

М.Г. СТАКЯН, А.Р. ДЕМИРХАНИЯН, А.А. СОГОМОНЯН

ОПТИМИЗАЦИЯ “НУЛЕВОЙ” ГИПОТЕЗЫ О НОРМАЛЬНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ РЕЗУЛЬТАТОВ МЕХАНИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЙ

Разработан программный пакет и реализован статистический эксперимент, в котором использованы циклические долговечности, полученные при массовых испытаниях на усталость. Генерировано 1700 условных выборок объемом $n = 30 \dots 500$ и проведена оптимизация процесса проверки соответствия условных выборок логарифмически нормальному закону распределения согласно критерию Пирсона χ^2 . Произведен поиск оптимальных чисел e_{opt} для разбивки размаха варьирования выборок, обеспечивающих уровни значимости α_{max} . Выявлены корреляционные связи между e_{opt} , α_{max} и n и построена номограмма, позволяющая минимизировать объем и продолжительность испытаний на усталость.

Ключевые слова: статистический эксперимент, критерий согласия, уровень значимости, номограмма.

Предварительным этапом выполнения статистического исследования в рамках одномерной задачи является установление закона распределения объема выборки n , полученного в ходе эксперимента. В одних случаях это выявляется теоретически - на основе предложенной модели изучаемого процесса, а в других - может быть выбрано априори.

В случае, если исследуемое эмпирическое распределение приближается к какому-либо теоретическому закону, рассматривается вопрос его принадлежности генеральной совокупности, имеющей распределение именно по этому закону. Решение этого вопроса имеет важное значение, т.к. при этом возможно применение математического аппарата данного закона для вероятностной оценки изучаемых параметров. Решение данного вопроса производится постановкой и проверкой “нулевой” гипотезы – допущением, что эмпирическое распределение несущественно отличается от принятого теоретического закона (нулевое расхождение) или является выборкой из генеральной совокупности. В результате проверки либо принимается эта гипотеза, либо отвергается, поэтому каждой “нулевой” гипотезе противопоставляется альтернативная (конкурирующая). Проверка осуществляется критериями согласия. При этом устанавливается их уровень значимости α (надежность вывода) - достаточно малое значение вероятности, соответствующее событиям, которые в данной серии испытаний мало вероятны (обычно $\alpha = 0,01$ или $0,05$). Значения критерия согласия, при которых для выбранного уровня α отвергается “нулевая” гипотеза, образуют критическую область (одно- или двустороннюю), а значения, при которых “нулевая” гипотеза не отвергается, - область допустимых значений, соответствующих вероятностям $P = 1 - \alpha$. С уменьшением α

расширяется область допустимых значений критерия согласия, но вместе с этим теряется его чувствительность и повышается вероятность принятия гипотезы даже в случаях, когда она неверна. С другой стороны, малые значения α гарантируют возможность неправильно отвергать верную гипотезу. С этой точки зрения проверки гипотез обладают некоторой неопределенностью.

Если значения критерия попадают в допустимую область, то рано делать вывод о принятии закона распределения. Можно лишь заключить, что опытные данные не противоречат закону, пока не будут проведены обстоятельные исследования и комплексные проверки по нескольким критериям согласия, сочетая их с анализом физической сущности изучаемого процесса (объекта, явления).

Рассеяние большинства экспериментальных данных, как правило, подчиняется нормальному закону распределения, что позволяет при оценках использовать не только средневероятную линию нормированной эмпирической функции распределения, но и методику построения доверительных границ, которая подробно разработана для данного закона. Анализ и систематизация современных критериальных оценок [1], а также их массовое применение [2-5] позволили разработать методику и алгоритм комплексных проверок нормальности распределения по критериям согласия Шапиро-Уилка w , Колмогорова - Смирнова λ , Мизеса ω^2 и Пирсона χ^2 [6].

Согласно [1], а также на основе многочисленных статистических вычислений [2-5] выяснилось, что критерии λ и ω^2 являются более строгими, что, в свою очередь, затрудняет их применение для совокупностей с явно выраженным дискретным распределением данных или очагами “сгустков”, какими являются большинство результатов механических испытаний. Этих недостатков лишен критерий согласия χ^2 , который является более универсальным. Он применим для любых видов распределений, даже при неизвестных значениях их параметров, что часто имеет место при анализе результатов механических испытаний. Нулевая гипотеза соответствия вариационного ряда нормальному закону проводится согласно условию [1]

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^{e_1} (n_j - np_j)^2 / np_j \leq \chi_{\alpha}^2, \quad (1)$$

где χ_{α}^2 - критическое значение χ^2 при заданных $\alpha = 0,05$ и $k = e_1 - 3$ (e_1 - скорректированное число интервалов разбивки размаха варьирования $R = x_n - x_1$ после их объединения).

