

Л.Р. БОЛИБЕКЯН

**АНАЛИЗ И МОДИФИКАЦИЯ АНАЛИТИЧЕСКОГО МЕТОДА
ОПРЕДЕЛЕНИЯ ИЕРАРХИИ ЦЕЛЕЙ (АНР-МЕТОД)**

Рассматривается известный аналитический метод определения иерархии целей (АНР-метод). Разработана модификация АНР-метода, связанная с введением сингулярных чисел вместо собственных значений в качестве критерия выбора имеющихся альтернатив в процессе принятия решений. Предложенная модификация позволяет ликвидировать недостаток, связанный с чувствительностью матрицы сравнения пар, и использовать АНР-метод при решении прикладных многокритериальных задач.

Ключевые слова: АНР-метод, матрица сравнения пар, чувствительность, собственные значения, сингулярные числа.

При рассмотрении многих проблем принятия решений приходится учитывать множество целевых критериев. Это справедливо прежде всего для решений стратегического характера, с помощью которых создаются или изменяются сложные системы.

В данной работе рассматривается многокритериальная задача принятия решений. Поиск решения касается всех этапов процесса планирования и, прежде всего, этапов формирования цели, а также оценки и принятия решений. Как правило, необходимо проведение всеобъемлющего анализа для определения целей, значения этих целей, конфликтов между ними, а также путей их достижения. Особое значение придается приоритетам лица, принимающего решения, которые можно определить посредством опросов. При оценке альтернатив относительно существенных целевых критериев определяют количественные величины или величины полезности. При этом необходимо использовать подходящую шкалу. В зависимости от измерения проявлений целевых критериев применяются различные виды шкалы измерений. Они должны быть представлены далее в порядке уровня измеряемости, начиная с самого низшего уровня [1].

Рассмотрим метод аналитического определения иерархии целей (АНР-метод) [9, 14], в котором могут учитываться как качественные, так и количественные критерии [3, 4, 6, 8, 11]. Относительная значимость различных критериев определяется отдельно для каждого элемента вышестоящего уровня с помощью сопоставления пар. Для таких частичных целей, как альтернативы, затем может быть определен общий показатель, отражающий относительную значимость или выгодность альтернатив в отношении совокупной иерархии и тем самым в отношении главной цели.

АНР-метод проводится в следующей последовательности:

1. Формирование иерархии целей.
2. Определение приоритетов.

3. Расчет локальных векторов приоритетов (факторов взвешивания).
4. Проверка органичности оценки приоритетов.
5. Расчет приоритетов целей и мероприятий для иерархии в совокупности.

Некоторые из этих этапов при определенных обстоятельствах необходимо пройти многократно. Это имеет место, если сделана неправильная оценка приоритетов. Проверка, главным образом, субъективных оценок в отношении их структуры представляет собой еще один важный признак данного метода [9].

На первом этапе АНР-метода происходит формирование иерархии целей. При этом проблема принятия решения раскладывается на составные части, которые представляются в виде иерархии целей. На этом этапе следует проводить четкое разграничение между различными альтернативами и подцелями. Для иерархии целей должны существовать взаимосвязи только между элементами следующих друг за другом уровней. Это условие требует одновременно того, чтобы между элементами одного уровня не существовало вообще никаких связей, или существовала, по крайней мере, незначительная взаимосвязь. Кроме того, элементы одного уровня должны быть сопоставимы друг с другом, т.е. должны обладать одинаковой степенью значимости. В заключение необходимо добиться того, чтобы сделанные оценки действовали независимо от других оценок на данном и других уровнях. Помимо этого, предполагается, что учитываются все существенные альтернативы и целевые критерии.

Второй этап заключается в определении приоритетов для всех элементов иерархии целей. Значимость может интерпретироваться в отношении целевых критериев как вклад в достижение главной цели. В отношении сравнения пар при применении АНР-метода необходимым условием является то, что лицо, принимающее решения, может присвоить всем парам i и k из множества элементов A одного уровня (альтернативы или целевые критерии) одно измеренное на шкале относительных показателей значение v_{ik} , показывающее, во сколько раз i более значимо, чем k , в отношении определенного элемента следующего более высокого уровня. Этого нужно добиться для всех элементов более высокого уровня и всех прочих уровней. При этом должен действовать принцип обратной пропорциональности, т.е. относительное значение i к k должно соответствовать значению этого показателя, получаемому при сравнении k с i . В отношении элемента следующего более высокого уровня действует правило

$$v_{ik} = 1 / v_{ki}$$

для всех $i, k \in A$.

Относительная величина v_{ik} не может быть бесконечной. При бесконечной относительной значимости соответствующие целевые критерии или альтернативы были бы несопоставимы, и необходимо было бы заново проводить анализ проблемы целей.

