

В.С. ХАЧАТРЯН, Н.П. БАДАЛЯН, К.В. ХАЧАТРЯН, К.К. МАРКАРЯН

**РАСЧЕТ УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА  
ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ, КОГДА  
СТАНЦИОННЫЕ УЗЛЫ ТИПА P-U ПРЕВРАЩАЮТСЯ В  
НАГРУЗОЧНЫЕ УЗЛЫ ТИПА P-Q**

Предлагается метод выбора состава и структуры систем нелинейных алгебраических уравнений установившегося режима ЭЭС, когда изменяется исходная информация относительно станционных узлов. Метод обеспечивает высокую маневренность при решении практических задач.

**Ключевые слова:** матрица, модель, информация, мощность, узел, нагрузка, электроэнергетическая система, режим.

При решении практических задач расчета установившегося режима электроэнергетической системы (ЭЭС) в большинстве случаев станционные узлы типа P-U превращаются в нагрузочные узлы типа P-Q, что приводит к изменению как состава, так и структуры систем нелинейных алгебраических уравнений [1-6].

Целью статьи является решение Y-Z систем нелинейных алгебраических уравнений установившегося режима ЭЭС, когда станционные узлы типа P-U переходят в нагрузочные узлы типа P-Q.

Как известно, Y-Z системы нелинейных алгебраических уравнений установившегося режима ЭЭС, представленных в неявновыраженных формах, имеют вид [5]

$$\begin{cases} \Phi_{pm} = P_m - [P_{Bm} + \varphi_{pm}(U_n, \Psi_{un})] = 0, \\ \Phi_{qm} = Q_m - [Q_{Bm} + \varphi_{qm}(U_n, \Psi_{un})] = 0, \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \Phi_{pk} = P_k - [P_{Bk} + \varphi_{pk}(I'_\ell, I''_\ell)] = 0, \\ \Phi_{qk} = Q_k - [Q_{Bk} + \varphi_{qk}(I'_\ell, I''_\ell)] = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Если система (1) относится к станционным узлам (индексы m, n), то система (2) - к нагрузочным узлам (индексы k,  $\ell$ ) рассматриваемой ЭЭС.

В системе уравнений (1) имеем

$$\varphi_{pm}(U_n, \Psi_{Un}) = U_m \sum_{n=1}^{\Gamma} [g_{m,n} \cos(\Psi_{Um} - \Psi_{Un}) + b_{m,n} \sin(\Psi_{Um} - \Psi_{Un})], \quad (3)$$

$$\varphi_{qm}(U_n, \Psi_{Un}) = U_m \sum_{n=1}^{\Gamma} [g_{m,n} \sin(\Psi_{Um} - \Psi_{Un}) - b_{m,n} \cos(\Psi_{Um} - \Psi_{Un})], \quad (4)$$

а в системе уравнений (2):

$$\varphi_{pk}(I'_\ell, I''_\ell) = \sum_{\ell=\Gamma+1}^M [R_{k,\ell} (I'_k I'_\ell + I''_k I''_\ell) + X_{k,\ell} (I''_k I'_\ell - I'_k I''_\ell)], \quad (5)$$

$$\varphi_{qk}(I'_\ell, I''_\ell) = - \sum_{\ell=\Gamma+1}^M [R_{k,\ell} (I''_k I'_\ell - I'_k I''_\ell) - X_{k,\ell} (I'_k I'_\ell + I''_k I''_\ell)]. \quad (6)$$

Величины  $P_{Bm}, Q_{Bm}$ , входящие в систему (1), и  $P_{Bk}, Q_{Bk}$ , входящие в систему (2), определяются соответственно выражениями (3) и (4), (5) и (6), приведенными в [5].

Исходной для составления систем уравнений (1) и (2) явилась Y-Z гибридная матрица, которая имеет вид

$$Y - Z = \left[ \begin{array}{c|c} Y_{mn} - Y_{mk} Z_{k\ell} Y_{\ell n} & Y_{mk} Z_{k\ell} \\ \hline -Z_{k\ell} Y_{\ell n} & Z_{k\ell} \end{array} \right], \quad (7)$$

где

$$Z_{k,\ell} = Y_{k\ell}^{-1}. \quad (8)$$

Можно из (7) и (8) заметить, что самым трудоемким моментом является вопрос установления  $Z_{k,\ell}$ , что связано с обращением матрицы  $Y_{k\ell}$ .

