ÉTUDE DES PROPORTIONS GÉOMÉTRIQUES DU XAČʿKʿAR DE MOMIK

Haroutioun Khatchadourian (France, Paris)

chercheur indépendant
E-mail: ha.khatchadourian@free.fr
le 17 juillet 2021
The article has been delivered on 17.07.2021, reviewed on 20.02.2021, accepted for publication on 07.03.2022
DOI:10.53548/0320-8117-2022.1-179
UDC:929:72 Momik(479.25) + 726.1/7 + 514

Introduction

Examiner la composition des xačʿkʿar peut être un sujet à la fois simple et complexe. Le terme « composition » peut avoir plusieurs acceptions et peut se référer à l'iconographie, à l'épigraphie, à la métrologie[1], au partage du travail entre maître et élève, aux techniques et aux outils mais aussi à la géométrie. Il est d'ailleurs intéressant de constater que parmi tous les termes utilisés par les maîtres sculpteurs pour se nommer, kazmoł (կազմող) ou kazmičʿ (կազմիչ[2]) sont les deux titres les plus courants. En effet, S. Barxowdaryan[3] a relevé plus de 118 occurrences sur 190 xačʿkʿar qu'il a étudiés, soit 62%. Même si le nombre de xačʿkʿar étudiés n'est qu'un sous-ensemble non représentatif, nous remarquons que la moyenne du nombre d'occurrences pour les 14 autres titres utilisés est égale à 5,5 donc très faible par rapport au titre kazmoł ou kazmičʿ.

Nous voyons donc que la « composition » peut nous conduire très loin et il est nécessaire de réduire le champ de la recherche même si cette étude est circonscrite à une seule pièce : le xačʿkʿar *« Le Christ et les 12 Apôtres »* du sculpteur Momik. Si le décor iconographique, l'inscription et la qualité de la

---

[1] Science des mesurages et ses applications. La métrologie comprend tous les aspects théoriques et pratiques des mesurages, quels que soient l'incertitude de mesure et le domaine d'application (cf. Vocabulaire international de métrologie – Concepts fondamentaux et généraux et termes associés (OIML V 2-200, troisième édition). 3ème Édition

[2] Les deux substantifs désigne un titre et sont issus de la même racine. Le verbe dérivé « *Kazmel* » signifie créer, composer, arranger, former.

[3] Բարխուդարյան 1963, 184:

facture de ce xačʻkʻar ont été étudiées par différents auteurs[4], il n'en va pas de même de la composition géométrique. Nous n'avons trouvé aucune étude à ce sujet. Aussi, pour aborder ce thème, on commencera par une brève introduction relative à Momik et à ce xačʻkʻar, puis nous rappellerons les connaissances géométriques que pouvaient avoir les sculpteurs arméniens au Moyen Âge, enfin nous analyserons les caractéristiques géométriques remarquables qui confèrent à ce xačʻkʻar une qualité de composition exceptionnelle. Précisons aussi que les démonstrations ou les solutions géométriques peuvent être quelquefois multiples et que celles que nous présentons ne sont peut être pas exactement celles qui ont été utilisées par Momik.

Momik et le xačʻkʻar « Le Christ et les 12 Apôtres »

Momik est l'une des figures les plus célèbres de l'art arménien médiéval. Il vécut au XIIIe siècle[5] et il était à la fois, architecte, sculpteur et peintre-enlumineur. Stepanos Ôrbelyan (1250-1305), le fils du prince Tarsayič Ôrbelyan, a joué un rôle particulier dans la vie créative de Momik, en tant que mécène. Selon toute vraisemblance[6], Momik et Stepanos Ôrbelyan ont étudié ensemble à l'Université Glajor, célèbre alma mater médiévale. Les descendants de la dynastie Ôrbelyan ont été les commanditaires de manuscrits et de xačʻkʻar[7] que Momik a créé. En 1308, Tʻamtʻa xatʻown, qui était l'épouse du fils de Tarsayič, Êlikowm Ôrbelyan, chargea Momik de réaliser un xačʻkʻar à Noravankʻ: c'est celui que nous analysons dans cet article. Il est conservé aujourd'hui au musée géologique de Ełegnajor mais était autrefois situé dans le complexe monastique de Noravankʻ dans la localité Amałow.

Ce xačʻkʻar est brisé diagonalement (la date et les circonstances de la brisure nous sont inconnues). Sur le plan de la composition iconographique et ornementale, les éléments sont assez bien conservés. Dans chacun des encadrements latéraux, six losanges alignés verticalement intègrent le portrait des 12 apôtres, portant des vêtements similaires et tenant un livre dans leurs mains. Les livres du premier et du deuxième apôtres sur la gauche en haut portent les noms de Pierre et Andreas. Dans le couronnement se trouve un

---

[4] Պետրոսյան 2008, 175, Բարխուդարյան 1967, 243:

[5] il serait né entre 1260 et 1265 et mort en 1340 (et non 1333). Cf. Աբրահամյան 1983, 45-47.

[6] Աբրահամյան 1983:

[7] Շահինյան 1984:

arc polylobé à cinq lobes qui représente le « Christ en gloire ». Assis sur le trône, le Christ bénit de sa main droite, tandis que sa main gauche porte un livre. Des deux côtés du Christ sont représentés les symboles des évangélistes. Les visages du Christ et de tous les apôtres sont partiellement abimés. Il y a une inscription d'une ligne entrelacée d'ornements végétaux près du bord supérieur du couronnement et une autre dans la base du xačʻkʻar formée de cinq lignes de part et d'autre d'un trou béant.

La géométrie en Arménie au Moyen Âge

Comment envisager la composition géométrique des xačʻkʻar, sans évoquer le « Père » de la géométrie, Euclide d'Alexandrie ? Au Moyen Âge, que ce soit dans l'Europe chrétienne ou dans le monde musulman, les connaissances en géométrie sont basées essentiellement sur *les Eléments* d'Euclide, mathématicien grec qui vécut vers 300 avant notre ère. L'ouvrage d'Euclide comprend des définitions, des axiomes, des théorèmes avec leurs démonstrations. En Arménie, les écrits des philosophes et mathématiciens grecs de l'Antiquité semblent[8] avoir été lus dès le Ve-VIe siècles de notre ère, via des traductions en langue arménienne comme en témoigne le philosophe Davitʻ Anhałtʻ [9] (Ve-Vie siècles) ou le mathématicien Anania Širakacʻi au VIIe siècle. Plus tard, d'autres traductions en arménien ont continué à exister jusqu'au XVIIe siècle[10]. Au XIe siècle, très exactement en 1051, le mathématicien arménien Grigor Magistros (vers 990-1058) commence à traduire les *Eléments* mais son travail reste inachevé[11]. Le fragment[12] qu'il nous reste appartient au Livre 1 d'Euclide. Selon G. B. Petrosyan[13] cette traduction a été faite à partir d'un texte grec[14] en 1051 car le texte arménien comprend des mots grecs. Selon M. Leroy[15] et Nicolas Adonz, l'examen de l'écriture *bolorgir* permettrait de le dater du XVe siècle. Toujours selon G.B. Petrosyan[16] cette tra-