Для сравнения пар можно использовать девятибалльную шкалу Саати. В пользу применения данной шкалы говорит то, что с ее помощью можно преобразовать устные суждения в количественные показатели.

При использовании данной шкалы сравнения могут производиться по значениям от 1 до 9, а также по их обратным величинам.

Количество сравнений пар резко возрастает с ростом элементов уровня. Это следует учитывать при составлении иерархии целей.

На третьем этапе происходит расчет локальных векторов приоритетов (факторов взвешивания). При этом для каждой матрицы сравнения пар определяется сравнительная значимость элементов (альтернатив, целевых критериев), являющаяся результатом совокупности сравнения пар, которая представляется в форме вектора приоритетов. Каждая составляющая этого вектора указывает, какой сравнительной значимостью обладает данный элемент в отношении рассматриваемого элемента более высокого уровня.

В АНР-методе [14] расчет векторов приоритетов проводится с помощью метода определения собственного значения. Однако в нем имеется следующий недостаток.

Как было отмечено выше, для сравнения пар используется девятибалльная шкала Саати. На практике для определения приоритетов могут использоваться и другие шкалы [3, 8, 11]. Определенные относительные значимости носят достаточно субъективный характер, так как являются мнением либо экспертов, либо лица, принимающего решения. Даже небольшие изменения в матрице сравнения пар могут привести к значительному изменению собственных значений этой матрицы, что вызывает возникновение совершенно другого результата выбора. Для выхода из создавшегося положения предлагается вместо максимального собственного значения матрицы сравнения пар использовать ее сингулярные числа как менее чувствительные к вариациям в исходной матрице [2, 5, 10, 12, 13].

Рассмотрим следующий пример применения АНР-метода с использованием собственных значений и сингулярных чисел.

Пусть существует некоторый промышленный объект [1], для которого выбирается оптимальное местоположение, и необходимо принять решение об относительной выгодности трех альтернатив А1, А2 и А3. Допустим, что на первом этапе АНР-метода определена иерархия целей, которая выглядит так:

Выбор оптимального местоположения.

1. Земельный участок (ЗУ).
 - 1.1. Величина земельного участка (ВЗУ).
 - 1.2. Цена земельного участка (ЦЗУ).
 - 1.3. Расходы на освоение (РнО).
2. Рабочая сила (РС).
 - 2.1. Потенциал рабочей силы (ПРС).
 - 2.2. Конкуренция на рынке рабочей силы (КРРС).
3. МТО и транспорт (СТ).
 - 3.1. Транспортная инфраструктура (ТИС).
 - 3.2. Транспортно-экспедиторские фирмы (ТЭФ).
 - 3.3. Потенциал поставщиков (ПП).
 - 3.4. Предложение банковских услуг (ПБУ).
4. Влияние государства (ВГ).
 - 4.1. Меры стимулирования (МС).
 - 4.2. Ставка налога на хозяйственную деятельность (СН).

Далее определяются приоритеты для всех элементов иерархии. Следующие матрицы сравнения пар составлены с использованием девятибалльной шкалы Саати.

Величина земельного участка

	A1	A2	A3
A1	1,00	4,00	5,00
A2	1/4	1,00	3,00
A3	1/5	1/3	1,00

001,00Макс. собств. значение: 3,0858
3,0858Вектор взвеш.: (0,6738; 0,2255;
0,1007)
Макс. сингул. число: 7,2183
Мин.сингул.число: 0,1079

Цена земельного участка

	A1	A2	A3
A1	1,00	3,00	1/4
A2	1/3	1,00	1/6
A3	4,00	6,00	1,00

Макс. собств. значение:
Вектор взвеш.: (0,6738; 0,2255;
0,1007)
Макс. сингул. число: 7,9708
Мин.сингул.число: 0,0771

Затраты на освоение

	A1	A2	A3
A1	1,00	7,00	3,00
A2	1/7	1,00	1/4
A3	1/3	4,00	1,00

9,005,001,00Макс. собств. значение: 3,0323
Вектор взвеш.: (0,6586; 0,0786;
0,2628)
Макс. сингул. число: 8,7642
Мин.сингул.число: 0,0551

Потенциал рабоче

	A1	A2	A3
A1	1,00	1/4	1/9
A2	4,00	1,00	1/5
A3	9,00	5,00	1,00

Макс. собств. значение: 3,0713
Вектор взвеш.: (0,0633; 0,1939;
0,7428)
Макс. сингул. число: 11,1372
Мин.сингул.число: 0,0583

Конкуренция на рынке рабочей силы

	A1	A2	A3
A1	1,00	1/5	1/7
A2	5,00	1,00	1/3
A3	7,00	3,00	1,00

Макс. собств. значение: 3,0649
Вектор взвеш.: (0,0719; 0,2790;
0,6491)
Макс. сингул. число: 7,9708
Мин.сингул.число: 0,0711

