ISSN 0002-306X. Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2002. Т. LV, № 1.

УДК 621.3.01 ЭНЕРГЕТИКА

Г. Д. АКОПДЖАНЯН, В. С. САФАРЯН

ПРИМЕНЕНИЕ СТРУКТУРНЫХ ЧИСЕЛ К РАСЧЕТУ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

Предлагается простой метод формирования характеристического уравнения электрической цепи любой сложности с применением структурных чисел.

Ключевые слова: ток, напряжение, переходный процесс, характеристическое уравнение.

Одним из основных этапов расчета переходных процессов в линейных электрических цепях как классическим, так и операторным методами является формирование характеристического многочлена системы дифференциальных уравнений, составленных на основании законов Кирхгофа.

Как известно, характеристическое уравнение можно представить как условие сингулярности матриц контурных сопротивлений или узловых проводимостей электрической цепи:

$$\begin{aligned} \det Z(s) = 0, \\ \det Y(s) = 0. \end{aligned} \tag{1}$$

Решения приведенных уравнений (относительно оператора s) представляют собой нули входного сопротивления или, соответственно, полюсы входной проводимости пассивной цепи. При этом входные сопротивления и проводимости определяются относительно пар зажимов любой разомкнутой ветви пассивной цепи, что осложняется при наличии ветвей с нулевыми сопротивлениями. Указанный способ определения характеристического многочлена используется при аналитическом решении практических задач (2).

Однако приведение детерминантных функций матриц контурных сопротивлений и узловых проводимостей (1) к аналитической форме традиционными методами - задача трудоемкая, а для сложных цепей - практически непригодная.

В настоящей статье применением структурных чисел (1) предлагается простой метод формирования характеристического многочлена электрической цепи любой сложности.

Алгеброй структурных чисел разработаны формулы для нахождения аналитических выражений входных сопротивлений пассивных двухполюсников (1), а следовательно, и характеристического многочлена электрической цепи (в виде $Z_{вх} = 0$).

Аналитическое выражение входного сопротивления пассивного двухполюсника (рис.1) на языке алгебры структурных чисел выражается соотношением [1]

$$Z_{\text{вх}} = \frac{\underset{Z}{\det}\left(A^{d'}D\right)}{\underset{Z}{\det}A^{d'}}, \tag{2}$$

где $A^{d'}$ - дополнительное структурное число электрической цепи двухполюсника при разомкнутых входных зажимах; D - однострочное структурное число любого пути (через ветви схемы) между входными зажимами 1 и 1' двухполюсника; $Z = Z(s) = r + Ls + \frac{1}{Cs}$ - обобщенные сопротивления ветвей цепи двухполюсника.

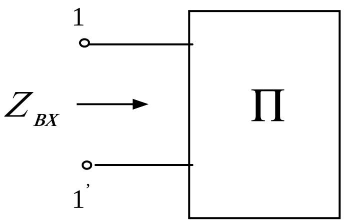

Рис.1

Отметим, что структурное число $A^{d'}D$ представляет собой дополнительное число A^{d} электрической цепи двухполюсника при замкнутых входных зажимах, следовательно, $\underset{Z}{\det}\left(A^{d'}D\right) = \underset{Z}{\det}A^{d}$ является детерминантом матрицы контурных сопротивлений цепи двухполюсника, т.е. $\underset{Z}{\det}A^{d} = \det Z$, откуда следует, что

$$\underset{Z}{\det}A^{d} = 0 \tag{3}$$

представляет собой характеристическое уравнение электрической цепи.

Рассмотрев дуальную форму выражения (2), получим соотношение, определяющее входную проводимость двухполюсника:

$$Y_{\text{вх}} = \frac{\underset{Y}{\det}(A_d B)}{\underset{Y}{\det}A}, \tag{4}$$

где A - структурное число цепи двухполюсника при замкнутых входных зажимах; B - однострочное структурное число любого сечения входного контура электрической цепи двухполюсника; Y - обобщенные проводимости ветвей схемы.

Учитывая, что $\underset{Y}{\det}A$ является детерминантом матрицы узловых проводимостей цепи двухполюсника, имеем $\underset{Y}{\det}A = \det Y$. Следовательно,

$$\underset{Y}{\det}A = 0 \tag{5}$$

представляет собой характеристическое уравнение электрической цепи.