[8] Պետրոսյան 1986:
[9] Դավիթ Անհաղթ 1980, 41:
[10] Պետրոսյան 1986, 107-157:
[11] Պետրոսյան, Աբրահամյան 1962:
[12] Պետրոսյան, Աբրահամյան 1962:
[13] Պետրոսյան, Աբրահամյան 1962, 70:
[14] Պետրոսյան 1945, 67:
[15] Leroy 1936, 788.
[16] Պետրոսյան, Աբրահամյան 1962:

duction serait antérieure d'environ un siècle à la première traduction latine d'Europe occidentale faite à partir de l'arabe par le savant anglais, Adélard de Bath en 1120. Si nous retenons l'hypothèse de la date 1051, l'Euclide du Vatican (Vat. gr. 190, dit P), une version du texte grec datant du IXe siècle, aurait pu aussi servir au traducteur. Mais quelle que soit la traduction, il ne fait aucun doute, qu'Euclide est connu en Arménie depuis longtemps, puisque l'université de Glajor[17], institution ecclésiastique et centre intellectuel du XIIIe-XIVe siècles, dans la région du Vayoc' Jor, intègre dans son enseignement[18], comme en Europe occidentale, les sept arts libéraux, à savoir le *trivium* (la grammaire, la dialectique et la rhétorique) et le *quadrivium* (l'arithmétique, la musique, la géométrie et l'astronomie). Dans ce contexte, que l'enseignement d'au moins une partie des *Eléments* d'Euclide est été prodiguée à tous les élèves, dont Momik, cela ne fait aucun doute.

Mais la preuve la plus abondante est celle des ensembles d'objets dont les compositions résultent d'une connaissance en géométrie. Les églises construites et les xač'k'ar sculptés pendant le Moyen Âge, nous permettent d'affirmer que les architectes et les sculpteurs arméniens avaient des connaissances en géométrie, donc connaissaient les *Eléments* d'Euclide. Nous essaierons dans le paragraphe suivant de montrer que ces connaissances furent appliquées par Momik dans la composition du xač'k'ar « *Le Christ et les douze apôtres* » (fig. 1).

La composition géométrique du xač'k'ar

Par analyse géométrique, nous nous intéressons à la fois au processus de construction (les étapes, les traits) qu'au résultat final, apparent ou inapparent. Ce qui nous intéresse ici, c'est la composition des parties du xač'k'ar (xoran, couronnement, base, encadrement) et des éléments du xoran (croix, embase, cadre).

Chez Euclide, les livres I à IV des *Éléments*, traitent de la géométrie plane, mais les livres V et VI, qui traitent des proportions, peuvent être utiles ainsi que les livres VII, VIII et IX consacrés à la théorie des nombres (i.e. arithmétique) et le livre X. En ce qui concerne les xač'k'ar et en particulier leur composition, l'étude de ces livres suffisent. Pour passer de la théorie à la pratique sur la pierre, les outils utilisés peuvent être relativement simples : le

[17] Աբրահամյան 1983, 15:
[18] Խաչերյան 1973, 107:

compas et la règle non graduée étaient les deux outils de base des architectes européens au Moyen Âge. Eventuellement un autre outil, la corde à nœuds, pouvait être utilisé. Le compas servait à faire des cercles et des arcs de cercles, mais pas seulement, la règle servait à tracer des lignes droites. Nous pouvons faire l'hypothèse que cela était aussi vrai en Arménie. Toutes les compositions étaient donc réalisées avec ces deux outils. Ils permettent des constructions comme celles d'axe ou de centre de symétrie, médiatrice et bissectrice, de parallèle ou de perpendiculaire ainsi que des polygones. Est-ce que Momik connaissait *la division d'un segment en moyenne et extrême raison*[19] encore appelé section d'or[20]? Nous essaierons d'apporter des précisions. L'analyse de la composition présentera pour chaque partie ou élément du xačʿkʿar les constats, le mesurage ainsi que les hypothèses et la construction géométrique.

Remarque : dans le cadre de l'analyse géométrique, les croquis présentés dans cet article sont réalisés à l'échelle 1/11,25 et l'unité par défaut est le cm. Par exemple, la largeur du xačʿkʿar qui est égale à 90 cm est reproduite par un segment de 8 cm (noté 8 pour simplifier). Comme nous le verrons plus tard, le choix de cette échelle est justifié par le fait que la division d'un segment en deux parties égales a principalement été utilisée dans la composition de ce xačʿkʿar. En géométrie cela revient à trouver la médiatrice, ou le point milieu d'un segment. Notons que la division par deux a été utilisée pendant très longtemps de l'Antiquité[21] au Moyen Âge en arithmétique aussi. L'opération portait un nom, la dimidiation[22], et faisait partie des opérations élémentaires au même titre que l'addition, la soustraction… Pour le croquis, il était donc plus simple de prendre une puissance de deux suffisamment grande mais inférieure à 10 pour représenter 90 cm. Précisons que les traits de construction sont représentés en pointillé, les résultats en trait plein. En ce qui concerne la précision et l'exactitude des mesures, les erreurs sont dues à l'état de la sculpture ou du xačʿkʿar lui-même mais surtout au processus de mesurage basé sur la photographie du xačʿkʿar et le nombre de points relevés.

---

[19] Euclide 1990.

[20] Deux autres termes ont été utilisés *la divine proportion* par Luca Pacioli (vers 1445-1514), moine franciscain italien et mathématicien, ainsi que *le nombre d'or* vulgarisé par Matila Ghyka. (1881-1965), ingénieur, mathématicien, historien, diplomate et ministre roumain.

[21] Michel 1960.

[22] Waters 1929.

La morphologie du xač‛k‛ar

Les constats

Rappelons[23] que *la surface sculptée du xač‛k‛ar, le champ, peut être divisée en quatre parties nommées xoran, encadrement, couronnement et base. Le xoran comprend trois éléments, qui sont la croix, l'embase et le cadre. Les ornements se répartissent sur tout le champ* ... Selon notre terminologie, nous pouvons remarquer (fig. 2) que ce xač‛k‛ar a la morphologie suivante : un couronnement transverse ; une base transverse dont le centre est abimé et qui porte une inscription ; un encadrement latéral à première vue symétrique ; un xoran simple composé d'une croix curviligne avec des extrémités en paires de bourgeons ainsi que d'une embase en forme de calotte sphérique. Le couronnement inclus la composition linéaire inférieure, en forme de *double paires de lignes ondulées affrontées et croisées*, qui se trouve sous le tétramorphe.