Транспортная ин

	A1	A2	A3
A1	1,00	1/2	1/2
A2	2,00	1,00	1,00
A3	2,00	1,00	1,00

Макс. собств. значение: 3,0000
Вектор взвеш.: (0,200 0; 0,4000;
0,4000)
Макс. сингул. число: 3,6742
Мин.сингул.число: 0,0000

Транспортно-экспедиторские фирмы

	A1	A2	A3
A1	1,00	8,00	4,00
A2	1/8	1,00	1/3
A3	1/4	3,00	1,00

Макс. собств. значение: 3,0183
Вектор взвеш.: (0,7167; 0,0782;
0,2051)
Макс. сингул. число: 9,5909
Мин.сингул.число: 0,0386

Потенциал поставщиков

	A1	A2	A3
A1	1,00	8,00	4,00
A2	1/8	1,00	1/3
A3	1/4	3,00	1,00

Макс. собств. значение: 3,0093
Вектор взвеш.: (0,7166; 0,0783;
0,2051)
Макс. сингул. число: 9,5909
Мин.сингул.число: 0,0386

Предложение банковских услуг

	A1	A2	A3
A1	1,00	3,00	3,00
A2	1/3	1,00	1,00
A3	1/3	1,00	1,00

Макс. собствен. значение: 3,0183

Вектор взвеш.: (0,7167; 0,0782; 0,2051)

Макс. сингул. число: 4,8189

Мин.сингул.число: 0,0000

Ставка налога на хоз. деятельность

	A1	A2	A3
A1	1,00	6,00	4,00
A2	1/6	1,00	1/3
A3	1/4	3,00	1,00

Макс. собствен. значение: 3,0183

Вектор взвеш.: (0,7167; 0,0782; 0,2051)

Макс. сингул. число: 7,9708

Мин.сингул.число: 0,0711

Рабочая сила

	ПРС	КРР
ПРС	1,00	5,00
КРР	1/5	1,00

Макс. собствен. значение: 3,0183

Вектор взвеш.: (0,7167; 0,0782; 0,2051)

Макс. сингул. число: 5,2000

Мин.сингул.число: 0,0000

Влияние государства

	МС	СН
МС	1,00	3,00
СН	1/3	1,00

Макс. собствен. значение: 2,0000

Вектор взвеш.: (0,7500; 0,2500)

Макс. сингул. число: 3,3333

Мин.сингул.число: 0,0000

Мероприятия по стимулированию

	A1	A2	A3
A1	1,00	1/7	1/2
A2	7,00	1,00	6,00
A3	2,00	1/6	1,00

Макс. собствен. значение: 3,0093

Вектор взвеш.: (0,7166; 0,0783; 0,2051)

Макс. сингул. число: 9,5890

Мин.сингул.число: 0,0528

Земельный участок

	ВЗУ	ЦЗУ	РО
ВЗУ	1,00	1/3	4,00
ЦЗУ	3,00	1,00	9,00
РО	1/4	1/9	1,00

Макс. собствен. значение: 3,0093

Вектор взвеш.: (0,7166; 0,0783; 0,2051)

Макс. сингул. число: 10,4446

Мин.сингул.число: 0,0257

МТО и транспорт

	ТИС	ТЭФ	ПП	ПБУ
ТИС	1,00	7,00	5,00	9,00
ТЭФ	1/7	1,00	1/4	3,00
ПП	1/5	4,00	1,00	5,00
ПБУ	1/9	1/3	1/5	1,00

Макс. собствен. значение: 3,0093

Вектор взвеш.: (0,7166; 0,0783; 0,2051)

Макс. сингул. число: 14,3236

Мин.сингул.число: 0,0376

Главная цель: оптимальное местоположение

	ЗУ	РС	СТ	ВГ
ЗУ	1,00	1/8	1/3	2,00
РС	8,00	1,00	4,00	6,00
СТ	3,00	1/4	1,00	5,00
ВГ	1/2	1/6	1/5	1,00

Макс. собствен. значение: 4,1670

Вектор взвеш.: (0,0871; 0,6238; 0,2281; 0,0610)

Макс. сингул. число: 12,3578

Мин.сингул.число: 0,0228

Допустим, что матрица сравнения пар "МТО и транспорт" составлена экспертами (или лицом, принимаю

МТО и транспорт				
	ТИС	ТЭФ	ПП	ПБУ
ТИС	1,00	6,00	4,00	8,00
ТЭФ	1/6	1,00	1/4	3,00
ПП	1/4	4,00	1,00	5,00
ПБУ	1/8	1/3	1/5	1,00

Макс. собств. значение: 4,2051

Макс. сингул. число: 12,9249

Мин.сингул.число: 0,0383

Вданной матрице значения элементов первой строки заменены на "промежуточные значения" по шкале Саати, что, согласно той же шкале [9], является незначительным изменением в оценке сравнения пар. Такая ситуация очень часто имеет место на практике, так как возможны небольшие колебания в мнениях экспертов. Как видно, в данном случае изменение максимального собственного значения превосходит изменение сингулярного числа (минимального) примерно в сорок раз. Учитывая вышеизложенное, в данной работе предлагается в качестве критерия выбора глобальной альтернативы использовать сингулярные числа.

