

Н. П. БАДАЛАН

ПОСТРОЕНИЕ Y-Z, P-Q МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА ЭЭС И ЕЕ РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДОМ МИНИМИЗАЦИИ

Рассматриваются решения систем нелинейных алгебраических уравнений, вытекающие из Y-Z, P-Q математической модели установившегося режима ЭЭС методом минимизации с применением неособенных квадратных матриц Гессе.

Ключевые слова: метод, функция, матрица, узел, режим, уравнение, параметр, формула.

В настоящее время одним из перспективных направлений расчета установившихся режимов электроэнергетических систем (ЭЭС) является применение Y-Z математических моделей при различной форме задания исходной информации относительно станционных узлов [1-8]. При этом важное значение имеет выбор математического аппарата для их реализации.

В данной статье рассматривается реализация Y-Z, P-Q математической модели установившегося режима ЭЭС при сочетании методов декомпозиции и минимизации.

После удаления определенного количества ветвей исследуемую ЭЭС можно представить как совокупность радиально связанных подсистем. При этом соответствующая Y-Z математическая модель принимает вид

$$\begin{bmatrix} U_{m_1} \\ \vdots \\ \dot{I}_{k_1} \\ \vdots \\ U_{m_N} \\ \vdots \\ \dot{I}_{k_N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{U}_B \\ \vdots \\ \dot{I}_B \\ \vdots \\ \dot{U}_B \\ \vdots \\ \dot{I}_B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_{m_1, n_1} & A_{m_1, \ell_1} \\ \vdots & \vdots \\ \dot{B}_{k_1, n_1} & Y_{k_1, \ell_1} \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ Z_{m_N, n_N} & A_{m_N, \ell_N} \\ \vdots & \vdots \\ \dot{B}_{k_N, n_N} & Y_{k_N, \ell_N} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}_{n_1} \\ \vdots \\ \dot{U}_{\ell_1} \\ \vdots \\ \dot{I}_{n_N} \\ \vdots \\ \dot{U}_{\ell_N} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где индексы $m(n)$ относятся к станционным, а $k(\ell)$ - к нагрузочным узлам:

$$m, n = m_1(n_1); m_2(n_2); \dots; m_N(n_N), \quad (2)$$

$$k, \ell = k_1(\ell_1); k_2(\ell_2); \dots; k_N(\ell_N). \quad (3)$$

На основании (1) можно установить выражения векторов активных и реактивных мощностей отдельных подсистем в виде

$$P_{m_1} = P_{Am_1} + f_{pm_1}(I'_{n_1}, I''_{n_1}), \quad (4)$$

$$Q_{m_1} = Q_{Am_1} + f_{qm_1}(I'_{n_1}, I''_{n_1}), \quad (5)$$

$$P_{m_2} = P_{Am_2} + f_{pm_2}(I'_{n_2}, I''_{n_2}), \quad (6)$$

$$Q_{m_2} = Q_{Am_2} + f_{qm_2}(I'_{n_2}, I''_{n_2}), \quad (7)$$

$$\dots\dots\dots P_{m_N} = P_{Am_N} + f_{pm_N}(I'_{n_N}, I''_{n_N}). \quad (8)$$

$$Q_{m_N} = Q_{Am_N} + f_{qm_N}(I'_{n_N}, I''_{n_N}). \quad (9)$$

В (4) - (9) были приняты следующие обозначения:

$$\begin{cases} f_{pm}(I'_{n_i}, I''_{n_i}) = \sum_{n_i} [R_{m,n_i}(I'_m I'_{n_i} + I''_m I''_{n_i}) + X_{m,n_i}(I''_m I'_{n_i} - I'_m I''_{n_i})], \\ f_{qm}(I'_{n_i}, I''_{n_i}) = \sum_{n_i} [X_{m,n_i}(I'_m I'_{n_i} + I''_m I''_{n_i}) - R_{m,n_i}(I''_m I'_{n_i} - I'_m I''_{n_i})], \end{cases} \quad (10)$$

где $i=1, 2, \dots, N$.