Условие (1) часто выполняется при значительном разрыве величин χ^2 и χ_{α}^2 . Это означает, что при многократном повторении отдельных выборок из той же генеральной совокупности условие (1) обеспечивалось бы с доверительной вероятностью, соответствующей фактическому уровню значимости α_{ϕ} , и чем больше значение α_{ϕ} , тем достовернее принятие “нулевой” гипотезы соответствия отдельной выборки нормальному закону распределения.

На величину α_{ϕ} значительное влияние оказывает метод разбивки R и, особенно, объединения его крайних интервалов, в связи с чем для одного и того же вариационного ряда условие (1) выполняется на разных уровнях α . По-видимому, существует оптимальное число e_{opt} , при котором обеспечивается условие

$$\alpha_{\max} = \max[P(\chi^2 > \chi_1^2)], \quad (2)$$

определяемое из выражения [1]

$$P(\chi^2 > \chi_1^2) = [2^{k/2} \Gamma(k/2)]^{-1} \int_{\chi_1^2}^{\infty} (\chi^2)^{k/2-1} \exp(-\chi^2/2) d\chi^2. \quad (3)$$

Поэтому в основу оптимизационных процедур [6] заложен принцип трехуровневого поиска $\alpha_{\max}$ исследуемой выборки данных: а) расчет α для всего интервала значений e ; б) применение преобразований для опытных данных; в) разделение детерминированной составляющей данных.

Число интервалов разбивки размаха варьирования R в справочной литературе обычно принимают: при $n = 100$ - $e = 10 \dots 15$; $n = 200$ - $e = 15 \dots 20$; $n = 400$ - $e = 25 \dots 30$; $n = 1000$ - $e = 35 \dots 40$ [1].

Указанные рекомендации предложены априори, без надлежащего теоретического обоснования и апробации, на основе проведения массовых статистических проверок результатов механических испытаний. Как следствие, предложенные интервальные значения e не способствуют выявлению максимально возможных $\alpha_{\max}$ согласно (2) и (3), скрытых в вычислительных процедурах по проверке “нулевой” гипотезы. Обоснование и выбор достоверных значений e в связи с объемом испытаний представляется возможным лишь при тщательной группировке, классификации и обработке значительного количества разнородного экспериментального материала, накопленного за последние десятилетия, требующего больших усилий, затрат времени и средств. Однако стремление совершенствовать расчетные методики на основе оптимизационных решений, используя возможности современных вычислительных средств, является велением времени.

Неопределенность и необоснованные интервальные значения e диктуют необходимость дальнейшего совершенствования оптимизационных процедур [6] и введения четвертого уровня с целью минимизации расчетных процедур – уточнения интервальных значений e в связи с вариацией объема испытаний, а также выявления многомерной связи $\alpha_{\max} - e_{\text{opt}} - n - Z_p$ и создания на этой основе номограммы. Это позволит в лабораторных условиях, без выполнения сложных и трудоемких расчетных операций, организовать оптимальные механические испытания.

На основе результатов массовых механических испытаний с использованием метода датчика случайных чисел (ДСЧ) реализован статистический эксперимент значительного объема (до 25523 вычислений), который обеспечивает сходимость и статистическую устойчивость полученных результатов. Для этой цели использованы результаты массовых

испытаний на усталость [1], а также алгоритмы и программное обеспечение для оптимального поиска значений $\alpha_{\max}$ по критерию согласия χ^2 [6].

Для реализации статистического эксперимента разработан следующий вычислительный алгоритм: 1. Общая часть. 2. Генерация искусственных выборок и их статистическое исследование. 3. Расчетно-графический анализ уровней значимости α_{kl} . 4. Составление номограммы для оптимальной разбивки размаха варьирования R.

