ISSN 0002-306X. Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2002. Т. LV, № 1.

УДК 621.81.002.22 МАШИНОСТРОЕНИЕ

М.Г. СТАКЯН, А.Р. ДЕМИРХАНЯН, А.А. СОГОМОНЯН

ПОСТАНОВКА ОПТИМАЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ НА УСТАЛОСТЬ

Сообщение 1. Расчетная методика и алгоритм статистического эксперимента

Разработаны методика и алгоритм минимизации объема и длительности испытаний на усталость. Используя метод датчика случайных чисел и результаты ранее выполненных массовых испытаний на усталость, на ЭВМ реализованы серии многочисленных искусственно генерированных отдельных выборок, объемы которых постепенно уменьшаются. Для каждой серии отдельных выборок, при постоянном объеме данных, рассчитаны основные статистические характеристики, произведена проверка соответствия нормальности распределения и получены их эмпирические функции распределения.

Ключевые слова: испытания на усталость, статистический эксперимент, совокупность, выборка, объем и продолжительность испытаний.

Повышение точности оценок характеристик механических свойств материалов и других исследуемых параметров в рамках одномерной статистической задачи и применение рациональной методики обработки данных при минимальном объеме экспериментов являются одной из основных проблем планирования механических испытаний. В связи с относительно высокой стоимостью реализации длительных испытаний (на усталость, трение и износ, ползучесть и др.) наряду с обеспечением необходимой точности оценок немаловажное значение приобретают экономические и временные аспекты планирования испытаний [1].

Точного решения задачи оптимизации длительных испытаний не существует, а предложенные зависимости и рекомендации несколько громоздки и требуют предварительной информации о характере изменения основных статистик исследуемых параметров [1-3], в связи с чем носят приближенный характер. Эффективность планирования в конечном итоге зависит от достоверности построения медианной эмпирической функции распределения и ее доверительных границ.

Точность расчетных оценок связана с необходимостью проведения массовых испытаний, реализуемых парком параллельно работающих лабораторных установок. Однако после определенного объема испытаний дальнейшее его увеличение приводит к незначительному и экономически необоснованному повышению точности оценок за счет полного охвата “массива” данных. Несмотря на большое количество экспериментальных исследований по отдельным видам механических испытаний, нет четких рекомендаций об устойчивости медианных значений исследуемых параметров и законе изменения их дисперсий в связи с вариацией объема выборки, поэтому назначение этого объема производится приближенными методами, без строгих статистических оценок, учитывающих свойства материала, параметры технологических процессов и условия испытаний, и в большинстве случаев носит интуитивный характер. Это положение нашло свое отражение в стандартах и справочной литературе [1-3].

Из одномерных статистических задач рассмотрена наиболее характерная и распространенная - испытания на усталость при заданном уровне перенапряжений σ_i. Используя результаты ранее проведенных массовых испытаний на усталость (консольный изгиб с вращением образцов из алюминиевого сплава АВ, d=7,5 *мм*) [1], на ЭВМ можно реализовать статистический эксперимент и с помощью метода ДСЧ (датчик случайных чисел) моделировать реальный случайный процесс получения опытных данных при работе машинного парка испытательной лаборатории. Цель эксперимента - разработка инженерного метода и рекомендаций для минимизации объема и суммарной длительности испытаний с учетом заданного уровня ошибки исследуемых параметров.

Для вероятностной оценки циклической долговечности деталей в области многоцикловой усталости приняты уравнения медианной функции распределения логарифмов долговечностей ($x_i = \lg N_i$) и ее доверительных границ (верхних - “в”, нижних - “н”) [1]:

$$\hat{x}_p = \bar{x} + z_p s; \tag{1}$$

$$x_p^{(в,н)} = \bar{x} \pm t'_\beta s/\sqrt{n}; \tag{2}$$

$$t'_\beta = \left[\left(1-\frac{1}{4k}\right)\Delta + z_\beta\sqrt{\left(1-\frac{1}{4k}\right)^2 - \frac{z_\beta^2}{2k} + \frac{\Delta^2}{2k}}\right] \Big/ \left[\left(1-\frac{1}{4k}\right)^2 - \frac{z_\beta^2}{2k}\right], \tag{3}$$

где $\Delta = z_p\sqrt{n}$ - параметр нецентральности; $\bar{x}$, s - выборочные среднее и с.к.о. вариационного ряда; z_p, z_β - квантили функции Лапласа соответственно для заданных уровней вероятностей неразрушения $P(N)$ и β (обычно $\beta = 1-\alpha = 0{,}95$); t'_β - квантиль уровня β нецентрального распределения Стьюдента для “степеней свободы” $k = n-1$; α - уровень значимости (надежность вывода).

