ISSN 0002-306X. Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 3.

УДК 519.95

АВТОМАТИЗАЦИЯ И
СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Х.З. ХАЧИКЯН

ПРОЕКТИРОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ СЕТИ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ

Рассматриваются модели проектирования распределенной сети передачи данных в условиях детерминированности и неопределенности. Решение моделей осуществляется методом множителей Лагранжа.

Ключевые слова: сеть, передача данных, детерминированность, неопределенность, оптимизация.

Рассмотрим распределенную сеть передачи данных, в которой допускается передача между двумя соседними узлами. Структура любой сети передачи данных представляется в виде графа, в котором вершины соответствуют узлам, а дуги соседним вершинам. В соответствии с [1], под весом или пропускной способностью дуги будем понимать максимально возможную скорость передачи данных между этими вершинами.

В настоящей работе в качестве модели рассмотрим вычислительную сеть передачи данных.

Обозначения и определения. Обозначим через $N = \{1,2,\dots,n\}$ узлы вычислительной сети передачи данных. Поставим в соответствие узлам $N=\{1,2,\dots,n\}$ вершины графа, дугами которого являются пары вершин, соответствующих узлам, допускающим передачу данных.

Определим следующие величины: ξ_{ij} - суммарная частота поступления в i-й узел требований из j-го узла, $i,j\in N$; $q_{ij}^{(1)}$ - средние потери, связанные с невозможностью получения j-м узлом требуемой информации из i-го узла, $i,j\in N$; $q_{ij}^{(2)}$ - средние потери, связанные с получением j-м узлом неадекватной информации из i-го узла, $i,j\in N$; ω_{ij} - среднее время обслуживания i-м узлом требования j-го узла, $i,j\in N$; c_{ij} - средние затраты на обслуживание i-м узлом требования j-го узла, $i,j\in N$; η_i - пропускная способность i-го узла, $i\in N$; μ_{ij} - объем вычислительных ресурсов i-го узла в направлении j-го узла, $i,j\in N$; r_{ij} - пропускная способность i-го узла в направлении j-го узла, $i,j\in N$.

Очевидно, что $\sum_{j\in N}\xi_{ij}=\eta_i,\ i\in N$.

Математическая модель.

а) *Моделирование в условиях детерминированности.* Задачу проектирования вычислительной сети, обеспечивающей минимум потерь от реализации множества требований узлов, сформулируем в виде

$$\min \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}(q_{ij}^{(1)}+q_{ij}^{(2)})\omega_{ij}+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}c_{ij}\xi_{ij}\omega_{ij} \qquad (1)$$

при ограничениях:

- на пропускную способность узла

$$\sum_{j=1}^{n}\xi_{ij}\le\eta_i,\quad i=1,2,\ldots,n; \qquad (2)$$

- на вычислительные ресурсы

$$\sum_{j=1}^{n}T_{ij}\omega_{ij}\le\mu_i,\quad i=1,2,\ldots,n. \qquad (3)$$

б) Моделирование в условиях неопределенности. Предположим, что имеем пуассоновский поток требований между узлами вычислительной системы с параметром λ_{ij} для j-го и i-го узлов. Тогда вероятность поступления требования в i-й узел из j-го узла за время t равна $F(t)=1-e^{-\lambda_{ej}t}$. Отсюда средний поток требований, поступивших в i-й узел из j-го узла за время τ, равен

$$Q_{ij}(r)=\int_0^{\tau}tdF(t)=\frac{1}{\lambda_{ij}}(1-e^{-\lambda_{ij}\tau})-re^{-\lambda_{ij}\tau}.$$

Следовательно, частота поступления в i-й узел требований от j-го узла в течение времени τ равна

$$T_{ij}=\frac{1}{\lambda_{ij}r}(1-e^{-\lambda_{ij}\tau})-e^{-\lambda_{ij}}.$$

Пусть время обслуживания является экспоненциальным с параметром μ_{ij}. Тогда вероятность того, что i-й узел обслужит j-й узел в течение времени t, будет $G(t)=1-e^{-\mu_{ij}t}$. Отсюда среднее время обслуживания будет равно

$$\omega_{ij}=\int_0^{\tau}tdG(t)=\frac{1}{\mu_{ij}}(1-e^{-\mu_{ij}\tau})-re^{-\mu_{ij}\tau}.$$