Из общей совокупности данных $x_i = \lg N_i$ составляют вариационный ряд и определяют основные статистики этого ряда:

$$\bar{x}_o = \sum_{i=1}^{n_o} x_i / n_o, \quad s_o^2 = \frac{1}{n_o - 1} \left[\sum_{i=1}^{n_o} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n_o} x_i \right)^2 / n_o \right], \quad v_o = s_o / \bar{x}_o, \quad i = \overline{1, n_o}. \quad (4)$$

Таблица 1

План статистического эксперимента

№ серии статист. эксп.	Объем выборки, n_i	К-во повторных выборок, u_i	Интервалы разбивки размаха R_i		К-во составления статистических таблиц χ^2 , $q_i u_i$
			к-во интервалов, $j_i = \overline{8, e_i}$	к-во процедур, q_i	
Общ. совокупн.	500	1	8 ... 30	23	23
1	450	100	8 ... 30	23	2300
2	400				
3	350				
4	300				
5	250				
6	200		8 ... 25	18	1800
7	175				
8	150				
9	125		8 ... 20	13	1300
10	100				
11	90				
12	80				
13	70		8 ... 15	8	800
14	60				
15	50				
16	40		8 ... 12	5	500
17	30				
Общее к-во расчетных процедур		1701	-		25523

Затем производят комплексную проверку нормальности распределения [6].

2. Согласно схеме проведения статистического эксперимента (табл.1), из общей совокупности генерируются искусственные выборки (n_i, u_i) .

Для каждого вариационного ряда k объемом $v = \overline{1, n_i}$ аналогично (4) определяют статистики $\bar{x}_k, s_k^2, v_k$. По завершении каждой серии вычислений (n_i, u_i) с целью обобщения результатов составляют вариационные ряды значений $\bar{x}_k, s_k^2, v_k, k = \overline{1, u_i}$, вычисляют средние $\bar{x}_i, s_i^2, v_i$, а также их с.к.о. и коэффициенты вариации:

$$\begin{cases} \bar{x}_i = \sum_{k=1}^{u_i} \bar{x}_k / u_i, & s_{\bar{x}_i}^2 = \frac{1}{u_i - 1} \left[\sum_{k=1}^{u_i} \bar{x}_k^2 - \left(\sum_{k=1}^{u_i} \bar{x}_k \right)^2 / u_i \right], & v_{\bar{x}_i} = s_{\bar{x}_i} / \bar{x}_i; \\ s_i^2 = \sum_{k=1}^{u_i} s_k^2 / u_i, & s_{s_i^2}^2 = \frac{1}{u_i - 1} \left[\sum_{k=1}^{u_i} (s_k^2)^2 - \left(\sum_{k=1}^{u_i} s_k^2 \right)^2 / u_i \right], & v_{s_i^2} = s_{s_i^2} / s_i^2; \\ v_i = \sum_{k=1}^{u_i} v_k / u_i, & s_{v_i}^2 = \frac{1}{u_i - 1} \left[\sum_{k=1}^{u_i} v_k^2 - \left(\sum_{k=1}^{u_i} v_k \right)^2 / u_i \right], & v_{v_i} = s_{v_i} / v_i. \end{cases} \quad (5)$$

На основании (5) формируют одномерную статистическую таблицу для данной серии экспериментов (табл.2).

Проверяют однородность ряда дисперсий s_k^2 по критерию Кочрена [1]:

$$G_{\max} = s_{\max}^2 / \sum_{k=1}^{u_i} s_k^2 \leq G_{\max, \alpha}, \quad (6)$$

где $s_{\max}^2$ - максимальная дисперсия вариационного ряда s_k^2 ; $G_{\max, \alpha}$ - критериальное значение $G_{\max}$ при $\alpha = 0,05, k = n - 1$.

Отсутствие априорной информации о законе распределения этих величин вызывает необходимость проведения комплексной проверки нормальности вариационных рядов $\bar{x}_k, s_k^2, v_k$ по критериям согласия w, ω^2, λ и χ^2 [6]. Как показала проверка, рассмотренные вариационные ряды с надежностью вывода $\alpha = 0,05$ соответствуют нормальному закону, что подтверждается также графическими построениями эмпирических функций распределения и их доверительных границ.

Статистики $\bar{x}_i, s_i^2$ и v_i (табл.2) фактически являются медианными характеристиками обобщенной (априорной) выборки для серии экспериментов (n_i, u_i) .