Первоначально предполагается, что все стационарные узлы являются узлами типа P-U. При составлении систем нелинейных алгебраических уравнений (1) и (2) была использована Y-Z расчетная квадратная матрица (7). Представим матрицу (7) в виде

$$Y - Z = \left[ \begin{array}{c|c} Y_{\Gamma\Gamma} & \dot{A}_{\Gamma H} \\ \hline \dot{B}_{H\Gamma} & Z_{HH} \end{array} \right], \quad (9)$$

где нижние индексы показывают порядки отдельных подматриц.

Предположим, что последний  $\Gamma$ -й стационарный узел типа P-U превращается в нагрузочный узел типа P-Q. Это означает, что в этом узле потребляемая мощность нагрузки больше, чем вырабатываемая электрической станцией. При этом расчетная Y-Z матрица (9) структурно меняется и представляется как

$$Y - Z = \left[ \begin{array}{c|c} Y_{\Gamma-1, \Gamma-1} & \dot{A}_{\Gamma-1, H+1} \\ \hline \dot{B}_{H+1, \Gamma-1} & Z_{H+1, H+1} \end{array} \right]. \quad (10)$$

Поскольку для стационарных узлов типа P-U искомыми переменными являются аргументы комплексных напряжений, то, исключая из (1) вторую

систему, оставшиеся, формируя на основании (10), представим в виде

$$\left[ \begin{array}{l|l} \Phi_{pm}(\Psi_{Un}) = 0 & \\ \hline & \Phi_{pk}(I'_\ell, I''_\ell) = 0 \\ & \Phi_{qk}(I'_\ell, I''_\ell) = 0 \end{array} \right]. \quad (11)$$

В верхней левой системе уравнений пределом суммы выражения  $\Phi_{pm}$  будет  $1 \rightarrow (\Gamma-1)$ , тогда как пределом суммы выражений  $\Phi_{pk}$ ,  $\Phi_{qk}$ , входящих в нижнюю правую систему, будет  $\Gamma(M)$ .

Для решения верхней левой и нижней правой систем принимается соответственно сочетание методов второго и первого порядков.

Составляя вспомогательную квадратичную функцию  $F(\Psi)$  для верхней левой системы нелинейных алгебраических уравнений установившегося режима, из условия ее минимума устанавливаем следующее рекуррентное выражение для определения деления искомых аргументов комплексных напряжений станционных узлов:

$$[\Psi_{Um}]^{I+1} = [\Psi_{Um}]^I - \left[ \frac{\partial^2 F(\Psi)}{\partial \Psi^2} \right]^{-1} \times \left[ \frac{\partial F(\Psi)}{\partial \Psi} \right]_I, \quad (12)$$

где  $I$  - номер итерации.

Частные производные первого и второго порядков, входящие в (12), определяются соответственно:

- при  $m=p$ :

$$\frac{\partial F(\Psi)}{\partial \Psi_{Un}} = 2 \sum_{m=1}^{\Gamma-1} \Phi_{pm}(\Psi_U) \frac{\partial \Phi_{pm}(\Psi_U)}{\partial (\Psi_U)}, \quad (13)$$

$$\frac{\partial^2 F(\Psi)}{\partial \Psi_{Un}^2} = 2 \sum_{m=1}^{\Gamma-1} \left( \frac{\partial \Phi_{pm}(\Psi)}{\partial \Psi_{Un}} \right)^2 + \Phi_{pm}(\Psi) \frac{\partial^2 \Phi_{pm}(\Psi)}{\partial \Psi_{Un}^2}; \quad (14)$$

- при  $m(n)$ :

$$\frac{\partial^2 F(\Psi)}{\partial \Psi_{Um} \partial \Psi_{Un}} = 2 \sum_{m=1}^{\Gamma-1} \left( \frac{\partial \Phi_{pm}(\Psi)}{\partial \Psi_{Um}} \frac{\partial \Phi_{pm}(\Psi)}{\partial \Psi_{Un}} \right)^2 + \Phi_{pm}(\Psi) \frac{\partial^2 \Phi_{pm}(\Psi)}{\partial \Psi_{Um} \partial \Psi_{Un}}. \quad (15)$$