АНР-метод может применяться и вне сферы нахождения решения при наличии многокритериальных проблем, а также с целью прогнозирования тенденций будущего развития. В рамках этого метода в модель можно включать также фактор неопределенности относительно будущих состояний окружающей среды путем учета уровня с различными возможностями ее состояний или различными сценариями в иерархии целей. Неопределенность в отношении приоритетов, являющихся результатом сравнения пар, может быть исследована с помощью анализа чувствительности [7, 13].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Блех Ю., Гетце У.** Инвестиционные расчеты. Модели и методы оценки инвестиционных проектов / Перевод с нем. Изд. 1. - Калининград: Яantarный сказ, 1997. - 437 с.
2. **Гантмахер Ф.Р.** Теория матриц. Изд. 3. - М.: Наука, 1967. - 575 с.
3. **Гафт М.Г.** Принятие решений при многих критериях. - М.: Знание, 1979. - 64 с.
4. **Кини Р.Л., Райфа Х.** Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения. - М.: Радио и связь, 1981. - 560 с.
5. **Беллман Р.** Введение в теорию матриц / Перевод с англ. - М.: Наука, 1969. - 367 с.
6. **Ларичев О.И., Мошкович Е.М.** Качественные методы принятия решений. - М.: Физматлит, 1996. - 208 с.
7. Лившиц Б.Л. Метод возмущений для оператора простой структуры // Докл. АН СССР. - 1960. - Т.133, ¹ 4. - С. 800 - 804.

8. **Подinovский В.В.** Многокритериальные задачи с упорядоченными по важности критериями. // Автоматика и телемеханика. - 1976. - ¹ 11. - С. 118 - 127.
9. **Саати Л.** Математические модели конфликтных ситуаций / Перевод с англ. - М., 1977. - 302с.
10. **Уилкинсон Дж.Х.** Алгебраическая проблема собственных значений / Перевод с англ. - М.: Наука, 1970. - 564 с.
11. **Фишберн П.** Теория полезности для принятия решений / Перевод с англ. - М.: Наука, 1978. - 352 с.
12. **Хорн Р., Джонсон Ч.** Матричный анализ / Перевод с англ. - М.: Мир, 1989. - 655 с.
13. **Freudenberg J.S., Looze D.P. and Cruz J.B.** Robustness analysis using singular value sensitivities // I.E.E.E. International Journal of Control. - 1982. - V. 35, ¹ 1. - P. 95-116. Saaty T.L. How to Make a Decision: The Analytic Hierarchy Process // European Journal of Operational Research. - 1990. - V. 48.

Լ.Ռ. ԲՈԼԻԲԵԿՅԱՆ

ՆՊԱՏԱԿՆԵՐԻ ՀԻԵՐԱՐԽԻԱՅԻ ԱՆԱԼԻՏԻԿԱԿԱՆ ՈՐՈՇՄԱՆ ՄԵԹՈԴԻ ՄՈԴԻՖԻԿԱՑԻԱ (AHP-ՄԵԹՈԴ)

Դիտարկված է նպատակների հիերարխիայի անալիտիկական որոշման հայտնի մեթոդը (AHP-մեթոդ): Մշակված է AHP-մեթոդի մոդիֆիկացիա, որը կապված է սեփական արժեքների փոխարեն սինգուլյար թվերի ներմուծման հետ՝ որպես որոշումների ընդունման ընթացքում տարբերակների ընտրության չափանիշ: Առաջարկված մոդիֆիկացիան հնարավորություն է տալիս վերացնել զույգերի համեմատման մատրիցի զգայունության հետ կապված թերությունը և AHP-մեթոդն օգտագործել կիրառական բազմաչափանիշային խնդիրների լուծման համար:

L.R. BOLIBEKYAN

MODIFICATION OF ANALYTIC HIERARCHY PROCESS METHOD (AHP-METHOD)

This article reviews the known analytic hierarchy process method (AHP—method). The modification of AHP—method has been developed that is related to entering singular numbers instead of eigenvalues as a criterion for selecting available alternatives in decision making process. The suggested modification allows to liquidate the shortcoming related to the sensitivity of pair comparison matrix, and use AHP—method in solving practical multicriteria problems.