Векторы активных и реактивных мощностей нагрузочных узлов отдельных подсистем определяются в виде

$$P_{k_1} = P_{Ak_1} + f_{pk_1}(U'_{\ell}, U''_{\ell}), \quad (11)$$

$$Q_{k_1} = Q_{Ak_1} + f_{qk_1}(U'_{\ell}, U''_{\ell}), \quad (12)$$

$$P_{k_2} = P_{Ak_2} + f_{pk_2}(U'_{\ell}, U''_{\ell}), \quad (13)$$

$$Q_{k_2} = Q_{Ak_2} + f_{qk_2}(U'_{\ell}, U''_{\ell}), \quad (14)$$

.....

$$P_{k_N} = P_{Ak_N} + f_{pk_N}(U'_{\ell}, U''_{\ell}), \quad (15)$$

$$Q_{k_N} = Q_{Ak_N} + f_{qk_N}(U'_{\ell}, U''_{\ell}). \quad (16)$$

В выражениях (11)–(16) были приняты обозначения:

$$\begin{cases} f_{pk}(U'_{\ell_i}, U''_{\ell_i}) = \sum_{\ell_i} [R_{k,\ell_i}(U'_k U'_{\ell_i} + U''_k U''_{\ell_i}) + X_{k,\ell_i}(U''_k U'_{\ell_i} - U'_k U''_{\ell_i})], \\ f_{qk}(U'_{\ell_i}, U''_{\ell_i}) = \sum_{\ell_i} [X_{k,\ell_i}(U'_k U'_{\ell_i} + U''_k U''_{\ell_i}) - R_{k,\ell_i}(U''_k U'_{\ell_i} - U'_k U''_{\ell_i})], \end{cases} \quad (17)$$

где $i=1, 2, \dots, N$.

Выражения (4)–(9) являются функциями составляющих комплексных токов станционных узлов, а (11)–(16) зависят от составляющих комплексных напряжений нагрузочных узлов.

При этом, применяя соответствующие обозначения:

$$F_{pm_i}(I'_{n_i}, I''_{n_i}) = 0, \quad (18)$$

$$F_{qm_i}(I'_{n_i}, I''_{n_i}) = 0, \quad (19)$$

$$F_{pk_i}(U'_{\ell_i}, U''_{\ell_i}) = 0, \quad (20)$$

$$F_{qk_i}(U'_{\ell_i}, U''_{\ell_i}) = 0, \quad (21)$$

где $i=1, 2, \dots, N$, математическая модель (1) получит вид

$\begin{array}{l} F_{pm_i}(I'_{n_i}, I''_{n_i}) = 0 ; \\ F_{qm_i}(I'_{n_i}, I''_{n_i}) = 0 ; \end{array}$	$\begin{array}{l} F_{pk_i}(U'_{\ell_i}, U''_{\ell_i}) = 0 ; \\ F_{qk_i}(U'_{\ell_i}, U''_{\ell_i}) = 0 ; \end{array}$	(22)
...		
$\begin{array}{l} F_{pm_N}(I'_{n_N}, I''_{n_N}) = 0 ; \\ F_{qm_N}(I'_{n_N}, I''_{n_N}) = 0 ; \end{array}$		
$\begin{array}{l} F_{pk_N}(U'_{\ell_N}, U''_{\ell_N}) = 0 ; \\ F_{qk_N}(U'_{\ell_N}, U''_{\ell_N}) = 0 . \end{array}$		

Примем также обозначения:

$$\begin{aligned} I_i &= (I'_i, I''_i), \\ U_i &= (U'_i, U''_i). \end{aligned} \quad (23)$$

Тогда математическая модель установившегося режима ЭЭС получит следующий компактный вид:

$\begin{array}{l} F_1(I_1) = 0 ; \\ F_1(U_1) = 0 ; \end{array}$	$\begin{array}{l} F_2(I_2) = 0 ; \\ F_2(U_2) = 0 ; \end{array}$	(24)
...		
$\begin{array}{l} F_N(I_N) = 0 ; \\ F_N(U_N) = 0 \end{array}$		

Системы нелинейных алгебраических уравнений установившегося режима, вытекающие из математической модели (24), решаются методом минимизации.