Таблица 2

Схема вычислений для одной серии статистических экспериментов ($n_i = \text{const}$)

№ повторных выборок	Вариационные ряды $X_{kv}, v = \overline{1, n_i}$	$\bar{X}_k$	S_k^2	V_k
1	$X_{11}, X_{12}, X_{13}, \dots, X_{1v}, \dots, X_{1n_i}$	$\bar{X}_1$	S_1^2	V_1
2	$X_{21}, X_{22}, X_{23}, \dots, X_{2v}, \dots, X_{2n_i}$	$\bar{X}_2$	S_2^2	V_2
3	$X_{31}, X_{32}, X_{33}, \dots, X_{3v}, \dots, X_{3n_i}$	$\bar{X}_3$	S_3^2	V_3
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
k	$X_{k1}, X_{k2}, X_{k3}, \dots, X_{kv}, \dots, X_{kn_i}$	$\bar{X}_k$	S_k^2	V_k
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
u_i	$X_{u_i1}, X_{u_i2}, X_{u_i3}, \dots, X_{u_iv}, \dots, X_{u_in_i}$	$\bar{X}_{u_i}$	$S_{u_i}^2$	V_{u_i}
Обобщенные статистики	средние значения	$\bar{X}_i$	S_i^2	V_i
	среднеквадратические отклонения	$S_{\bar{X}_i}^2$	$S_{S_i^2}^2$	$S_{V_i}^2$
	коэффициенты вариации	$V_{\bar{X}_i}$	$V_{S_i^2}$	V_{V_i}

3. Каждый вариационный ряд значений $x_{kv}, k = \overline{1, u_i}, v = \overline{1, n_i}$ (табл.2) проверяется на нормальность распределения согласно критерию χ^2 из условия (1), в расчетной процедуре которого предусмотрены разбивка размаха варьирования ряда $R_i = (x_{kn_i} - x_{k1})$ на равные интервалы $j_i = \overline{8, e_i}$ (табл.1), расчет статистики χ^2 и составление одномерной статистической таблицы, проверка неравенства (1) или расчеты значений уровней значимости α_{kl} (2). Эта процедура для каждого вариационного ряда повторяется q_i раз, а для одной серии экспериментов - $u_i q_i$ раз (табл.1). В итоге, для каждого вариационного ряда x_{kv} получают новую совокупность значений $\alpha_{kl}, k = \overline{1, u_i}, l = \overline{1, q_i}$, которые являются условными случайными величинами.

Составляют вариационные ряды α_{kl} и выполняют расчетные процедуры согласно (4), (5), определяют $\bar{\alpha}_k, S_{\alpha_k}^2, V_{\alpha_k}$, их средние значения $\bar{\alpha}_i, S_{\alpha_i}^2, V_{\alpha_i}$, а также их с.к.о. и коэффициенты вариации. Из каждого ряда выделяют максимальное значение $\alpha_{\max k} = \alpha_{kq_i}$ и соответствующее ему оптимальное значение e_{opt_k} . В результате получают два новых вариационных ряда - $\alpha_{\max k}$ и e_{opt_k} . Учитывая, что

законы распределения вариационных рядов $\alpha_{kl}, \alpha_{\max k}$ и e_{opt_k} неизвестны, целесообразно произвести полное статистическое исследование этих рядов согласно [6]. Из них

наибольший интерес представляют вариационные ряды $\alpha_{\max_k}$ и e_{opt_k} , основные статистики которых равны

$$\begin{cases} \alpha_{\max_i} = \frac{\sum_{k=1}^{u_i} \alpha_{\max_k}}{u_i}, s_{\alpha_{\max_i}}^2 = \frac{1}{u_i - 1} \left[\sum_{k=1}^{u_i} \alpha_{\max_k}^2 - \left(\sum_{k=1}^{u_i} \alpha_{\max_k} \right)^2 / u_i \right], v_{\alpha_{\max_i}} = \frac{s_{\alpha_{\max_i}}}{\alpha_{\max_i}}, \\ e_{\text{opt}_i} = \frac{\sum_{k=1}^{u_i} e_{\text{opt}_k}}{u_i}, s_{e_{\text{opt}_i}}^2 = \frac{1}{u_i - 1} \left[\sum_{k=1}^{u_i} e_{\text{opt}_k}^2 - \left(\sum_{k=1}^{u_i} e_{\text{opt}_k} \right)^2 / u_i \right], v_{e_{\text{opt}_i}} = \frac{s_{e_{\text{opt}_i}}}{e_{\text{opt}_i}}. \end{cases} \quad (7)$$

На основе вычислений составляют табл.3.