Предложенный способ формирования характеристического многочлена электрической цепи применением алгебры структурных чисел сводится к определению детерминантных функций структурных или дополнительных структурных чисел электрической цепи, что значительно упрощает расчет и исследование переходных процессов в электрических цепях.

Пример. Задана схема некоторой электрической цепи (из которой устранены все активные элементы, рис.2) и ее параметры: $Z_1 = r_1$, $Z_2 = r_2$, $Z_3 = r_3$, $Z_4 = sL$, $Z_5 = 1/sC$, $Z_6 = r_6$.

Требуется составить характеристическое уравнение, соответствующее заданной схеме (рис.2).

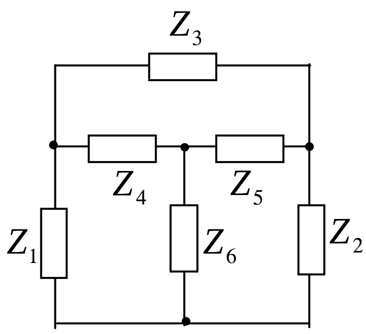

Рис.2

Решение:

$$A^d = [146]\ [256]\ [345] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 3 & 3 & 4 & 4 & 5 & 3 & 3 & 4 & 4 & 5 & 4 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 5 & 6 & 5 & 6 & 6 & 4 & 6 & 5 & 6 & 6 & 5 & 6 & 6 \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned} \det_Z A^d &= Z_1Z_2Z_3 + Z_1Z_2Z_4 + Z_1Z_2Z_5 + Z_1Z_3Z_5 + Z_1Z_3Z_6 + \\ &+ Z_1Z_4Z_5 + Z_1Z_4Z_6 + Z_1Z_5Z_6 + Z_2Z_3Z_4 + Z_2Z_3Z_6 + Z_2Z_4Z_5 + \\ &+ Z_2Z_4Z_6 + Z_2Z_5Z_6 + Z_3Z_4Z_5 + Z_3Z_4Z_6 + +Z_3Z_5Z_6 = \\ &= L_1(r_1r_2 + r_1r_6 + r_2r_3 + r_3r_6 + r_2r_6)s^2 + \\ &+ \left[r_3(r_1r_2 + r_1r_6 + r_2r_3 + r_3r_6 + r_2r_6) + \frac{L}{C}(r_1 + r_2 + r_3) \right]s + \\ &+ \frac{1}{C}(r_1r_2 + r_1r_3 + r_1r_6 + r_2r_6 + r_3r_6) = 0. \end{aligned}$$

Это и есть характеристическое уравнение заданной цепи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Беллерт С., Возняцки Г.** Анализ и синтез электрических цепей методом структурных чисел. -М.: Мир, 1972. - 327с.
2. **Нейман Л. Р., Демирчян К.С.** Теоретические основы электротехники.-М.: Энергия, 1966. - 327с.
3. **Поливанов К. М.** Теоретические основы электротехники. - М.: Энергия, 1965. - 357с.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 20.03.2000.

Գ.Դ. ՀԱԿՈԲՋԱՆՅԱՆ, Վ.Ս. ՍԱՖԱՐՅԱՆ

ԿԱՌՈՒՑՎԱԾՔԱՅԻՆ ԹՎԵՐԻ ԿԻՐԱՌՈՒՄԸ ԳԾԱՅԻՆ ԷԼԵԿՏՐԱԿԱՆ ՇՂԹԱՆԵՐՈՒՄ ԱՆՑՈՒՄԱՅԻՆ ԳՈՐԾԸՆԹԱՑՆԵՐԸ ՀԱՇՎԵԼԻՍ

Օգտվելով կառուցվածքային թվերի հանրահաշվից, առաջարկվում է պարզ մեթոդ՝ ցանկացած բարդության էլեկտրական շղթաների բնութագրիչ հավասարումների կազմման համար:

G.D. HAKOPJANYAN, V.S. SAFARYAN

STRUCTURAL NUMBER APPLICATION TO THE TRANSITIONAL PROCESS CALCULATION IN LINEAR ELECTRICAL CIRCUITS

A simple method of chracteristic equation formation of any electrical circuit using structural numbers is proposed.