Согласно теории решения нелинейных векторных уравнений методом минимизации, требуется построение минимизируемых квадратных функций для отдельных подсистем:

$$F(I_i) = \sum_i \left[F_{pm_i}^2(I_i) + F_{qm_i}^2(I_i) \right], \quad (25)$$

$$F(U_i) = \sum_i \left[F_{pk_i}^2(U_i) + F_{qk_i}^2(U_i) \right]. \quad (26)$$

При $i=1,2,\dots,N$ получаются соответствующие вспомогательные функции для первой, второй и последней подсистем.

Для решения поставленной задачи необходимо функции (25) и (26) разложить в ряд Тейлора:

$$F(I_i) = F(I_i^0) + \left. \frac{\partial F(I_i)}{\partial I_i} \right|_{I_i^0} \Delta I_i + \frac{1}{2} \Delta I_i^2 \left. \frac{\partial^2 F(I_i)}{\partial I_i^2} \right|_{I_i^0} \Delta I_i + F_B(I_i), \quad (27)$$

где $F_B(I_i)$ представляет сумму членов ряда Тейлора, имеющих частные производные выше второго порядка. Если пренебречь $F_B(I_i)$, то ряд Тейлора (27) принимает вид

$$F(I_i) = F(I_i^0) + \left. \frac{\partial F(I_i)}{\partial I_i} \right|_{I_i^0} \Delta I_i + \frac{1}{2} \Delta I_i^2 \left. \frac{\partial^2 F(I_i)}{\partial I_i^2} \right|_{I_i^0} \Delta I_i. \quad (28)$$

Условие минимума полученной функции (28) имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial \Delta I_i} \left[F(I_i^0) + \left. \frac{\partial F(I_i)}{\partial I_i} \right|_{I_i^0} \Delta I_i + \frac{1}{2} \Delta I_i^T \left. \frac{\partial^2 F(I_i)}{\partial I_i^2} \right|_{I_i^0} \Delta I_i \right] = 0, \quad (29)$$

где T – знак транспонирования.

Поскольку

$$\frac{\partial}{\partial \Delta I_i} [F(I_i^0)] = 0, \quad (30)$$

то выражение (29) принимает вид

$$\frac{\partial}{\partial \Delta I_i} \left[\left. \frac{\partial F(I_i)}{\partial I_i} \right|_{I_i^0} \Delta I_i + \frac{1}{2} \Delta I_i^T \left. \frac{\partial^2 F(I_i)}{\partial I_i^2} \right|_{I_i^0} \Delta I_i \right] = 0. \quad (31)$$

Из (31) следует

$$\frac{\partial F(I_i)}{\partial I_i} + \frac{\partial^2 F(I_i)}{\partial I_i^2} \Delta I_i = 0 \quad (32)$$

или

$$\frac{\partial^2 F(I_i)}{\partial I_i^2} \Delta I_i = -\frac{\partial F(I_i)}{\partial I_i} . \quad (33)$$

Введем следующие обозначения:

$$\left[\frac{\partial^2 F(I_i)}{\partial I_i^2} \right] = [H(I_i)] . \quad (34)$$

Выражение (34) является неособенной квадратной матрицей Гессе

$$\left[\frac{\partial F(I_i)}{\partial I_i} \right] = [G(I_i)] , \quad (35)$$

которая является столбцевой матрицей градиента.

