\right),\quad i = 0{,}1,\ \ a* = \frac{T_1}{\mu_0 + \mu_1^*}\quad .$$

Для большого понижения при $r \to r_0$ имеем

$$R_1^{\delta}(r_0,t) = \ln\frac{2{,}25a*t}{r_0^2}. \tag{16}$$

Для малых времен откачки в (12) обозначения будут

$$S_{00}^{M}(t) = -\frac{\tau}{6}(B\tau^2 + 6\bar{e}),\ \ S_{10}(t) = -\frac{B\tau^2}{2},$$

$$R_0^{M}(t) = -\varphi_1\left(\frac{r^2}{a_1}, t\right),\ \ \varphi_1\left(\frac{r^2}{a_1},\ \tau\right) = \int_0^{\tau} E_i\left(-\frac{r^2}{4a_1 u}\right)du, \tag{17}$$

$$R_1^{M}(r,t) = -E_i\left(-\frac{r^2}{4a_1 t}\right),\ \ R_1^{M}(r_0,t) = \ln\frac{2{,}25a_1 t}{r_0^2},$$

где функция $\varphi_1\left(\frac{r^2}{a_1}, \tau\right)$ протабулирована.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Казарян С.М.** Водный обмен на фоне вертикального дренажа.- Ереван: Айастан, 1988.- 269 с.
2. **Полубаринова-Кочина П.Я.** Теория движения грунтовых вод.- М.: Наука, 1977.- 664 с.
3. **Андре-Анго А.** Математика для электро- и радиоинженеров / Пер. с франц. – М.: Наука, 1964.- 772 с.
4. **Казарян С.М.,Казарян С.С.** Расчет линейного ряда скважин в многослойной фильтрующей среде при откачке из нижнего водоносного горизонта // ДНАН РА.- 1998.- С. 335-339.

СХА РА . Материал поступил в редакцию 12.03.2001.

Ս.Մ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Գ.Ա. ԱԼՈՅԱՆ

ՋՐՀՈՐԻ ՀԱՇՎԱՐԿԸ ԵՐԿՇԵՐՏ ԳՐՈՒՆՏԱ - ՃՆՇՈՒՄԱՅԻՆ ՖԻԼՏՐԱՑԻՈՆ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ, ՃՆՇՈՒՄԱՅԻՆ ՀՈՐԻԶՈՆԻՑ ՋՐԱՌԻ ԴԵՊՔՈՒՄ

Դիտարկվում է հիդրավլիկական կապի մեջ գտնվող երկշերտ անսահմանափակ գրունտա-ճնշումային ջրային հողաշերտերում ճնշումների որոշման խնդիրը, ճնշումային շերտից հաստատուն ելքով առանձին հորատանցքով ջրառի դեպքում: Հավասարումների համակարգը լուծվել է օպերացիոն հաշվի մեթոդով, առաջարկվում են հաշվարկային բանաձևեր՝ ցանկացած փոքր և մեծ ժամանակներում ջրառի համար:

S.M. GHAZARYAN, G.A. ALOYAN

WELL CALCULATION IN TWO-LAYER GROUND-HEAD FILTERING MEDIUM DURING PUMPING OUT WATER FROM HEAD HORISON

A pressure determination problem in two-layer ground-head hydraulically connected, unlimited water bearing thickness with permanent pumping out water from the head horison by single wells is considered. Simultaneous equations are solved by the operatioanal computation method. Design formulas for any little or much time required for pumping out are proposed.