Для реализации статистического эксперимента аналогично [4] разработан следующий вычислительный алгоритм: 1. Общая часть. 2. Генерация искусственных выборок и расчет их статистик. 3. Определение вероятностных значений статистик, коэффициентов относительных ошибок и сокращения длительности испытаний. 4. Составление номограмм относительных коэффициентов.

1. Первоначально из общей совокупности данных $x_i = \lg N_i$, $i = \overline{1, n_o}$ составляют вариационный ряд логарифмов циклических долговечностей $\lg N_i$, и каждому члену ряда присваивают трехзначный код. Определяют суммарную долговечность $\sum_{i=1}^{n_o} N_i$ и ее логарифм $\lg \sum_{i=1}^{n_o} N_i$, характеризующие машинное

время испытаний для общей совокупности, а также статистики вариационного ряда:

$$\bar{x}_o = \sum_{i=1}^{n_o} x_i / n_o ,\ s_o^2 = \frac{1}{(n_o - 1)} \left[\sum_{i=1}^{n_o} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n_o} x_i \right)^2 \Big/ n_o \right],\ v_o = s_o / \bar{x}_o . \quad (4)$$

Затем производят комплексную проверку нормальности распределения общей совокупности по критериям согласия W, ω^2, λ и χ^2 (программа SMDA1) [5].

2. Согласно схеме проведения статистического эксперимента (табл.1) из общей совокупности данных генерируются искусственные выборки.

Таблица 1

Схема статистического эксперимента

Объем выборки	$n_o = 500$ (общая совокупность)	n_1	n_2	n_3	. . .	n_i	. . .	n_m
Количество повторных выборок при $n_i = \text{const}$	1	u_1	u_2	u_3	. . .	u_i	. . .	u_m

Примечания: 1. Значения $n_i(u_i)$ *для каждой серии экспериментов равны:*

$n_i(u_i)$ = *450(5), 400(6), 350(7), 300(8), 250(10), 200(15), 175(20), 150(25), 125(30), 100(40), 90(50), 80(60), 70(70), 60(80), 50(90), 40(100), 30(100).*

2. Серии статистических экспериментов: $i = \overline{1, m}$, $m = 17$.

3. Общее число выборок - $1 + \sum_{i=1}^{m} u_i$.

Для этого, используя стандартную программу RANDOM [6], производится генерация кодов, их случайный отбор и анализ, отбрасывание повторно попавшихся кодов и окончательное формирование отдельной выборки объемом n_i , а по ней - вариационного ряда. С целью обеспечения сходимости результатов вычислений формирование объема n_i и расчеты по нему повторяются u_i раз по принципу организации независимых статистических экспериментов, причем с увеличением значений n_i частота повторных вычислений u_i постепенно затухает (табл.1). Для каждого вариационного ряда k объемом $\nu = \overline{1, n_i}$ согласно (4) определяют статистики $\bar{x}_k$, s_k^2 , v_k , а также логарифм суммарной долговечности ряда $\lg \sum_{\nu=1}^{n_i} N_k$. По завершении каждой серии вычислений (n_i , u_i) с целью обобщения результатов составляют вариационные ряды значений $\bar{x}_k$, s_k^2 , v_k , $\lg \sum_{\nu=1}^{n_i} N_k$, $k = \overline{1, u_i}$, аналогично (4) вычисляют средние $\bar{x}_i$, s_i^2 , v_i ,

$\lg\sum_{\nu=1}^{n_i} N_i$, а также их с.к.о. и коэффициенты вариации (5), а затем формируют одномерную статистическую таблицу для серии вычислений (n_i, u_i) (табл.2).