В результате матричное выражение (33) принимает вид

$$[H(I_i)] \times [\Delta I] = -[G(I_i)] , \quad (36)$$

откуда

$$[\Delta I] = [H(I_i)]^{-1} \times [G(I_i)] . \quad (37)$$

Рассматривая (37) как исправление искомой величины, можно написать следующее рекуррентное выражение:

$$[I]^{I+1} = [I]^I - \left[\frac{\partial^2 F(I_i)}{\partial I^2} \right]^{-1}_{I_i} \times [G(I_i)]_{I_i} , \quad (38)$$

которое в развернутой и окончательной форме принимает вид

$$\begin{bmatrix} I'_{i,k} \\ \dots \\ I''_{i,k} \end{bmatrix}^{I+1} = \begin{bmatrix} I'_{i,k} \\ \dots \\ I''_{i,k} \end{bmatrix}^I - \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 F(I_i)}{\partial I'_{i,k} \partial I'_{i,\ell}} & \vdots & \frac{\partial^2 F(I_i)}{\partial I'_{i,k} \partial I''_{i,\ell}} \\ \dots & \vdots & \dots \\ \frac{\partial^2 F(I_i)}{\partial I''_{i,k} \partial I'_{i,\ell}} & \vdots & \frac{\partial^2 F(I_i)}{\partial I''_{i,k} \partial I''_{i,\ell}} \end{bmatrix}^{-1}_{I_i} \times \begin{bmatrix} \frac{\partial F(I_i)}{\partial I'_{i,\ell}} \\ \dots \\ \frac{\partial F(I_i)}{\partial I''_{i,\ell}} \end{bmatrix} . \quad (39)$$

Поступая аналогичным образом относительно вспомогательной функции (26), в результате соответствующего преобразования установим следующее рекуррентное выражение:

$$\begin{bmatrix} U'_{\ell_i} \\ \dots \\ U''_{\ell_i} \end{bmatrix}^{I+1} = \begin{bmatrix} U'_{\ell_i} \\ \dots \\ U''_{\ell_i} \end{bmatrix}^I - \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 F(U_i)}{\partial U'_{k_i} \partial U'_{\ell_i}} & \vdots & \frac{\partial^2 F(U_i)}{\partial U'_{k_i} \partial U''_{\ell_i}} \\ \dots & \vdots & \dots \\ \frac{\partial^2 F(U_i)}{\partial U''_{k_i} \partial U'_{\ell_i}} & \vdots & \frac{\partial^2 F(U_i)}{\partial U''_{k_i} \partial U''_{\ell_i}} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} \frac{\partial F(U_i)}{\partial U'_{k_i}} \\ \dots \\ \frac{\partial F(U_i)}{\partial U''_{k_i}} \end{bmatrix}. \quad (40)$$

Выражение (39) позволяет определить численные значения составляющих комплексных токов отдельных подсистем, в то время как (40) - численные значения составляющих комплексных напряжений нагрузочных узлов.

Частные производные первого порядка, входящие в рекуррентные выражения (39) и (40), определяются в виде

$$\frac{\partial F(I_i)}{\partial I'_{m_i}} = 2 \sum_{n_i=1}^{\Gamma_i} \left(F_{pn_i} \frac{\partial F_{pn_i}}{\partial I'_{m_i}} + F_{qn_i} \frac{\partial F_{qn_i}}{\partial I'_{m_i}} \right), \quad (41)$$

$$\frac{\partial F(I_i)}{\partial I''_{m_i}} = 2 \sum_{n_i=1}^{\Gamma_i} \left(F_{pn_i} \frac{\partial F_{pn_i}}{\partial I''_{m_i}} + F_{qn_i} \frac{\partial F_{qn_i}}{\partial I''_{m_i}} \right),$$

$$\frac{\partial F(U_i)}{\partial U'_{k_i}} = 2 \sum_{\ell_i=\Gamma_i+1}^{M_i} \left(F_{p\ell_i} \frac{\partial F_{p\ell_i}}{\partial U'_{k_i}} + F_{q\ell_i} \frac{\partial F_{q\ell_i}}{\partial U'_{k_i}} \right), \quad (42)$$

$$\frac{\partial F(U_i)}{\partial U''_{k_i}} = 2 \sum_{\ell_i=\Gamma_i+1}^{M_i} \left(F_{p\ell_i} \frac{\partial F_{p\ell_i}}{\partial U''_{k_i}} + F_{q\ell_i} \frac{\partial F_{q\ell_i}}{\partial U''_{k_i}} \right).$$

На основе (41) нетрудно установить выражения частных производных второго порядка, входящих в квадратную матрицу Гессе рекуррентного выражения (39), а на основе (42) - входящих в рекуррентное выражение (40).