Les mesures en vrai grandeur

Comme nous l'avons dit, le xač‛k‛ar est brisé diagonalement à mi-hauteur et sa hauteur visible, malgré la brisure, est d'environ 217 cm, sa largeur de 90 cm et son épaisseur de 24 cm en taille réelle.

Si la largeur et l'épaisseur du xač‛k‛ar sont mesurables et plutôt exactes[24], au moins dans le couronnement, il n'en ai pas de même pour la hauteur. Il nous semble donc important de déterminer sa hauteur avec plus de précision afin d'aller plus loin dans l'analyse géométrique de la composition. Les mesures du couronnement, partie la moins abimée, nous donne une largeur de 8 et une hauteur de 4 en taille réduite[25]. Nous remarquons donc que le couronnement est un rectangle formé par la juxtaposition de deux carrés **4X4**[26] (fig. 3). Ce carré est le « carré fondamental ». Par conséquent, le rapport entre la hauteur et la longueur du couronnement rectangulaire est de 1/2. Mais comment déterminer la hauteur du xač‛k‛ar malgré le fait qu'il soit brisé ? Commençons par déterminer la hauteur du xoran (ou des encadrements latéraux) par la mesure.

Comme le montre la fig. 2, le xoran est inséré entre les deux encadrements latéraux. La hauteur du xoran correspond à la hauteur des deux encadrements composés chacun de six losanges alignés verticalement et séparés par un petit espace. La hauteur moyenne d'un losange est de 22,9 cm et celle

[23] Khatchadourian, Basmadjian 2014 et 2019 (traduction arménienne), 41-57.

[24] Ces mesures sont à 5 mm près.

[25] En vrai grandeur : 45 cm.

[26] C'est-à-dire 4 cm par 4 cm.

de l'espace est de 1,1 cm. La hauteur de l'encadrement, donc du xoran, est de six fois la hauteur d'un losange plus six fois l'espace moyen entre les losanges puisque les losanges qui se trouvent aux extrémités sont à une distance moitié de la limite supérieure et inférieure de l'encadrement. La hauteur du xoran est de 144 cm[27]. Nous voyons donc que le rapport entre la hauteur du xoran (144 cm) et la largeur du xačʻkʻar (90 cm) est égal à 1,6.

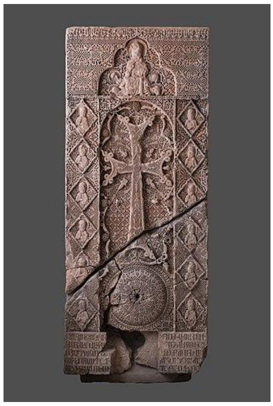


Fig. 1. Le xačʻkʻar « le Christ et les douze apôtres (Crédit photo : Areg Balayan, My Armenia Program, Musée d'histoire de Ełegnajor)

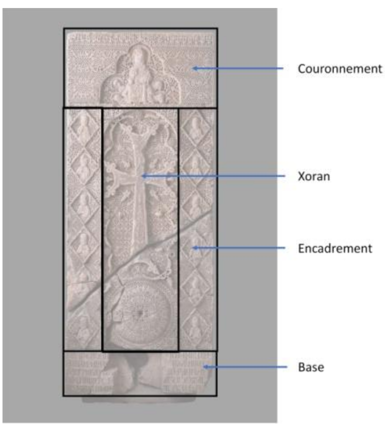


Fig. 2. Les parties du xačʻkʻar

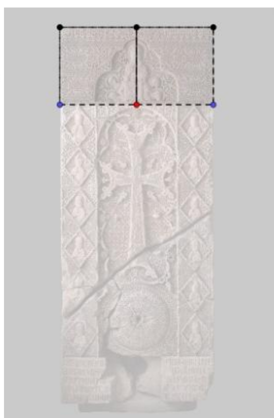


Fig. 3. Le couronnement

[27] En vrai grandeur : 22,90 cm x 6 + 1,10 cm x 5 +1,1 cm soit 144 cm.

Fig. 4. Xoran et encadrement

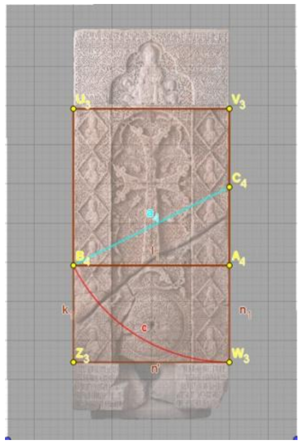


Fig. 5. Construction du rectangle d’or

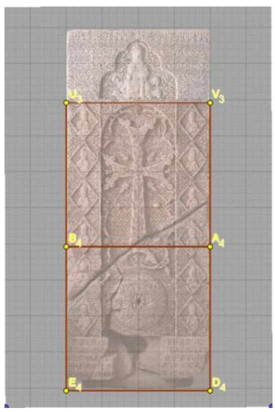


Fig. 6. Double carré

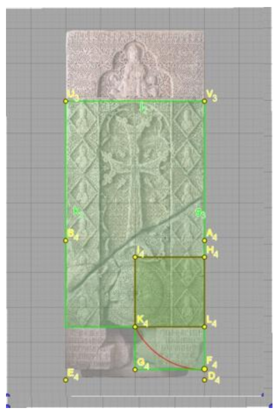
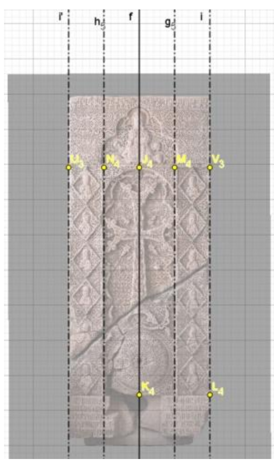


Fig. 7. Hauteur de la base



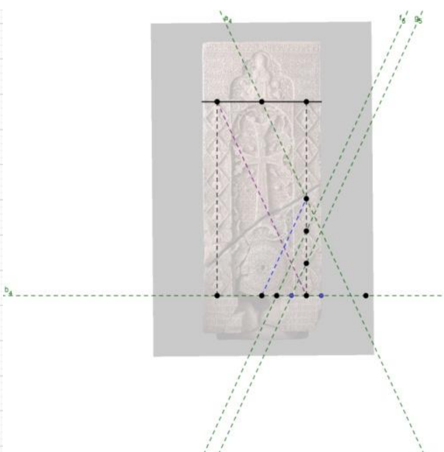


Fig. 8. Division de la largeur du xač‘k‘ar en quatre parties égale
Fig. 9. Principe de la division de la hauteur de l’encadrement en six parties égales