$$\left.\begin{aligned}
&\overline{x}_i = \sum_{k=1}^{u_i} \overline{x}_k / u_i, \quad s^2_{\overline{x}_i} = \frac{1}{u_i - 1}\left[\sum_{k=1}^{u_i} \overline{x}_k^2 - \left(\sum_{k=1}^{u_i} \overline{x}_k\right)^2 \Big/ u_i\right], \qquad v_{\overline{x}_i} = s_{\overline{x}_i} / \overline{x}_i;\\
&s_i^2 = \sum_{k=1}^{u_i} s_k^2 / u_i, \quad s^2_{s_i^2} = \frac{1}{u_i - 1}\left[\sum_{k=1}^{u_i} \left(s_k^2\right)^2 - \left(\sum_{k=1}^{u_i} s_k^2\right)^2 \Big/ u_i\right], \quad v_{s_i^2} = s_{s_i^2} / s_i^2;\\
&v_i = \sum_{k=1}^{u_i} v_k / u_i, \quad s^2_{v_i} = \frac{1}{u_i - 1}\left[\sum_{k=1}^{u_i} v_k^2 - \left(\sum_{k=1}^{u_i} v_k\right)^2 \Big/ u_i\right], \qquad v_{v_i} = s_{v_i} / v_i;\\
&\lg\sum_{k=1}^{u_i} N_i = \sum_{k=1}^{u_i} \lg\sum_{\nu=1}^{n_i} N_k \Big/ u_i,\\
&s^2_{\lg\sum N_i} = \frac{1}{u_i - 1}\left[\sum_{k=1}^{u_i}\left(\lg\sum_{\nu=1}^{n_i} N_k\right)^2 - \left(\sum_{k=1}^{u_i} \lg\sum_{\nu=1}^{n_i} N_k\right)^2 \Big/ u_i\right],\\
&v_{\lg\sum N_i} = s_{\lg\sum N_i} \Big/ \lg\sum_{\nu=1}^{n_i} N_i.
\end{aligned}\right\} .(5)$$

Проверяют однородность ряда дисперсий s_k^2 по критерию Кочрена [1]:

$$G_{max} = s^2_{max} \Big/ \sum_{k=1}^{u_i} s_k^2 \le G_{max,\alpha}, \tag{6}$$

где s^2_{max} - максимальная дисперсия вариационного ряда s_k^2; $G_{max,\alpha}$ - критериальное значение G_{max} при $\alpha = 0{,}05$, $k = n - 1$.

Следует доказать также, что генерированные вариационные ряды $k = \overline{1, u_i}$ (табл.2) являются выборками одной и той же общей совокупности, т.е. произвести однофакторный дисперсионный анализ. Для этого определяют дисперсию между вариационными рядами s_I^2 и остаточную дисперсию (внутреннюю) s_{II}^2 :

$$\left.\begin{aligned} s_I^2 = s_{\bar{x}_i}^2 &= \frac{1}{u_i - 1}\left[\sum_{k=1}^{u_i} \bar{x}_k^2 - \left(\sum_{k=1}^{u_i} \bar{x}_k\right)^2 \Big/ u_i\right]; \\ s_{II}^2 &= \frac{1}{u_i(n_i - 1)}\left[\sum_{k=1}^{u_i}\sum_{\nu=1}^{n_i} x_{k\nu}^2 - \left(\sum_{k=1}^{u_i}\sum_{\nu=1}^{n_i} x_{k\nu}\right)^2 \Big/ n_i u_i\right]. \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

Проверку "нулевой" гипотезы однородности выборочных средних производят согласно F-критерию

$$F = s_I^2 / s_{II}^2 \le F_{1-\alpha}, \quad (8)$$

где $F_{1-\alpha}$ - критериальное значение F при $\alpha = 0{,}05$, $k_1 = u_i - 1$, $k_2 = u_i(n_i - 1)$.

Если удовлетворяется условие (8), определяют выборочную полную (общую) дисперсию s^2:

Таблица 2

Схема вычислений для одной серии статистических экспериментов (n_i=const)

К-во повторных выборок	Вариационные ряды $x_{k\nu}$, $k = \overline{1, u_i}$, $\nu = \overline{1, n_i}$	$\bar{x}_k$	s_k^2	v_k	$\lg\sum_{\nu=1}^{n_i} N_k$
1	$x_{11}, x_{12}, x_{13}, \cdots, x_{1\nu}, \cdots, x_{1n_i}$	$\bar{x}_1$	s_1^2	v_1	$\lg\sum_{\nu=1}^{n_i} N_1$
2	$x_{21}, x_{22}, x_{23}, \cdots, x_{2\nu}, \cdots, x_{2n_i}$	$\bar{x}_2$	s_2^2	v_2	$\lg\sum_{\nu=1}^{n_i} N_2$
3	$x_{31}, x_{32}, x_{33}, \cdots, x_{3\nu}, \cdots, x_{3n_i}$	$\bar{x}_3$	s_3^2	v_3	$\lg\sum_{\nu=1}^{n_i} N_3$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
k	$x_{k1}, x_{k2}, x_{k3}, \cdots, x_{k\nu}, \cdots, x_{kn_i}$	$\bar{x}_k$	s_k^2	v_k	$\lg\sum_{\nu=1}^{n_i} N_k$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
u_i	$x_{u_i 1}, x_{u_i 2}, x_{u_i 3}, \cdots, x_{u_i \nu}, \cdots, x_{u_i n_i}$	$\bar{x}_{u_i}$	$s_{u_i}^2$	v_{u_i}	$\lg\sum_{\nu=1}^{n_i} N_{u_i}$
Обобщенные статистики	средние значения	$\bar{x}_i$	s_i^2	v_i	$\lg\sum_{\nu=1}^{n_i} N_i$
	среднеквадратические отклонения	$s_{\bar{x}_i}^2$	$s_{s_i^2}^2$	$s_{\nu_i}^2$	$s_{\lg\sum N_i}^2$
	Коэффициенты вариации	$v_{\bar{x}_i}$	$v_{s_i^2}$	v_{ν_i}	$v_{\lg\sum N_i}$