Таблица 3

Схема вычислений α_{kl} и выбора $\alpha_{\max_k}$, e_{opt_k} для одной серии статистических экспериментов ($q_i = \text{const}$)

№ повторных выборок	Вариационные ряды α_{kl} ($l = \overline{1, q_i}$)	$\overline{\alpha}_k$	$s_{\alpha_k}^2$	v_{α_k}	$\alpha_{\max_k}$	e_{opt_k}
1	$\alpha_{11}, \alpha_{12}, \alpha_{13}, \dots, \alpha_{1l}, \dots, \alpha_{1q_i}$	$\overline{\alpha}_1$	$s_{\alpha_1}^2$	v_{α_1}	$\alpha_{\max_1}$	e_{opt_1}
2	$\alpha_{21}, \alpha_{22}, \alpha_{23}, \dots, \alpha_{2l}, \dots, \alpha_{2q_i}$	$\overline{\alpha}_2$	$s_{\alpha_2}^2$	v_{α_2}	$\alpha_{\max_2}$	e_{opt_2}
3	$\alpha_{31}, \alpha_{32}, \alpha_{33}, \dots, \alpha_{3l}, \dots, \alpha_{3q_i}$	$\overline{\alpha}_3$	$s_{\alpha_3}^2$	v_{α_3}	$\alpha_{\max_3}$	e_{opt_3}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
k	$\alpha_{k1}, \alpha_{k2}, \alpha_{k3}, \dots, \alpha_{kl}, \dots, \alpha_{kq_i}$	$\overline{\alpha}_k$	$s_{\alpha_k}^2$	v_{α_k}	$\alpha_{\max_k}$	e_{opt_k}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
u_i	$\alpha_{u_i 1}, \alpha_{u_i 2}, \alpha_{u_i 3}, \dots, \alpha_{u_i l}, \dots, \alpha_{u_i q_i}$	$\overline{\alpha}_{u_i}$	$s_{\alpha_{u_i}}^2$	$v_{\alpha_{u_i}}$	$\alpha_{\max_{u_i}}$	$e_{\text{opt}_{u_i}}$
Обобщенные статистики	средние значения	$\overline{\alpha}_i$	$s_{\alpha_i}^2$	v_{α_i}	$\alpha_{\max_i}$	e_{opt_i}
	среднеквадратические отклонения	$s_{\overline{\alpha}_i}^2$	$s_{s_{\alpha_i}^2}^2$	$s_{v_{\alpha_i}}^2$	$s_{\alpha_{\max_i}}^2$	$s_{e_{\text{opt}_i}}^2$
	коэффициенты вариации	$v_{\overline{\alpha}_i}$	$v_{s_{\alpha_i}^2}$	$v_{v_{\alpha_i}}$	$v_{\alpha_{\max_i}}$	$v_{e_{\text{opt}_i}}$

Выполнены проверки:

а) на однородность дисперсий $s_{\alpha_k}^2$, $k = \overline{1, u_i}$ согласно (6) –

$$G_{\max} = 0,1002 < G_{\max, \alpha} \quad (G_{\max, \alpha} = 0,1108);$$

б) “нулевой” гипотезы нормальности распределения вариационных рядов α_{kl} , $\alpha_{\max_k}$ и e_{opt_k} согласно программе SMDA [6] – рассмотренные ряды с надежностью вывода $\alpha = 0,05$ соответствуют нормальному закону распределения.

Указанные проверки позволяют определить вероятностные значения $\hat{\alpha}_{\max_{ip}}$ и $\hat{e}_{opt_{ip}}$ из условия

$$\hat{x}_p = \bar{x} + z_p s \quad (8)$$

для вероятностей неразрушения $P(N)=0,5, 0,9, 0,99$ и $0,999$ ($z_p = 0, -1,28, -1,65, -2,33$ и $-3,09$) с использованием соответствующих значений *с.к.о.* – $s_{\alpha_{\max_i}}$ и $s_{e_{opt_i}}$.

4. Составляют сводную таблицу результатов статистического эксперимента (табл.4). Предварительный графический анализ обобщенных (априорных) результатов, согласно табл.4, свидетельствует о наличии связи между рассмотренными величинами и объемом выборки (рис.1).