Частные производные первого и второго порядков, входящие в (13)–(15), определяются на основании первой функции системы (1) с учетом пределов суммы (3). При этом соответствующие частные производные определяются нижеприведенными выражениями:

$$\frac{\partial \Phi_{pm}}{\partial \Psi_{Um}} = - \left\{ P'_{mБ}(\Psi) - \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq m}}^{\Gamma-1} U_m [g_{m,n} \sin(\Psi_{Um} - \Psi_{Un}) - b_{m,n} \cos(\Psi_{Um} - \Psi_{Un})] U_n \right\},$$

$$\frac{\partial^2 \Phi_{pm}}{\partial \Psi_{Um}^2} = - \left\{ P''_{mБ}(\Psi) - \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq m}}^{\Gamma-1} U_m [g_{m,n} \cos(\Psi_{Um} - \Psi_{Un}) + b_{m,n} \sin(\Psi_{Um} - \Psi_{Un})] U_n \right\},$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \Psi_{Un}} = - \left\{ U_m [g_{m,n} \sin(\Psi_{Um} - \Psi_{Un}) - b_{m,n} \cos(\Psi_{Um} - \Psi_{Un})] U_n \right\},$$

(16)

$$\frac{\partial^2 \Phi_{pm}}{\partial \Psi_{Un}^2} = - \left\{ - U_m [g_{m,n} \cos(\Psi_{Um} - \Psi_{Un}) + b_{m,n} \sin(\Psi_{Um} - \Psi_{Un})] U_n \right\},$$

$$\frac{\partial \Phi_{pm}}{\partial \Psi_{Um} \partial \Psi_{Un}} = - \left\{ \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq m}}^{\Gamma-1} U_m [g_{m,n} \cos(\Psi_{Um} - \Psi_{Un}) + b_{m,n} \sin(\Psi_{Um} - \Psi_{Un})] U_n \right\},$$

$$\frac{\partial^2 \Phi_{pm}}{\partial \Psi_{Um} \partial \Psi_{Un}} = - \left\{ \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq m}}^{\Gamma-1} U_m [g_{m,n} \cos(\Psi_{Um} - \Psi_{Un}) + b_{m,n} \sin(\Psi_{Um} - \Psi_{Un})] U_n \right\}.$$

С другой стороны,

$$P'_{mБ}(\Psi) = \sum_{n=1}^{\Gamma-1} (g_{m,n} \sin \Psi_{Um} - b_{m,n} \cos \Psi_{Um}) U_0 U_m - \sum_{l=\Gamma}^M [(A'_{m,\ell} I'_\ell - A''_{m,\ell} I''_\ell) \sin \Psi_{Um} - (A'_{m,\ell} I''_\ell + A''_{m,\ell} I'_\ell) \cos \Psi_{Um}] U_n, \quad (17)$$

$$P''_{mБ}(\Psi) = \sum_{n=1}^{\Gamma-1} (g_{m,n} \cos \Psi_{Um} - b_{m,n} \sin \Psi_{Um}) U_0 U_m - \sum_{l=\Gamma}^M [(A'_{m,\ell} I'_\ell - A''_{m,\ell} I''_\ell) \cos \Psi_{Um} + (A'_{m,\ell} I''_\ell + A''_{m,\ell} I'_\ell) \sin \Psi_{Um}] U_n. \quad (18)$$

Для решения нижней правой системы формы (11) на основании метода Ньютона-Рафсона можно написать следующее рекуррентное выражение относительно искомым составляющих узловых комплексных токов:

$$\begin{bmatrix} I'_k \\ I''_k \end{bmatrix}^{M+1} = \begin{bmatrix} I'_k \\ I''_k \end{bmatrix}^M - \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi_{pk}}{\partial I'_\ell} & \left| \frac{\partial \Phi_{pk}}{\partial I''_\ell} \right. \\ \frac{\partial \Phi_{qk}}{\partial I'_\ell} & \left| \frac{\partial \Phi_{qk}}{\partial I''_\ell} \right. \end{bmatrix}. \quad (19)$$

Частные производные первого порядка, входящие в (19), определяются на основании системы (2) с учетом соответствующих пределов суммы (5) и (6):