Имея аналитические выражения частных производных первого и второго порядков, входящих в рекуррентные выражения (39) и (40), можно перейти к описанию сущности вычислительного алгоритма для решения практических задач.

Вычислительный алгоритм состоит из двух взаимосвязанных частей. По первой части алгоритма, итерационный процесс организуется внутри первой подсистемы. Устанавливая численные значения режимных параметров граничных точек, примыкающих ко второй подсистеме,

построением численного уравнения второй подсистемы организуется итерационный процесс внутри нее и т.д.
Итерационный процесс считается завершенным, когда численные значения искомых режимных параметров стационарных и нагрузочных узлов принимают желаемые значения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Хачатрян В.С.** Определение установившихся режимов больших электроэнергетических систем с применением метода Ньютона-Рафсона // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. - 1974.- № 4.- С. 36-43.
2. **Веников В.А., Суханов О.А.** Кибернетические модели электрических систем.- М.: Энергоиздат, 1982. - 328 с.
3. **Хачатрян В.С., Хачатрян С.Ц., Сафарян В.С.** Расчет установившихся режимов электрических систем с применением матрицы Гессе при Z -форме задания состояния сети // Изв. вузов СССР. Энергетика.-1990.- № 1.-С.20-23.
4. **Гераскин О.Т., Селенков Т.Г.** Решение уравнений установившихся режимов больших электроэнергетических систем в Y -диакоптической форме итерационным методом Ньютона-Рафсона на многопроцессорных ЭВМ // Известия вузов СССР. Энергетика. - 1994.- № 9, 10.- С. 13-24.
5. **Хачатрян В.С., Бадалян Н.П.** Решение $Y-Z$ -уравнений установившегося режима электроэнергетической системы методом декомпозиции // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. - 1997.- Т.50, № 2.- С. 96-103.
6. **Гераскин О.Т.** Методы декомпозиции для расчета установившихся режимов больших электроэнергетических систем // Известия РАН. Энергетика. - 1977.- № 6.- С. 11-20.
7. **Хачатрян В.С., Эгмекчян Э.А., Бадалян Н.П.** Решение гибридных уравнений установившегося режима электроэнергетической системы методом диакоптики // Электричество. - 1999.- № 4.-С. 7-12.
8. **Хачатрян В.С., Бадалян Н.П., Хачатрян К. В. Маркарян К. К.** Метод коррекции $Y-Z$ расчетной матрицы ЭЭС // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН.-2001.-Т 54, № 1.-С. 41-46.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 05.09.2001.

Ն. Պ. ԲԱԴԱԼՅԱՆ

ԷԷՀ-Ի ԿԱՅՈՒՆԱՑՎԱԾ ՌԵԺԻՄԻ «Y-Z, P-Q» ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ՄՈԴԵԼԻ ԿԱՌՈՒՑՈՒՄԸ ԵՎ ԻՐԱՑՈՒՄԸ ՄԻՆԻՄԱԼԱՑՄԱՆ ՄԵԹՈԴՈՎ

Դիտարկվում է էլեկտրաէներգետիկական համակարգի կայունացված ռեժիմի $Y-Z$, $P-Q$ մաթեմատիկական մոդելից բխող ոչ գծային հանրահաշվական հավասարումների համակարգերի լուծումը մինիմալացման մեթոդով՝ կիրառելով Հեսսի ոչ սովորական քառակուսի մատրիցներ:

N.P. BADALYAN

Y-Z, P-Q MATHEMATICAL MODEL CONSTRUCTION OF STEADY STATE ELECTRIC POWER STATION AND ITS REALIZATION BY THE METHOD OF MINIMIZATION

Solution of nonlinear algebraic simultaneous systems following from $Y-Z$, $P-Q$ mathematical model of steady state electric power station by method of minimization using Hesse's non-singular square matrix is considered.