Примечание. $x_{k\nu} = \lg N_{k\nu}$.

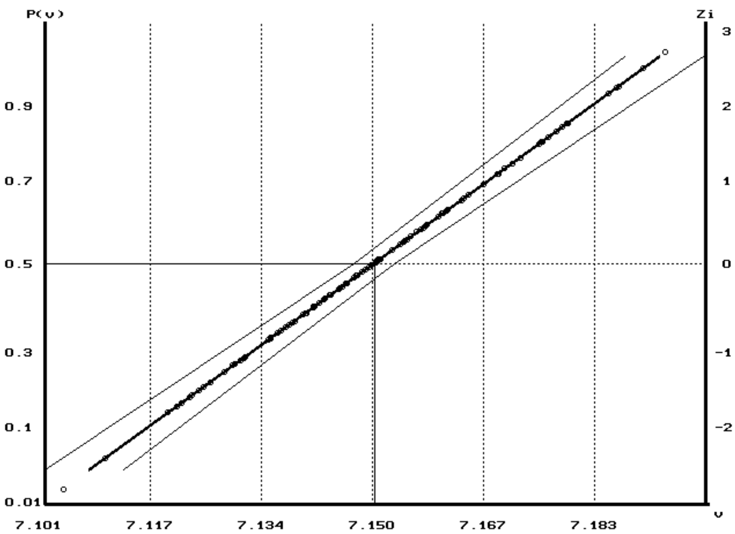
$$s^2 = \frac{1}{n_i u_i - 1}\left[\sum_{k=1}^{u_i}\sum_{\nu=1}^{n_i} x_{k\nu}^2 - \left(\sum_{k=1}^{u_i}\sum_{\nu=1}^{n_i} x_{k\nu}\right)^2 \Big/ n_i u_i\right], \qquad (9)$$

а также доверительные интервалы генеральной средней a и генеральной дисперсии σ^2:

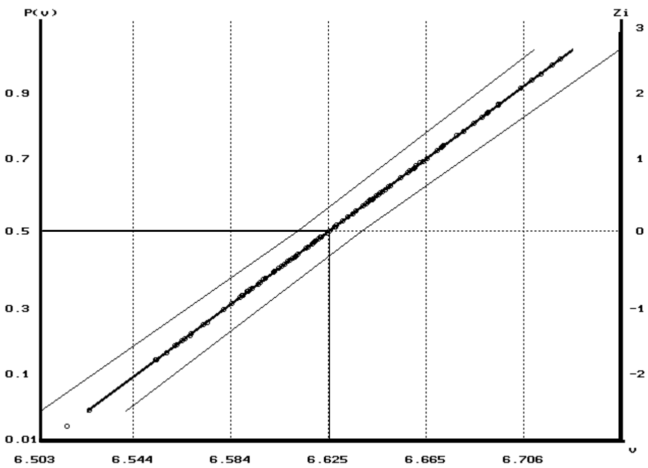
$$\left.\begin{aligned} &a_1 < a < a_2, && \sigma_1^2 < \sigma < \sigma_2^2; \\ &a_{1,2} = \overline{x}_i \mp s t_{\alpha,k} \Big/ \sqrt{u_i n_i}, && \sigma_{1,2}^2 = s^2 (n_i u_i - 1) \big/ \chi^2_{P_{1,2}}. \end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

В (10) $t_{\alpha,k}$ - квантиль распределения Стьюдента при $\alpha = 0{,}05$, $k_1 = n_i u_i - 1$; $\chi^2_{P_1}, \chi^2_{P_2}$ - квантили распределения Пирсона при $P_1 = 0{,}05$, $P_2 = 0{,}95$, $k_1 = n_i u_i - 1$.