Таким образом, задача (1)-(3), определенная в условиях детерминированности, может быть сведена в случае неопределенности к следующему виду:

$$\min\left\{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}(q_{ij}^{(1)}+q_{ij}^{(2)})\left[\frac{1}{\mu_{ij}}(1-e^{-\mu_{ij}\tau})-\tau e^{-\mu_{ij}\tau}\right]+\right.$$
$$\left.+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}c_{ij}\left[\frac{1}{\lambda_{ij}\tau}(1-e^{-\lambda_{ij}\tau})-e^{-\lambda_{ij}\tau}-e^{-\lambda_{ij}\tau}\right]\left[\frac{1}{\mu_{ij}}(1-e^{-\mu_{ij}\tau})-\tau e^{-\mu_{ij}\tau}\right]\right\} \quad (4)$$

при ограничениях:

- на пропускную способность узла

$$\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{1}{\lambda_{ij}\tau}(1-e^{-\lambda_{ij}\tau})-e^{-\lambda_{ij}\tau}\right)\le\eta_i,\quad i=1,2,\ldots,n; \quad (5)$$

- на вычислительные ресурсы

$$\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{1}{\lambda_{ij}\tau}(1-e^{-\lambda_{ij}\tau})-e^{-\lambda_{ij}\tau}\right)\left[\frac{1}{\mu_{ij}}(1-e^{-\mu_{ij}\tau})-\tau e^{-\mu_{ij}\tau}\right]\le\mu_i,\quad i=1,2,\ldots,n. \quad (6)$$

в) *Моделирование в случае учета зависимости потерь от частоты поступления требований. Источники потерь.* При реализации i-м узлом обслуживания требований j-го узла может оказаться, что:

1) i-й узел не располагает информацией, необходимой j-му узлу. Тогда осуществляется последовательность требований от i-го узла в узлы $\ell_1, \ell_2, \ldots, \ell_i$ для нахождения требуемой информации. Следовательно, будут иметь место потери, зависящие от частоты поступления требований;

2) i-й узел располагает информацией, необходимой j-му узлу. Однако могут иметь место потери, зависящие от частоты поступления требований.

Следовательно, получим следующие функции, выражающие потери: $Q_{ij}^{(1)}(\xi_{ij})$ - средние потери, связанные с невозможностью получения j-ым узлом требуемой информации из i-го узла; $Q_{ij}^{(2)}(\xi_{ij})$ - средние потери, связанные с получением j-ым узлом неадекватной информации из j-го узла.

Таким образом, задача (1)-(3) в условиях детерминированности может быть сведена к виду

$$\min\left[\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}(Q_{ij}^{(1)}(\xi_{ij})+Q_{ij}^{(2)}(\xi_{ij})\omega_{ij}+\sum_{i=1}^{n}\sum_{i=1}^{n}c_{ij}\xi_{ij}\omega_{ij}\right] \quad (7)$$

при ограничениях:

- на пропускную способность узла

$$\sum_{j=1}^{n}\xi_{ij}\le\eta_i,\quad i=1,2,\ldots,n; \quad (8)$$

- на вычислительные ресурсы

$$\sum_{j=1}^{n} \xi_{ij}\omega_{ij} \le \mu, \quad i = 1,2,\ldots,n. \tag{9}$$

Аналогично, задача (4)-(6) в условиях неопределенности может быть сведена к виду

$$\min\left\{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}(Q_{ij}^{(1)}(\xi_{ij}) + Q_{ij}^{(2)}(\xi_{ij}))\left[\frac{1}{\mu_{ij}}(1-e^{-\mu_{ij}\tau}) - \tau e^{-\mu_{ij}\tau}\right] + \right.$$
$$\left. + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}\left[\frac{1}{\lambda_{ij}\tau}(1-e^{-\lambda_{ij}\tau}) - e^{-\lambda_{ij}\tau} - e^{-\lambda_{ij}\tau}\right]\left[\frac{1}{\mu_{ij}}(1-e^{-\mu_{ij}\tau}) - \tau e^{-\mu_{ij}\tau}\right]\right. \tag{10}$$

при ограничениях:

- на пропускную способность узла

$$\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{1}{\lambda_{ij}\tau}(1-e^{-\lambda_{ij}\tau}) - e^{-\lambda_{ij}\tau}\right) \le \eta_i, \ i = 1,2,\ldots,n; \tag{11}$$

- на вычислительные ресурсы

$$\sum_{j=1}^{n}\left[\frac{1}{\lambda_{ij}\tau}(1-e^{-\lambda_{ij}\tau}) - e^{-\lambda_{ij}\tau}\right]\left[\frac{1}{\mu_{ij}}(1-e^{-\mu_{ij}\tau}) - \tau e^{-\mu_{ij}\tau}\right] \le \mu_i, \ i = 1,2,\ldots,n. \tag{12}$$

Решения моделей проектирования.

(A) Решение модели (1)-(3) сводится к решению следующей системы уравнений:

$$q_{ij}^{(1)} + q_{ij}^{(2)} + c_{ij}\xi_{ij} - b_i\xi_{ij} = 0, \quad i,j \in N,$$
$$c_{ij}\omega_{ij} - d_i - b_i\omega_{ij} = 0, \quad i,j \in N,$$
$$\sum_{j=1}^{n}\xi_{ij} = \eta_i, \quad i \in N, \quad \sum_{j=1}^{n}\xi_{ij}\omega_{ij} = \mu_i, \ i \in N.$$

(B) Решение модели (4)-(6) сводится к решению следующей системы уравнений:

$$c_{ij}\left[-\frac{1}{\lambda_{ij}^2\tau}\left(1-e^{-\lambda_{ij}\tau}\right) + \frac{1}{\lambda_{ij}}e^{-\lambda_{ij}\tau} + \tau e^{-\lambda_{ij}\tau}\right]\left[\frac{1}{\mu_{ij}}\left(1-e^{-\mu_{ij}\tau}\right) - \tau e^{-\mu_{ij}\tau}\right] -$$
$$- d_i\left[-\frac{1}{\lambda_{ij}^2\tau}\left(1-e^{-\lambda_{ij}\tau}\right) + \frac{1}{\lambda_{ij}}e^{-\lambda_{ij}\tau} + \tau e^{-\lambda_{ij}\tau}\right] -$$
$$- b_i\left[-\frac{1}{\lambda_{ij}^2\tau}\left(1-e^{-\lambda_{ij}\tau}\right) + \frac{1}{\lambda_{ij}}e^{-\lambda_{ij}\tau} + \tau e^{-\lambda_{ij}\tau}\right] \times$$
$$\times\left[\frac{1}{\mu_{ij}}(1-e^{-\mu_{ij}\tau}) - \tau e^{-\mu_{ij}\tau}\right] = 0, \quad i,j \in N,$$

$$q_{ij}^{(1)} + q_{ij}^{2} + c_{ij}\left[\frac{1}{\lambda_{ij}\tau}(1-e^{-\lambda_{ij}\tau}) - e^{-\lambda_{ij}\tau}\right] + b_i\left[\frac{1}{\lambda_{ij}\tau}(1-e^{-\lambda_{ij}\tau}) - e^{-\lambda_{ij}\tau}\right] = 0,$$

$$i, j \in N,$$

$$\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{\lambda_{ij}r}\left(1-e^{-\lambda_{ij}\tau}\right) - e^{-\lambda_{ij}\tau}\right) = r_i, i \in N, \ \sum_{j=1}^{n}\left(\frac{1}{\mu_{ij}}\left(1-e^{-\mu_{ij}\tau}\right) - e^{-\mu_{ij}\tau}\right) = \mu_i, i \in N.$$

(C) Решение модели (7)-(9) сводится к решению следующей системы уравнений:

$$\left(\frac{\partial Q_{ij}^{(1)}}{\partial \xi_{ij}} + \frac{\partial Q_{ij}^{(2)}}{\partial \xi_{ij}}\right)\omega_{ij} + c_{ij}\omega_{ij} - d_i - b_i\omega_i = 0, \quad i, j \in N,$$

$$Q_{ij}^{(1)} + Q_{ij}^{(2)} + c_i\xi_{ij} - b_{ij}\xi_{ij} = 0, \quad i, j \in N,$$

$$\sum_{j=1}^{n}\xi_{ij} = \eta_i, i \in N, \ \sum_{j=1}^{n}\xi_{ij}\omega_{ij} = \mu_i, \quad i \in N.$$