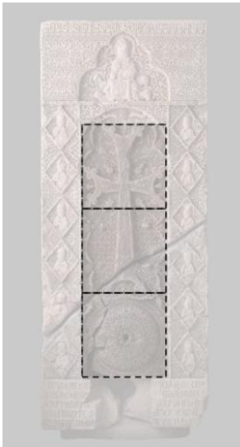


Fig. 10. Les trois carrés 4X4 du xoran

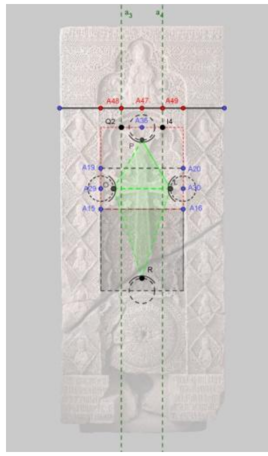


Fig. 11. La croix

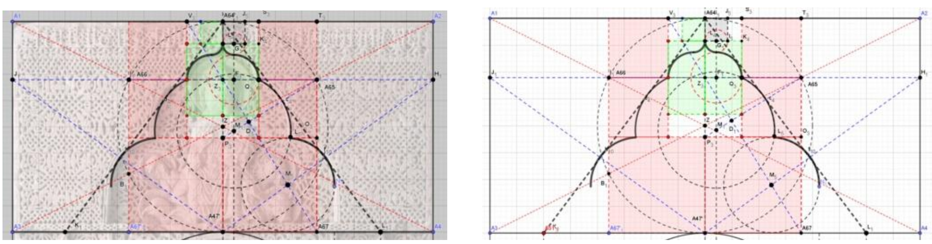


Fig. 12a, 12b. Géométrie du couronnement

Les hypothèses et la construction (échelle réduite)

Prenons pour hypothèse que Momik connaissait la proposition d'Euclide (livre VI, troisième définition ou livre II, proposition 11), c'est-à-dire l'opération géométrique qui consiste à *couper une droite en extrême et moyenne raison*[28] et qu'il l'a appliqué pour déterminer les proportions de ce xačʽkʽar. Nous utiliserons le symbole **φ** pour désigner le nombre d'or égal à 1,618 approximativement.

La figure 4 représente le rectangle $U_3V_3W_3Z_3$ superposé au xoran et aux deux encadrements latéraux. Supposons que ce rectangle respecte la section d'or, alors V_3W_3/U_3V_3 =1,618 très proche de la valeur 1,6 calculée précédemment à partir des mesures. La largeur U_3V_3 étant connu (8) alors la hauteur V_3W_3 sera égale à **8x1,618=12,944** à l'échelle réduite[29]. La différence entre cette valeur théorique et la valeur moyenne mesurée puis calculée précédem-

28 Le résultat de cette opération s'appelle aujourd'hui *la divine proportion, la section d'or ou le nombre d'or.*

29 En vrai grandeur : 145,62 cm.

ment est de quelques millimètre[30], ce qui est négligeable compte tenu de ce que nous avons dit plus haut sur la précision et l'exactitude des mesures.

La construction de ce rectangle d'or est relativement simple si nous revenons à Euclide. En effet, tout rectangle d'or se divise en un carré et en un autre rectangle d'or plus petit comme le montre la figure 5. Son tracé est classique en géométrie. Il se fait à partir du carré **8X8** de côté U_3V_3 et d'un segment (rayon de l'arc) [C_4B_4] entre le milieu d'un côté et le sommet du côté opposé.

Pour déterminer la hauteur du xačʿkʿar - question initiale - il est nécessaire de trouver la hauteur de sa base. Deux approches complémentaires peuvent être étudiées. La première consiste à juxtaposer un second carré **8X8,** $A_4B_4D_4E_4$, au dessous du premier carré (fig. 6). Nous remarquons que le carré du bas dépasse la base du xačʿkʿar mais le côté inférieur E_4D_4 est aligné avec le bas du tenon[31] du xačʿkʿar. Cela nous donne la hauteur « brute[32] » du xačʿkʿar, soit **20** (couronnement de 4 plus deux fois le côté du carré de 8). Mais ce qui nous intéresse particulièrement est la hauteur « nette », c'est-à-dire la hauteur du xačʿkʿar sans le tenon. Le calcul de la hauteur de la base passe par le tracé du carré **4X4** $I_4H_4L_4K_4$ dont le côté inférieur se confond avec un demi-côté du grand rectangle d'or (fig. 7). Le tracé du petit rectangle d'or $I_4H_4F_4G_4$ est réalisé à partir de l'arc de cercle issu du carré $I_4H_4L_4K_4$. Selon la formule de la section d'or :

- Le segment [L_4F_4] a pour longueur[33] : $4/\boldsymbol{\varphi}$ **= 2,472**
- La hauteur « nette »[34] du xačʿkʿar est donc égale à

[*Hauteur du couronnement* + V_3L_4 + L_4F_4] c'est-à-dire à

$\mathbf{4 + 8\varphi + 4/\varphi = 12\ \varphi}$ **soit 19,416** à l'échelle réduite.

Pour terminer cette première partie consacrée aux proportions des grandes parties du xačʿkʿar, nous devons nous intéresser aux proportions qui divisent la largeur du xačʿkʿar sur son axe horizontal en particulier dans le cas du xoran et des encadrements latéraux. La figure 8 montre quatre droites verticales : deux droites (i et i') aux extrémités qui délimitent les bords droit et gauche du xačʿkʿar, une droite (f) au centre qui détermine l'axe de symétrie

[30] En vrai grandeur : 0,9 cm.

[31] Le tenon du xačʿkʿar est sa partie inférieure, moins large et moins épaisse, emboîtée dans la mortaise du socle afin de le maintenir debout. Le tenon est un élément mécanique qui n'est pas pris en compte dans l'analyse géométrique du décor.

[32] En vrai grandeur : 225,00 cm.

[33] En vrai grandeur : 45,00 cm x 0,618 = 27,81 cm.

[34] En vrai grandeur : 27,81 cm + 145,62 cm + 45,00 cm soit 218,43 cm.

vertical du xačʿkʿar et deux autres qui sont les médiatrices (h_5 et g_5) des segments $[U_3J_4]$ et $[J_4V_3]$. Nous remarquons que les médiatrices précédentes délimitent exactement les encadrements latéraux. Comme nous le verrons plus loin, la division d'un segment horizontal en deux parties (i.e. en prenant la médiatrice) a été principalement utilisé dans la composition de ce xačʿkʿar.