- при одинаковых индексах, т.е. когда  $\ell = k$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi_{pk}}{\partial I'_k} &= - \left[ \frac{\partial P_{Bk}}{\partial I'_k} + 2R_{k,k} I'_k + \sum_{\substack{\ell=\Gamma \\ \ell \neq k}}^M (R_{k,\ell} I'_\ell - X_{k,\ell} I''_\ell) \right], \\ \frac{\partial \Phi_{pk}}{\partial I''_k} &= - \left[ \frac{\partial P_{Bk}}{\partial I''_k} + 2R_{k,k} I''_k + \sum_{\substack{\ell=\Gamma \\ \ell \neq k}}^M (R_{k,\ell} I''_\ell + X_{k,\ell} I'_\ell) \right], \\ \frac{\partial \Phi_{qk}}{\partial I'_k} &= - \left[ \frac{\partial Q_{Bk}}{\partial I'_k} + 2X_{k,k} I'_k + \sum_{\substack{\ell=\Gamma \\ \ell \neq k}}^M (R_{k,\ell} I''_\ell + X_{k,\ell} I'_\ell) \right], \\ \frac{\partial \Phi_{qk}}{\partial I''_k} &= - \left[ \frac{\partial Q_{Bk}}{\partial I''_k} + 2X_{k,k} I''_k - \sum_{\substack{\ell=\Gamma \\ \ell \neq k}}^M (R_{k,\ell} I''_\ell - X_{k,\ell} I'_\ell) \right], \end{aligned} \quad (20)$$

где

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{Bk}}{\partial I'_k} &= U_0 - \sum_{n=1}^{\Gamma-1} B'_{k,n} U_0 + \sum_{n=1}^{\Gamma-1} (B'_{k,n} \cos \Psi_{Un} - B''_{k,n} \sin \Psi_{Un}) U_n \\ \frac{\partial P_{Bk}}{\partial I''_k} &= - \sum_{n=1}^{\Gamma-1} B''_{k,n} U_0 + \sum_{n=1}^{\Gamma-1} (B'_{k,n} \sin \Psi_{Un} + B''_{k,n} \cos \Psi_{Un}) U_n, \\ \frac{\partial Q_{Bk}}{\partial I'_k} &= - \sum_{n=1}^{\Gamma-1} B''_{k,n} U_0 + \sum_{n=1}^{\Gamma-1} (B'_{k,n} \sin \Psi_{Un} + B''_{k,n} \cos \Psi_{Un}) U_n, \\ \frac{\partial Q_{Bk}}{\partial I''_k} &= -U_0 - \sum_{n=1}^{\Gamma-1} B'_{k,n} U_0 - \sum_{n=1}^{\Gamma-1} (B'_{k,n} \cos \Psi_{Un} - B''_{k,n} \sin \Psi_{Un}) U_n; \end{aligned} \quad (21)$$

- при разных индексах, т.е. когда  $k \neq \ell$  :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi_{pk}}{\partial I'_\ell} &= -(\mathbf{R}_{k,\ell} I'_k + \mathbf{X}_{k,\ell} I''_k), & \frac{\partial \Phi_{pk}}{\partial I''_\ell} &= -(\mathbf{R}_{k,\ell} I''_k - \mathbf{X}_{k,\ell} I'_k), \\ \frac{\partial \Phi_{qk}}{\partial I'_\ell} &= -(-\mathbf{R}_{k,\ell} I''_k + \mathbf{X}_{k,\ell} I'_k), & \frac{\partial \Phi_{qk}}{\partial I''_\ell} &= -(\mathbf{R}_{k,\ell} I'_k + \mathbf{X}_{k,\ell} I''_k). \end{aligned} \quad (22)$$

В случае, когда два стационарных узла типа P-U превращаются в нагрузочные узлы типа P-Q, которые также вводятся в состав существующих нагрузочных узлов, Y-Z расчетная матрица (9) принимает вид

$$\mathbf{Y} - \mathbf{Z} = \left[ \begin{array}{c|c} \mathbf{Y}_{\Gamma-2, \Gamma-2} & \dot{\mathbf{A}}_{\Gamma-2, \text{H}+2} \\ \hline \dot{\mathbf{B}}_{\text{H}+2, \Gamma-2} & \mathbf{Z}_{\text{H}+2, \text{H}+2} \end{array} \right]. \quad (23)$$

При этом системы нелинейных алгебраических уравнений (1), (2) установившегося режима ЭЭС формируются на основании (23).