Таблица 4

Сводная таблица результатов статистического эксперимента ($i = \overline{1, m}$)

№ серии испыт.	n_i	u_i	q_i	$\alpha_{\max_i}$			e_{opt_i}		
				$\alpha_{\max_i}$	$s_{\alpha_{\max_i}}^2$	$v_{\alpha_{\max_i}}$	e_{opt_i}	$s_{e_{opt_i}}^2$	$v_{e_{\max_i}}$
Общ. совокупн.	500	1	23	$\alpha_{\max_o}$	$s_{\alpha_{\max_o}}^2$	$v_{\alpha_{\max_o}}$	e_{opt_o}	$s_{e_{opt_o}}^2$	$v_{e_{\max_o}}$
1	n_1	u_1	q_1	$\alpha_{\max_1}$	$s_{\alpha_{\max_1}}^2$	$v_{\alpha_{\max_1}}$	e_{opt_1}	$s_{e_{opt_1}}^2$	$v_{e_{\max_1}}$
2	n_2	u_2	q_2	$\alpha_{\max_2}$	$s_{\alpha_{\max_2}}^2$	$v_{\alpha_{\max_2}}$	e_{opt_2}	$s_{e_{opt_2}}^2$	$v_{e_{\max_2}}$
3	n_3	u_3	q_3	$\alpha_{\max_3}$	$s_{\alpha_{\max_3}}^2$	$v_{\alpha_{\max_3}}$	e_{opt_3}	$s_{e_{opt_3}}^2$	$v_{e_{\max_3}}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
i	n_i	u_i	q_i	$\alpha_{\max_i}$	$s_{\alpha_{\max_i}}^2$	$v_{\alpha_{\max_i}}$	e_{opt_i}	$s_{e_{opt_i}}^2$	$v_{e_{\max_i}}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
m	n_m	u_m	q_m	$\alpha_{\max_m}$	$s_{\alpha_{\max_m}}^2$	$v_{\alpha_{\max_m}}$	e_{opt_m}	$s_{e_{opt_m}}^2$	$v_{e_{\max_m}}$

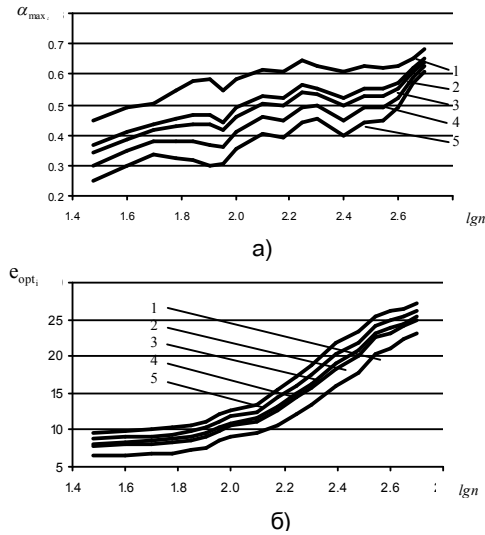


Рис 1. Зависимости $\alpha_{\max_i} = f_1(n)$ (а) и $e_{opt_i} = f_2(n)$ (б).

Линии 1...5 соответствуют $P(N)=0,5, 0,9, 0,95, 0,99$, и $0,999$

В координатной системе $(y, \lg n)$ их можно аппроксимировать уравнениями вида

$$Y_x = (\bar{y} + z_p s_{y/x}) + (x - \bar{x}) r s_y / s_x = a + b_{y/x} x, \quad (9)$$

где $y_i = \alpha_{\max_i}$, $v_{\alpha_{\max_i}}$, e_{opt_i} , $v_{e_{opt_i}}$, $x_i = \lg n_i$, $\bar{y} = \sum_{i=1}^m y_i / m$, $\bar{x} = \sum_{i=1}^m x_i / m$,

$$s_y = \sqrt{\sum_{i=1}^m (y_i - \bar{y})^2 / (m-1)}, s_x = \sqrt{\sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^2 / (m-1)}, r = \mu / s_x s_y,$$

$$\mu = \sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) / (m-1), s_{y/x} = s_y \sqrt{(1-r^2)(m-1)/(m-2)}, a = (\bar{y} + z_p s_{y/x}) - b_{y/x} \bar{x},$$

$$b_{y/x} = r s_y / s_x = \mu / s_x^2.$$

Вычисления свидетельствуют о высокой степени корреляционной связи между рассмотренными величинами (табл.5).