Les premiers résultats que nous obtenons sur la morphologie du xačʿkʿar sont les suivants :

a. La morphologie des grandes parties du xačʿkʿar ne sont pas aléatoires mais obéissent à des lois géométriques.
b. Le « carré fondamental[35] » **4X4** de côtés.
c. La largeur[36] du xačʿkʿar est égale à **8.**
d. La hauteur[37] « brute » du xačʿkʿar est égale **20** et la « nette » à **19,416** c'est à dire (**12φ**).
e. Le couronnement est formé de deux carrés fondamentaux **4X4** juxtaposés.
f. Le xoran et les deux encadrements latéraux forment un rectangle d'or (**8x8φ).**
g. La hauteur de la base a été construite à partir d'un rectangle d'or (**4x4 φ).**
h. La division successive d'un segment horizontal en deux via la médiatrice est une des règles de composition de ce xačʿkʿar.

L'encadrement

Les constats

L'ensemble des six losanges sont répartis uniformément sur toute la hauteur de l'encadrement. Le sommet supérieur du losange du haut et le sommet inférieur du losange du bas ne semble pas contigus à la bordure supérieure et inférieure de l'encadrement. Sur l'axe vertical, les losanges ne sont pas contigus et les sommets médians (petite diagonale horizontale) ne sont pas adjacents au bord extérieur de l'encadrement mais ils se trouvent sur une verticale éloigné de quelques millimètres, adjacents aux liserés extérieurs de l'encadrement.

---

[35] En vrai grandeur : côté de 45,00 cm.
[36] En vrai grandeur : 90,00 cm.
[37] En vrai grandeur : hauteur brute arrondie à 225 cm et « nette » 218 cm.

Les mesures moyennes

De manière générale la moyenne des écarts absolus des points de données par rapport à leur moyenne arithmétique est autour de 0,7 cm en ce qui concerne les diagonales des losanges. Pour les côtés la moyenne des écarts est de 0,13 cm.

- La mesure de la grande diagonale des losanges (axe vertical dans ce xač'k'ar) varie entre 1,93 et 2,10 avec une moyenne calculée sur dix valeurs de 2,03 en échelle réduite[38].
- La mesure de la petite diagonale (axe horizontal du losange dans ce xač'k'ar) varie entre 1,40 et 1,70 avec une moyenne[39] approximative basée sur ces dix valeurs de 1,61 cm.
- La mesure des côtés basée sur 37 points de données varie entre 1,18 et 1,54 avec une moyenne[40] de 1,32.
- La mesure du grand angle du losange basée sur 11 points de données varie entre 98,05° et 110,39° avec une moyenne de 103,15°.
- La fin liseré vertical en bordure de l'encadrement à une largeur[41] d'environ 0,09.
- La distance de chaque sommet médian au bord extérieur de l'encadrement basée sur 8 points de données varie entre 0,13 et 0,16 avec une moyenne[42] de 0,14.

Les hypothèses et la construction

Rappelons que la largeur[43] de l'encadrement est le quart de la largeur du xač'k'ar soit 2,00. Les deux encadrements latéraux ont chacun six losanges alignés verticalement et équidistants l'un de l'autre. Comment déterminer la hauteur et la largeur des losanges ? Comment diviser simplement un segment (dans notre cas la hauteur) par six ou mieux 12 afin de déterminer le centre des losanges en particulier ? Beaucoup de méthodes existent, la plus commune est sans doute l'utilisation du théorème de Thales (Euclide, livre VI) . Le bord inférieur du couronnement ou le bord supérieur de la base peuvent servir de « règle graduée » (s'il a été tracé auparavant) car nous connaissons leur longueur et par division successive par deux nous pouvons avoir suffisamment de

[38] En vrai grandeur : 22,90 cm.
[39] En vrai grandeur : 18,10 cm.
[40] En vrai grandeur : 14,80 cm.
[41] En vrai grandeur : 1,01 cm.
[42] En vrai grandeur : 1,54 cm.
[43] En vrai grandeur : 22,50 cm.

segments égaux. Comme nous pouvons le voir, la frise inférieure du couronnement est constitué d'une *double paires de lignes ondulées affrontées et croisées.* Les points de croisements pourraient être utilisés[44]. La suite est relativement simple : Il suffit de projeter ces points sur l'axe central de l'encadrement en traçant des parallèles (fig. 9). Le plus simple est sans aucun doute de diviser la hauteur de l'encadrement par deux sur l'axe central vertical puis à nouveau de diviser les deux segments ainsi obtenu en trois parties égales. Le résultat est une série de 12 points alignés verticalement : il s'agit d'une part des points médians entre les sommets supérieur et inférieur de deux losanges consécutifs (car les losanges ne sont pas contigus) et d'autre part des centres des losanges. Deux hypothèses intéressantes basées sur les constats précédents peuvent être considérées : la première est relative à la diagonale verticale des losanges dont la longueur supposée est de 2 ; la deuxième, les sommets de la diagonale horizontale des losanges se trouvent sur un axe vertical éloigné de 1/16ème (i.e. 0,125) de la largeur de l'encadrement par rapport au bord extérieur de l'encadrement[45]. L'erreur entre les valeurs théoriques et les moyennes mesurée est de l'ordre du millimètre.

L'approche théorique géométrique basée sur ces deux hypothèses permet de tracer les losanges dont les caractéristiques sont :

- La hauteur de l'encadrement : **He = 8φ**
- L'encadrement est divisée en 6 sections, chacune de **(8φ/6)=(4φ/3)**
- Longueur de la grande diagonale D = 2
- Longueur de la petite diagonale **d= 2 – 2(2/16)** soit 1,75
- Longueur « C » de chaque côté (par le théorème de Pythagore) :
  $\mathbf{C = \sqrt{(1^2 + (1,75/2)^2)}}$ soit 1,328.
- Le grand angle « α » du losange peut être calculé via
  $\boldsymbol{\alpha/2 = \tan^{-1} (1/[1,75/2])}$ soit α/2 = 48,81° donc α = 97,62°

Enfin une curiosité mathématique, sans doute non volontaire de la part de Momik, le rapport **D/d = 1,[142857]** peut s'écrire comme (1+1/7) car 142 857 est le développement périodique de la partie décimale de la division 1/7.

[44] Autre hypothèse à vérifier : nous pouvons aussi remarquer des « petits rectangles verticaux » sur la frise qui pourraient être une forme de graduation.

[45] Distance de 0,125 x 11,25 = 1,46 cm (théorie) contre 1,54 cm (mesure).