Представляя соответствующие системы нелинейных алгебраических уравнений в виде (11), можно перейти к их решениям.

Поступая аналогичным образом, необходимо построить соответствующие рекуррентные выражения типа (12) и (19) и установить аналитические выражения частных производных первого и второго порядков, входящих в них.

Аналитические выражения искомых частных производных структурно не будут отличаться от вышеприведенных частных производных, только лишь необходимо учесть пределы сумм соответствующих функций.

Пользуясь предложенным методом, можно решить задачу расчета установившегося режима ЭЭС при любом количестве превращений стационарных узлов типа P-U в нагрузочный узел типа P-Q.

В заключение отметим, что предложенный метод обеспечивает высокую маневренность при практическом расчете установившихся режимов ЭЭС.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Хачатрян В.С., Этмекчян Э.А.** Развитие гибридного метода расчета установившегося режима электрической системы // Электричество. - 1991. - №1. - С. 6-13.
2. **Хачатрян В.С., Аль-Дарвиш М.Б.** Решение Y-Z формы уравнений установившегося режима электроэнергетической системы с применением матрицы Гессе // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. - 1997. - Т.50, №1. - С. 194-203.

3. **Аль-Дарвиш М.Б.** Решение Y-Z формы уравнений установившегося режима электроэнергетической системы с помощью матрицы Гессе с постоянными элементами // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН.-1998. - Т.51, №2.- С. 170-178.
4. **Хачатрян К.В.** К решению системы нелинейных алгебраических уравнений установившегося режима электроэнергетических систем методом Ньютона-Рафсона // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН.-1999.- Т.52, №1.- С. 38-43.
5. **Хачатрян К.В.** Расчет установившегося режима ЭЭС при P-U типе станционных узлов // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН.-2000.- Т.53, №1.- С. 39-43.
6. **Хачатрян В.С., Бадалян Н.П., Хачатрян К.В., Маркарян К.К.** Метод коррекции Y-Z расчетной матрицы ЭЭС // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН.-2001.- Т.54, №1.- С. 39-43.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 20.03.1999.

**Վ.Ս. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ, Ն.Պ. ԲԱԴԱԼՅԱՆ, Կ.Վ. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ,  
Կ.Կ. ՄԱՐԿԱՐՅԱՆ**

**ԷԼԵԿՏՐԱԷՆԵՐԳԵՏԻԿԱԿԱՆ ՀԱՍՄԱԿԱՐԳԻ ԿԱՑՈՒՆԱՑՎԱԾ ՈՆԺԻՄԻ  
ՀԱՇՎՈՒՄԸ P-U ՏԵՍՔԻ ԿԱՅԱՆԱՅԻՆ ՀԱՆԳՈՒՅՑՆԵՐԻ՝ P-Q ՏԵՍՔԻ  
ԲԵՌԱՅԻՆ ՀԱՆԳՈՒՅՑՆԵՐԻ ՎԵՐԱԾՎԵԼՈՒ ԴԵՊՔՈՒՄ**

Առաջարկվում է էլեկտրաէներգետիկական համակարգի կայունացված ռեժիմի հավասարումների համակարգի կազմի և կառուցվածքի ընտրման մեթոդ, երբ տեղի է ունենում կայանային հանգույցների նկատմամբ տրված նախնական ինֆորմացիայի փոփոխություն: Գործնական խնդիրների լուծման ժամանակ մեթոդն ապահովում է մեծ մանկվրայնություն:

**V.S. KHACHATRYAN, N.P. BADALYAN, K.V. KHACHATRYAN,  
K.K. MARKARYAN**

**ELECTRIC POWER SYSTEM STANDARD PRACTICE CONDITION  
CALCULATION WHEN P-U TYPE STATION NODES TURN INTO  
P-Q TYPE LOADING NODES**

A method of selecting composition and structure for nonlinear simultaneous equations of EPS standard practice when changing initial information on station nodes has been proposed. This method provides high manoeuvring in solving practical tasks.