Отсутствие априорной информации о законе распределения указанных величин вызывает необходимость проведения комплексной проверки нормальности вариационных рядов $\overline{x}_k$, s_k^2, v_k, $\lg\sum_{\nu=1}^{n_i} N_k$ по критериям согласия w, ω^2, λ и χ^2 [5]. Проверка показала, что в большинстве случаев рассмотренные вариационные ряды с надежностью вывода α=0,05 соответствуют нормальному закону, что подтверждается также графическими построениями функций (1) (рис) При удовлетворении "нулевой" гипотезы соответствия нормальному закону согласно (1)-(3) определяют их эмпирические функции распределения и доверительные границы.



а)



б)

Рис. Эмпирические функции распределения $\lg\sum_{\nu=1}^{n_i} N_k$ и их 90%-е доверительные границы: а и б - при n_i =100 и n_i =30 (u_i =100)

Статистики $\overline{x}_i$, s_i^2, v_i и $\lg\sum_{\nu=1}^{n_i} N_i$ в табл.2 фактически являются медианными характеристиками обобщенной (априорной) выборки для каждой серии статистических экспериментов (n_i , u_i).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Степнов М.Н.** Статистические методы обработки результатов механических испытаний: Справ. - М.: Машиностр., 1985. - 232 с.
2. **ГОСТ 25.502-79.** Методы механических испытаний металлов. Методы испытаний на усталость. - М.: Изд-во станд., 1980. - 32 с.
3. **Школьник П.М.** Методика усталостных испытаний: Справ. - М.: Металлургия, 1978. - 304 с.
4. **Стакян М.Г., Исаханян Н.С., Борисенко А.И.** Вопросы оптимизации испытаний на усталость //Изв. АН АрмССР. Сер. ТН. - 1988. - Т. 41, ^{1}3. - С. 3-14.
5. **Стакян М.Г., Демирханян А.Р.** Модифицированный метод проверки нормальности распределения результатов механических испытаний // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН.- 2000.- Т.53, ^{1}3.- С.271 - 280.
6. **Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К.** Машинные методы математических вычислений. - М.: Мир, 1980. - 280 с.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 10.04.2001.

Մ.Գ. ՍՏԱԿՅԱՆ, Ա.Ռ. ԴԵՄԻՐԽԱՆՅԱՆ, Ա.Հ. ՍՈՂՈՄՈՆՅԱՆ

ԼԱՎԱՐԿՎԱԾ ՀՈԳՆԱԾԱՅԻՆ ՓՈՐՁԱՐԿՈՒՄՆԵՐԻ ԴՐՎԱԾՔԸ

Հաղորդում 1. Վիճակագրական փորձարկման հաշվարկային մեթոդիկան եւ ալգորիթմը

Հոգնածային փորձարկումների ծավալի և տևողության նվազարկման նպատակով մշակված է մեթոդիկա և ալգորիթմ, համաձայն որոնց, նախկինում կատարված զանգվածային փորձարկումների արդյունքների հիմքով, օգտագործելով պատահական թվերի տվիչի մեթոդը, համակարգչի օգնությամբ ձևավորված են վիճակագրական փորձարկումների շարքեր: Իրական փորձարկումների արդյունքներով ձևավորվող բազմաքանակ արհեստական ընտրանքների ծավալներն աստիճանաբար նվազեցվում են և յուրաքանչյուրի համար հաշվարկվում դրանց վիճակագրական բնութագրերը: Կատարված են այդ բնութագրերի՝ նորմալ բաշխմանը համապատասխանելու ստուգումներ և ստացված են դրանց բաշխման փորձառական ֆունկցիաները:

M. G. STAKYAN, A.R. DEMIRKHANYAN, A.H. SOGHOMONYAN

OPTIMAL FATIQUE TEST ARRANGEMENT

Information 1. Design procedure and statistical test algorithm

A method and an algorithm for volume and duration fatigue test minimization are elaborated. Using a random number sensor method and the results of previously executed fatigue mass tests, the computer series of numerous artificially generated separate sampling, the volume being gradually reduced are realized. For each series of separate sampling with constant data volume, the basic statistical characteristics are calculated, distribution normality accordance checking is produced and empiric distribution functions are obtained.