Таблица 5

Параметры зависимостей (9) при $P(N) = 0,5$

Статистики	a	$b_{y/x}$	$s_{y/x}$	r
$\alpha_{\max_i}$	0,27940	0,14761	0,02608	0,91055
$v_{\alpha_{\max_i}}$	1,17273	-0,33327	0,04074	-0,95404
e_{opt_i}	-19,84957	15,16423	1,91577	0,95115
$v_{e_{opt_i}}$	0,31487	-0,08816	0,01459	-0,92022

Для обоснования интервальных значений e_{opt_i} в связи с вариацией объема n_i можно использовать систему линейных уравнений, полученную согласно (9):

$$\begin{cases} \alpha_{\max_i} = a_1 + b_1 \lg n, \\ e_{opt_i} = a_2 + b_2 \lg n, \\ v_{e_{opt_i}} = a_3 + b_3 \lg n, \end{cases} \quad (10)$$

в которой параметром является квантиль нормального распределения.

С учетом требований номографии [7], для облегчения графических построений несколько видоизменяют систему (10):

$$\begin{cases} \alpha_{\max_i} = A_1 + B_1 e_{opt_i}, \\ e_{opt_i} = a_2 + b_2 \lg n, \\ v_{e_{opt_i}} = a_3 + b_3 \lg n, \end{cases} \quad (11)$$

где $A_1 = (a_1 b_2 - a_2 b_1) / b_2$, $B_1 = b_1 / b_2$.

В результате получают номограмму $\alpha_{\max_i} - e_{opt_i} - v_{e_{opt_i}} - \lg n_i - z_p$ (рис.2), позволяющую доступным способом произвести отбор параметров для интересующего интервала n_i с учетом заданного уровня вероятности неразрушения $P(N)$.

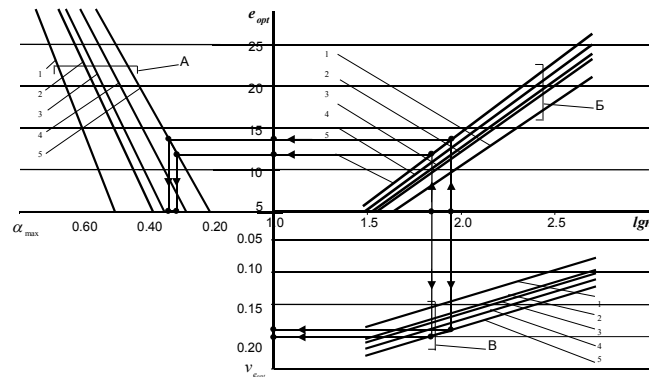


Рис. 2. Номограмма $\alpha_{\max_i} - e_{opt_i} - v_{e_{opt_i}} - \lg n_i - z_p$.

$$A - \alpha_{\max_i} = F(e_{opt_i}), \quad B - e_{opt_i} = f_1(\lg n), \quad \text{и} \quad B - v_{e_{opt_i}} = f_2(\lg n).$$

Линии 1...5 соответствуют $P(N)=0,5, 0,9, 0,95, 0,99$, и $0,999$

Система (11) и номограмма (рис.2) обобщают результаты статистического эксперимента, произведенного на базе массовых испытаний на усталость образцов из алюминиевого сплава марки *AB*. С помощью номограммы можно решать следующие задачи:

1. В диапазоне $n_i = 30 \dots 500$, чаще всего встречающемся в механических испытаниях, для заданных объемов выборок n_i и уровня

$P(N)$ определить значения e_{opt_i} , коэффициента вариации $V_{e_{opt_i}}$ и ожидаемый уровень значимости α_{max} .

2. В диапазоне $e_{opt_i} = 5...30$ для любых значений e_{opt_i} при заданном $P(N)$ определить необходимый объем выборки n_i и ожидаемый уровень значимости α_{max} .

3. При заданных уровнях α_{max_i} и $P(N)$ определить интервальные значения e_{opt_i} и n_i .

4. При заданных значениях α_{max_i} , e_{opt_i} и n_i определить уровень вероятности неразрушения $P(N)$.

5. Произвести парный или комплексный учет требований пп.1...4.

При $P(N) = 0,99...0,999$, чаще всего применяемом в уточненных расчетах, и объемах выборок $n_i = 50...55$ оптимальное число разбивки составляет $e_{opt_i} = 8...11$, что обеспечивает уровень

$$\alpha_{max_i} = 0,3025 \dots 0,3585.$$

Сравнение результатов исследования и ранее рекомендованных в справочной литературе указывает на некоторые расхождения значений e_{opt_i} для $P(N) = 0,99...0,999$: при $n = 100$ - на 20%; $n = 200$ - на 30%; $n = 400$ - на 30%.