Le xoran, la croix et l'embase

Les constats

Le xoran est rectangulaire et la croix est aussi inscrites dans un rectangle. Il reste un espace résiduel pour atteindre le haut du xoran dans lequel se trouve l'arc. Le petit arc inversé entre les bourgeons de la branches supérieures ne semble pas être en plein cintre comme ceux des autres branches mais ressemble plutôt à un arc en mitre (ou angulaire). Le centre de la croix est à l'intersection des deux segments joignant les extrémités des bourgeons latéraux. L'axe des bourgeons des branches latérales ne passe pas par le centre de la croix.

Les mesures relevées

Les données suivantes ont été relevé sur la photo du xač'k'ar

- Le diamètre de l'arc supérieur est égal 4,106 et son centre est à 2,08 du sommet du xoran
- Les deux branches latérales et la branche supérieure de la croix forment un triangle équilatéral de côté égal à 2,82.
- La hauteur de l'espace résiduel est égale à 0,88
- L'intervalle entre les bourgeons : 2,16 (gauche), 2,09 (droite) et 2,19 (supérieur)
- La hauteur du rectangle circonscrit à la croix est de 8,24, sa largeur 4,11.

Les hypothèses et la construction

La construction du xoran va se réaliser à partir du bas (ligne séparatrice du xoran de la base) vers le haut. Un premier carré fondamental **4X4** va être placé entre les lignes délimitant les deux encadrement latéraux afin d'y inscrire le cercle de base de la calotte sphérique de l'embase. C'est le carré de l'embase. Un deuxième et un troisième carré **4X4** seront superposés au premier (fig. 10).

Nous considérons que la croix principale du xač'k'ar est inscrite dans un rectangle composé des deux carrés supérieurs, ce qui confère à la croix un rapport de ½ entre sa largeur et sa hauteur. La hauteur totale du xoran sans le fleuron, c'est-à-dire les deux carrés **4X4** (central et supérieur) plus le rectangle résiduel du haut est égal à $\mathbf{8(\varphi - \frac{1}{2})}$ **ou** $\mathbf{4\sqrt{5}}$ La largeur est égale à **4**. Cela peut être considéré comme une rectangle remarquable car la hauteur s'exprime en fonction de $\boldsymbol{\varphi}$.

De plus, les médiatrices passant par les points A_{48} et A_{49} coupent le côté supérieur du carré supérieur respectivement aux points Q_2 et I_4, points de tangence des bourgeons supérieurs et inférieurs des extrémités de la croix principale (fig. 11). La même construction peut être réalisée avec le côté inférieur du carré inférieur Mais comment tracer l'axe horizontal de la croix, la droite qui coupe horizontalement les bras latéraux en deux parties égales ? Les bras latéraux de la croix se trouve dans un rectangle **4X2** occupant la moitié inférieure du carré supérieur. Ce rectangle est formé de huit carrés de côté **1**. A partir du milieu des points latéraux A_{29} et A_{30}, l'axe horizontal de la croix sera tracé. De plus, par construction, la hauteur $A_{36}A_{47}$ de l'espace résiduel du xoran est égale à **8(φ - 3/2)** (Fig. 11).

La construction de la croix fait aussi appel *à la division en extrême et moyenne raison*. En effet, l'arc reliant les extrémités (latérales et supérieure) en paire de bourgeons de la croix sont issues des cercles de centre A_{29}, A_{30}, A_{36} situés sur le bord du carré supérieur et de rayon **(φ – 1)** La construction se fait aussi à partir de petits rectangles d'or. Ce qui est remarquable c'est le triangle équilatéral résultant qui est formé par les trois points *L, O et P* situés au milieu du segment incurvé liant les paires de bourgeons. Reste une subtilité. En effet, si nous prenons pour base du triangle le segment [OL] alors la longueur de chaque côté du triangle équilatéral est de **2(3 - φ)** car les points O et L se trouvent respectivement sur les cercles de centre A_{29} *et* A_{30}, de rayon **(φ – 1).** Par contre, le point *P* ne se situe pas sur le cercle de centre A_{36} et de rayon **(φ – 1)** mais légèrement en-deçà. Si *P* avait été sur le cercle en question la longueur du côté du triangle équilatéral qui est égale à la longueur de l'hypoténuse du triangle rectangle aurait été de $\sqrt{((3 - \varphi)^2 + (4 - \varphi)^2)} = 2{,}753$ (Théorème de Pythagore) et non de **2(3 - φ) = 2,763.** La différence est de 0,010 donc indétectable à l'œil nu ! Théoriquement, c'est un triangle isocèle mais dans la pratique nous pouvons considérer que c'est un triangle équilatéral.

Autre originalité, l'extrémité des bras latéraux de la croix et l'extrémité du bas de la croix forme un triangle isocèle ORL dont les caractéristiques sont les suivantes :

- Longueur petit côté = **2(3 - φ)**
- Longueur de la hauteur = **(6 - φ)**
- **Angle ORL = 2** $\tan^{-1}$ **[(3 – φ)/6- φ)]** soit **35°**
- Les deux autres angles ont pour valeur 72,5°

Ce triangle est très proche du triangle d'or dont les angles sont : (72°, 36° ,72°).

Sur le plan des extrémités des branches de la croix, nous pouvons aussi remarquer sur le croquis que la médiatrice du bourgeon passant par A_{15} est la diagonale du carré de côté 1. Nous pourrions ainsi démontrer que la composition des bourgeons de la croix est basée sur un petit triangle équilatéral.

Enfin, le demi-cercle supérieur qui forme l'arc du cadre du *xoran*, est construit par symétrie axiale du cercle imaginaire qui nous a permis de construire la composition du couronnement.

Le couronnement

Les constats

Le couronnement comprend un arc polylobé avec cinq lobes. L'arc est centré sur l'axe vertical de la croix. Il repose sur la composition linéaire du bas du couronnement et le dernier lobe supérieur de forme lancéolé se raccorde à la base d'une fleur de lys dont le sommet semblent toucher la limite supérieure du couronnement. Le xač'k'ar étant légèrement usé, cette limite n'est pas clairement identifiable. La forme des lobes médians n'est pas très claire : il peut s'agir d'un demi-cercle placé entre les deux points de jonction ou d'un arc de cercle se terminant par un segment vertical. Chacun des lobes inférieurs est formé d'un segment surmonté d'un arc de cercle. Il semble que cet arc polylobé doit pouvoir s'unir avec un triangle. Nous noterons que l'intervalle entre les piédroits des lobes inférieurs ne correspond pas à la largeur du xoran mais il est légèrement plus grand.

Les mesures relevés

Les points de jonction des lobes peuvent être mesurés par rapport à la limite inférieure du couronnement.

- Hauteur du point de jonction des lobes inférieurs et des lobes médians : 1,74
- Hauteur du point de jonction des lobes médians et des lobes supérieurs :2,86
- Intervalle entre les piédroits de l'arc polylobé :4,23

Les hypothèses et la construction

Nous considérons que les lobes médians et supérieurs sont des arcs de cercle. Les lobes inférieurs sont des arcs de cercle complétés par des segments de droite.