(D) Решение модели (10)-(12) сводится к решению следующей системы уравнений:

$$\left[\frac{\partial Q_{ij}^{(1)}}{\partial \xi_{ij}}\frac{d\xi_{ij}}{d\lambda_{ij}} + \frac{\partial Q_{ij}^{(1)}}{\partial \xi_{ij}}\frac{d\xi_{ij}}{d\lambda_{ij}}\right]\left[\frac{1}{\mu_{ij}}(1-e^{-\mu_{ij}\tau}) - \tau e^{-\mu_{ij}\tau}\right] +$$

$$+ c_{ij}\left[-\frac{1}{\lambda_{ij}^2\tau}(1-e^{-\mu_{ij}\tau}) + \frac{1}{\lambda_{ij}}e^{-\lambda_{ij}\tau} + \tau e^{-\lambda_{ij}\tau}\right]\left[\frac{1}{\mu_{ij}}(1-e^{\mu_{ij}\tau}) - \tau e^{-\mu_{ij}\tau}\right] -$$

$$- d_i\left[-\frac{1}{\lambda_{ij}^2 r}(1-e^{-\lambda_{ij}\tau}) + \frac{1}{\lambda_{ij}}e^{-\lambda_{ij}\tau} + \tau e^{-\lambda_{ij}\tau}\right] -$$

$$- b_i\left[-\frac{1}{\lambda_{ij}^2 r}(1-e^{-\lambda_{ij}\tau}) + \frac{1}{\lambda_{ij}}e^{-\lambda_{ij}\tau} + \tau e^{-\lambda_{ij}\tau}\right] \times$$

$$\times\left[\frac{1}{\mu_{ij}}(1-e^{-\mu_{ij}\tau}) - re^{-\mu_0\tau}\right] = 0, \qquad i, j \in N,$$

$$Q_{ij}^{(1)} + Q_{ij}^{(2)} + c_{ij}\left[\frac{1}{\lambda_{ij}\tau}\left(1-e^{-\lambda_{ij}\tau}\right)-e^{-\lambda_{ij}\tau}\right]-$$

$$-b_i\left[\frac{1}{\mu_{ij}}(1-e^{-\mu_{ij}\tau})-\tau e^{-\mu_{ij}\tau}\right]=0, \quad i,j\in N,$$

$$\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{1}{\lambda_{ij}\tau}(1-e^{-\lambda_{ij}\tau})-e^{-\lambda_{ij}\tau}\right)=\eta_i, \quad i\in N,$$

$$\sum_{j=1}^{n}\left[\frac{1}{\lambda_{ij}\tau}(1-e^{-\lambda_{ij}\tau})-e^{-\lambda_{ij}\tau}\right]\left[\frac{1}{\mu_{ij}}(1-e^{-\mu_{ij}\tau})-\tau e^{-\mu_{ij}\tau}\right]=\mu_i, \quad i\in N.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Цзянь Р.Т.** Синтез сетей связи // Кибернетический сборник. - 1964. - ¹ 9. - С. 166-189.

ЕГУ. Материал поступил в редакцию 24.04.2000.

Խ.Զ. ԽԱՉԻԿՅԱՆ

ՏՎՅԱԼՆԵՐԻ ՀԱՂՈՐԴՄԱՆ ԲԱՇԽՎԱԾ ՑԱՆՑԻ ՆԱԽԱԳԾՈՒՄ

Դիտարկվում են տվյալների հաղորդման բաշխված ցանցի նախագծման մոդելներ՝ դետերմինացվածության և անորոշության պայմաններում: Մոդելների լուծման համար կիրառվում է ոչ գծային ծրագրավորման խնդրի լուծման՝ Լագրանժի բազմապատկիչների մեթոդը:

Kh.Z. KHACHIKYAN

DESIGN OF DISTRIBUTED DATA TRANSMISSION NETWORK

Models of distributed data transmission network design in determinancy and uncertainty conditions are developed. The solution of these models is realized by the Lagrangian multiplier method.