Выполненное статистическое исследование позволило совершенствовать и дополнить расчетную методику, расширяя ее возможности:

а) впервые дана оценка выбора интервала e_{opt_i} , который обосновывается оптимизацией уровня значимости α_{max_i} , повышающей достоверность критериальной оценки согласия χ^2 ;

б) расширены границы применения рекомендаций до значений $n_i = 30...100$, чаще встречающихся при реализации механических испытаний;

в) благодаря разработанной номограмме в лабораторных условиях можно оптимизировать процесс научного эксперимента и производить критериальную оценку его результатов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Степнов М.Н.** Статистические методы обработки результатов механических испытаний: Справ. - М.: Машиностроение, 1985. - 232 с.
2. **Олейник Н.В., Стаян М.Г., Оганесян Л.Г.** Вероятностная оценка параметров режима нагружения валов // Надежность и долговечность машин и сооружений: Межвед. сб. науч. тр. - Киев: Наукова думка, 1989.- Вып.16. - С. 46-55.
3. **Стаян М.Г., Манукян Г.А.** Об уравнении кривой коррозионной усталости конструкционных материалов //ФХММ.- 1990. -Т.26, 15. - С.57-60.

4. **Стакян М.Г., Исаханян Н.С.** Программное обеспечение и применение ЭВМ при массовых измерениях микротвердости // Методы и средства определения твердости материалов и изделий: Тез. докл. Всесоюз. науч.-тех. конф. (г.Иваново, 13-16 марта, 1990г.). - Иваново, 1991. - С. 50-51.
5. **Стакян М.Г., Джрбашян Т.Э.** Автоматизация поиска оптимальной схемы испытаний на усталость //Тез. докл. X Междунар. науч. конф. "Планирование и автоматизация эксперимента в научных исследованиях" /МЭИ. - М., 1992. - С. 75-76.
6. **Стакян М.Г., Демирханян А.Р.** Модифицированный метод проверки нормальности распределения результатов механических испытаний // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН.- 2000.- Т.53, 13.- С.271-280.
7. **Хованский Г.С.** Основы номографии. - М.: Наука, 1976. - 352 с.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 02.03.2001.

Մ. Գ. ՍՏԱԿՅԱՆ, Ա. Ռ. ԴԵՄԻՐԽԱՆՅԱՆ, Ա.Հ. ՍՈԴՈՄՈՆՅԱՆ

**ՄԵԽԱՆԻԿԱԿԱՆ ՓՈՐՁԱՐԿՈՒՄՆԵՐԻ ԱՐԴՅՈՒՆՔՆԵՐԻ ՆՈՐՄԱԼ ԲԱԾԵՄԱՆ
"ԶԵՐՈՅԱՆ" ՎԱՐԿԱԾԻ ԼԱՎԱՐԿՈՒՄԸ**

Մշակված է ծրագրային փաթեթ և իրականացված է վիճակագրական փորձարկում, որում օգտագործված են զանգվածային հոգնածային փորձարկումներով ստացված փուլային երկարակեցությունները: Գեներացված են այդ երկարակեցությունների՝ $n = 30 \dots 500$ ծավալով 1700 պայմանական ընտրանքներ և լավարկված է նրանց՝ լոգարիթմական նորմալ բաշխման օրենքին համապատասխանության ստուգման գործընթացն ըստ Պիրսոնի χ^2 համաձայնության չափանիշի: Որոշված են ընտրանքի փոփոխական լայնության լավագույն մասնատման e_{opt} թվերը, որոնք ապահովում են նշանակալիության մակարդակի α_{max} արժեքները: Բացահայտված են կոռելյացիոն կապեր e_{opt} , α_{max} և n - ի միջև և կառուցված է նոմոգրամ, որը թույլ է տալիս նվազարկել հոգնածային փորձարկումների ծավալը և տևողությունը:

M. G. STAKYAN, A.R. DEMIRKHANYAN, A.H. SOGHOMONYAN

**NORMAL "ZERO" HYPOTHESIS OPTIMIZATION DISTRIBUTION FOR MECHANICAL
TEST RESULTS**

A program package is investigated and a statistical analysis where a sample with cyclic lives obtained during mass fatigue tests is realized. 1700 conditioned samples with the volume of $n=30 \dots 500$ are generated and the checking process of corresponding conditioned samples to logarithmic normal law of distribution according to Pearson χ^2 criteria is optimized. Optimal numbers of divisions for selection deviation e_{opt} range providing the significance level α_{max} are found. The correlations between α_{max} and n are shown and the nomogram enabling to minimize the volume and test duration on fatigue is developed.