Les deux diagonales du couronnement, le rectangle **4X8,** sont tracées. Le point d'intersection Z de ces diagonales est le centre du cercle de diamètre **d** (hauteur du couronnement). Ce cercle couvre en grande partie les éléments du tétramorphe. L'intersection A_{65} du cercle et de la diagonale permet de tracer le rectangle d'or $Z_3A_{65}A_{67}A_{47}$. En effet, le segment $[A_3A_{65}]$ est divisé en moyenne et extrême raison par le point B_1 diamétralement opposé à A_{65}. La division de ce rectangle d'or en carré et rectangle d'or plus petit va couper l'arc polylobé au point au point Q_3, point de jonction des deux lobes (médian et supérieur).

Le point A_{67} projection perpendiculaire du point A_{65} sur le segment $[A_2A_4]$ permet de tracer le segment $[A_{47}A_{67}]$ et le grand carré $P_3O_4A_{67}A_{47}$.

Le triangle isocèle $K_1A_{64}L_1$ dont les côtés sont tangents aux lobes, est formé de deux triangles rectangles remarquables « 3, 4, 5 » connu depuis l'Antiquité : les angles du triangle isocèle sont égaux à 53°, 74°, 53°.

L'arc de cercle du lobe inférieur peut être construit de la manière suivante. La droite $(A_{66}A_{65})$ coupe le bord du couronnement droit au point H_1 et gauche au point J_1. Le triangle ainsi formé J_1A_{47} H_1. est un gnomon d'or (triangle d'argent) inapparent dont l'angle au sommet A_{47} est égal à 108°. Le point d'intersection M_5 est le centre du cercle du lobe inférieur. (fig. 12a, 12b).

L'arc lancéolé supérieur est construit par deux arcs de cercle : l'un autour du centre G_1 déterminé par double division par deux du segment $[L_4K_4]$ puis le deuxième à partir du centre F_1.

Concernant le lobe médian, deux hypothèses peuvent être envisagées.

a) Le point d'intersection D_1 des deux diagonales Z_3A_{67} et P_3A_{65} est le centre du cercle du lobe médian. C'est aussi le centre de la spirale d'or (spirale logarithmique avec un facteur de croissance de **φ**). Contrairement aux carrés **1X1, 4X4, 8X8** que nous avons vu jusqu'à présent, ici les côtés du rectangle d'or Z_3A_{65} $A_{67}A_{47}$ sont fonction de **φ**. En effet, la longueur du petit côté Z_3A_{65} du rectangle est égale à **4/(2φ – 1)** et celle du grand côté A_{65} A_{67} est égale à **4 φ /(2φ – 1) soit 2,894** ce qui est relativement proche de la valeur mesurée 2,86. **Cette hypothèse conduit à un cercle légèrement plus grand et non tangent au triangle « 3, 4, 5 ».**

b) Le point d'intersection M_1 de la diagonale Z_3A_{67} et de la médiatrice $A_{64}J_5$ est le centre du cercle du lobe médian.

Le couronnement est donc construit à partir de deux grands rectangles d'or verticaux (partie inférieure) accolés à deux rectangles d'or horizontaux plus petits (partie supérieure).

Conclusion

L'objectif de cet l'article n'était pas de prouver que *la division en moyenne et extrême raison* (la section d'or) se trouvait au centre des préoccupations de Momik comme élément structurant de la composition du xač‘k‘ar. Cela a pu être le cas. Notre intention était plutôt d'identifier les raisonnements géométriques qui ont guidé la construction de ce xač‘k‘ar.

Comme nous avons essayé de le démontrer, la base du processus de construction géométrique du xač‘k‘ar de Momik est le carré, la division par deux et la section d'or. Il nous semble que tout ce travail a pu être réalisé à l'aide du compas et de la règle non graduée. Ce qui est remarquable c'est que le triangle « équilatéral » et le triangle « isocèle d'or » formés par les branches de la croix sont les deux figures fondamentales non apparentes de tout le travail. Le cercle est une figure qui a servi dans le processus de construction mais qui apparait comme résultante dans le fleuron et sous forme de demi-cercle dans le xoran. De manière générale il nous semble que les compositions internes à chaque partie du xač‘k‘ar sont indépendantes. En effet aucune relation géométrique n'a été trouvée entre les parties sauf le demi-cercle formant le cadre supérieur du xoran. Une fois la structure morphologique du couronnement, de l'encadrement, du xoran et de la base déterminée, les compositions internes sont propres à chaque partie et se suffisent à elle-même.

En ce qui concerne la symétrie, ce xač‘k‘ar semble symétrique sur le plan de la structure (dans les xač‘k‘ar la symétrie est principalement axiale par rapport à l'axe vertical de la croix), mais il existe une asymétrie subtile, à la fois en termes de décor figuré, d'ornementation fine et de sculpture. Sur le plan visuel, en particulier la place centrale du rectangle d'or (xoran et encadrement) à « hauteur d'homme » a peut être intentionnellement choisi par Momik afin de créer un impact sur l'observateur. C'est peut-être aussi cela qui a guidé le choix des dimensions et des proportions du xač‘k‘ar.

L'utilisation conjointe des trois figures de base de la géométrie plane euclidienne – le cercle, le triangle et le carré – à la fois dans les traits de construction et dans le résultat prouvent que Momik avait à la fois une maîtrise conceptuelle de la géométrie, une habilité et une sensibilité artistique unique et sans doute une connaissance de la symbolique des figures et des nombres. Comme dans le monde roman[46], la symbolique a sans doute été une composante importante qui a accompagné l'architecture des églises arméniennes (via la géométrie dans l'espace) et la composition des xačʻkʻar (via la géométrie plane).

L'analyse qui a été proposée dans cet article n'est pas un aboutissement, mais un essai. D'autres solutions géométriques pourraient être envisagées. Reste enfin le décor figuré et l'ornementation qui pourraient être « radiographiés » de la même manière.

Bibliographie

Աբրահամյան Ա. 1983, Գլաձորի համալսարանը, Երևան, «Հայաստան», էջ 45-47:
Բարխուդարյան Ս.Գ. 1963, Միջնադարյան հայ ճարտարապետներ և քարգործ վարպետներ, Երևան, ԳԱԽ հրատ., 381 էջ:
Բարխուդարյան 1967, Դիվան հայ վիմագրության, պր. 3, Վայոց ձոր, Եղեգնաձորի և Ազիզբեկովի շրջան, Երևան, ՀՍՍՌ ԳԱԱ հրատ., 428 էջ:
Խաչերյան Լ.Գ. 1973, Գլաձորի համալսարանը, Երևան, «Լույս», էջ 107:
Շահինյան Ա.Ն. 1984, Հայաստանի միջնադարյան կոթողային հուշարձանները. IX-XIII դարերի խաչքարերը, Երևան, ՀՍՍՀ ԳԱ հրատ., 112 էջ:
Պետրոսյան Գ.Բ. 1945, Էվկլիդեսի երկրաչափական հայերեն հնագույն թարգմանությունը և նրա նշանակությունը մաթեմատիկայի պատմության համար, Հասարակական գիտություններ, N 1-2, Երևան, էջ 67:
Պետրոսյան Գ.Բ., Աբրահամյան Ա.Գ. 1962, Էվկլիդեսի երկրաչափության հայերեն նոր բնագիրը, Պատմա-բանասիրական հանդես, N 1, Երևան, էջ 148-170:
Պետրոսյան Գ.Բ. 1986, Միջնադարյան Հայաստանի մաթեմատիկայի պատմությունից, Երևան, ՀՍՍՀ ԳԱ հրատ., 160 էջ:
Պետրոսյան Հ.Լ. 2008, Խաչքար, ՀՀ ԳԱԱ, Երևան, «Փրինթինֆո», 406 էջ:
Դավիթ Անհաղթ 1980, Երկեր, թարգմանությունը, առաջաբանը և ծանոթագրությունները Ս.Ս. Արևշատյանի, Երևան, «Սովետական գրող», 328 էջ:
Davy, M.-M. 1977, Initiation à la symbolique romane, Paris, éd. Flammarion, 312 p.
Euclide 1990, Eléments, trad. et commentaires de Bernard Vitrac, Paris, éd. PUF, 532 p.
Khatchadourian H., Basmadjian M. 2014, L'art des khatchkars, Les pierres à croix arméniennes d'Ispahan et de Jéruslamem, Paris, éd. Geuthner, 444 p.
Leroy M. 1936, La traduction arménienne d'Euclide, Annuaire de l'Institut de philologie et d'histoire orientales et slaves, Mélanges Franz Cumont, Paris, t. IV, p. 788.

[46] Davy 1977.

Michel P.-H. 1960, Vocabulaire et modes d'expression des géomètres grecs, Revue des Études Grecques, tome 73, fascicule 344-346, Janvier-juin, p. 217-223.
Waters E.G.R. 1929, Fifteenth Century French Algorism from Liege, Isis, vol. 12, N° 2, p. 194-236.

ՄՈՄԻԿԻ ԽԱՉՔԱՐԻ ԵՐԿՐԱՉԱՓԱԿԱՆ ՀԱՄԱՄԱՍՆՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՔՆՆՈՒԹՅՈՒՆ

Յարութիւն Խաչատուրեան (Ֆրանսիա, Փարիզ)

Ամփոփում

Ավելի քան հիսուն տարի է, որ խաչքարերը ուսումնասիրության նյութ են դարձել. ուսումնասիրվել են նրանց ծագումը, գործառույթը, պատկերագրությունը, խորհուրդը, տիպաբանությունը և արձանագրությունները: Սպահանի և Երուսաղեմի խաչքարերի քանակական ուսումնասիրությունը (ձևայնացում և վիճակագրություն) թույլ է տվել բացահայտել դրանց կառուցվածքը և դասակարգել այնտեղ առկա զարդաքանդակները: Մինչ օրս ոչ մի վերլուծական աշխատանք չի դիտարկել զարդաքանդակների երկրաչափական հորինվածքը՝ ո՛չ կառուցողական ընթացքի և ո՛չ էլ արդյունքի առումով: Մոմիկի այն խաչքարը (XIII դ.), որտեղ պատկերված են Քրիստոսը և 12 առաքյալները, այժմ ցուցադրվում է Եղեգնաձորի երկրագիտական թանգարանում: Ներկայացնելով ընդհանուր տեղեկություններ Մոմիկի և Էվկլիդեսի «Տարրեր» աշխատության մասին՝ քննել ենք խաչքարի երկրաչափական հորինվածքը, մասնավորապես նրա կապը «ոսկե հատման» հետ: Արդյունքները վերջնական կդառնան, երբ առաջարկված վերլուծական մեթոդը կկիրառվի Մոմիկի կերտած մյուս խաչքարերի առնչությամբ:

Բանալի բառեր՝ Մոմիկ, խաչքար, երկրաչափություն, Էվկլիդես, ոսկե հատում, համամասնություններ, հորինվածք:

ИССЛЕДОВАНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПРОПОРЦИЙ ХАЧКАРА МОМИКА

Арутюн Хачатурян (Франция, Париж)

Резюме

Свыше пятидесяти лет хачкары являются предметом многочисленных исследований, рассматривающих их происхождение, функции, иконографию, символику, типологию и надписи. Первое количественное исследование (типовое и статистическое), сделанное на основании хачкаров Исфахана и Иерусалима, ставило целью выявление их структуры и классификацию орнаментов. Во всех вышеназванных случаях ни одно исследование не рассматривало геометрические аспекты орнаментов как с точки зрения их конструкции, так и полученной композиции. Цель данной статьи – проанализировать хачкар Момика (XIII век), на котором изображены Христос и 12 апостолов (далее – «Христос и 12 апостолов»). Особый интерес представляет геометрическая композиция, в частности – ее связь с золотым сечением. Окончательные результаты станут известны тогда, когда предложенный метод анализа будет применен и на других хачкарах, высеченных Момиком.

Ключевые слова – Момик, хачкар, геометрия, Эвклид, золотое сечение, пропорции, композиция.

STUDY OF THE GEOMETRIC PROPORTIONS OF MOMIK'S XAČʻKʻAR

Haroutioun Khatchadourian (France, Paris)

Abstract

Xačʻkʻar have been the subject of numerous studies for more than fifty years: the origins, their function, iconography, symbolism, typology and inscriptions have been analyzed qualitatively. A first quantitative study (formal and statistical) was carried out with the xačʻkʻar of Isfahan and Jerusalem, highlighting their structure and classifying their ornaments. In all cases, no study has analyzed the geometric aspects of the composition of the decorations both in terms of construction and result. The objective of this article is both to analyze Momik's xačʻkʻar from the 13th century illustrating Christ and the 12 apostles (hereinafter called "Christ and the 12 apostles") as well as to propose an approach. After a general presentation of the xačʻkʻar (now exhibited at the History Museum of Ełegnajor) and of Euclid's work "The Elements", this article analyzes geometric composition, in particular its relationship with the golden section. The results will be final when the analytical approach will be applied to the other Momik's xačʻkʻar.

Key words – Momik, xačʻkʻar, geometry, Euclid, golden section, proportions, composition.