

Г. Л. АРЕШЯН

ПРОВАЛЫ НАПРЯЖЕНИЙ И ТОКИ ПРИ ПУСКЕ АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ ОТ АВТОНОМНОГО СИНХРОННОГО ГЕНЕРАТОРА

Получены аналитические выражения токов и напряжений в окрестности точки $t=0$. Рассмотрен наиболее общий случай, когда процесс описывается системой дифференциальных уравнений девятой степени. Получены построения решений в виде степенных рядов от t .

Ключевые слова: переходный процесс, синхронный генератор, асинхронный двигатель, пуск.

Рассмотрим переходный процесс пуска асинхронного двигателя (АД) от автономно работающего синхронного генератора (СГ) соизмеримой мощности в окрестности $t=0$. Примем, что до подключения неподвижного АД к СГ он работал в стационарном режиме с подключенной активно-индуктивной нагрузкой $z_1 = pL_1 + r_1$. Примем также, что в момент подключения АД происходит форсировка возбуждения в СГ. Переходный процесс в процессе пуска в первые моменты времени сопровождается провалами напряжения, для частичной компенсации которых предусматривается форсировка возбуждения. Считаем, что СГ является явнополюсным генератором и имеет демпферные клетки в обоих осях. Система дифференциальных уравнений, описывающая переходный процесс для принятых параметров СГ и его режима, имеет девятый порядок. С учетом дифференциального уравнения движения ротора АД система уравнений оказывается десятого порядка. Построение решений изменения напряжений и токов во временной плоскости в окрестности $t=0$ будет получено в виде степенных рядов от времени t в аналитическом виде. Эти решения получены методом, предложенным в [1,2], когда система дифференциальных уравнений имеет седьмой порядок.

Линеаризованные уравнения, записанные в операторном виде для приращения, будут: -для цепей СГ:

$$\begin{cases} z_d I_d + pM_d I_f + pM_d I_D + \omega_0 L_q I_q + \omega_0 M_q I_Q = -u_d, \\ z_q I_q + pM_q I_Q - \omega_0 L_d I_d - \omega_0 M_d I_f - \omega_0 M_d I_D = -u_q, \\ z_f I_f + pM_d I_d + pM_d I_D = u_f, \quad z_D I_D + pM_d I_d + pM_d I_f = 0, \\ z_Q I_Q + pM_q I_q = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где операторные сопротивления цепей СГ равны

$$z_d = pL_d + r_s, \quad z_q = pL_q + r_s, \quad z_f = pL_f + r_f,$$

$$z_D = pL_D + r_D, \quad z_Q = pL_Q + r_Q;$$

- для цепей нагрузки:

$$\begin{cases} z_1 I_{d1} + \omega_0 L_1 I_{q1} = u_d, \\ z_1 I_{q1} - \omega_0 L_1 I_{d1} = u_q, \\ z_1 = pL_1 + r_1; \end{cases} \quad (2)$$

- для цепей АД:

$$\begin{cases} z_a I_{d2} + pMI_{D2} + \omega_0 L_a I_{q2} + \omega_0 MI_{Q2} = u_d + p^{-1}u_d^0, \\ z_a I_{q2} + pMI_{Q2} - \omega_0 L_a I_{d2} - \omega_0 MI_{D2} = u_q + p^{-1}u_q^0, \\ z_R I_{D2} + pMI_{d2} + \omega_0 MI_{q2} + \omega_0 L_R I_{Q2} = 0, \\ z_R I_{Q2} + pMI_{q2} - \omega_0 MI_{d2} - \omega_0 L_R I_{D2} = 0, \\ z_a = pL_a + r_a, \quad z_R = pL_R + r_R. \end{cases} \quad (3)$$

Линеаризация произведена в окрестности точки $t=0$, когда токи демпферных обмоток СГ и токи цепей АД равны нулю, а скольжение ротора АД равно единице $S^0 = 1$. В связи с этим в системе уравнений (3) скольжение не фигурирует.

Токи СГ, нагрузки z_1 и АД связаны уравнениями

$$I_d = I_{d1} + I_{d2}, \quad I_q = I_{q1} + I_{q2}. \quad (4)$$

Уравнение движения маховых масс ротора имеет вид

$$J \frac{d\omega_R}{p_n dt} = \frac{3}{2} M(i_{D2} i_{q2} - i_{Q2} i_{d2}) - M_{H2}(t), \quad (5)$$

где i_{d2} , i_{q2} , i_{D2} , i_{Q2} - токи АД во временной плоскости; $\omega_R(t)$ - скорость вращения ротора; p_n - число пар полюсов АД; $M_{H2}(t)$ - момент сопротивления нагрузки АД.

Уравнение (5) может быть проинтегрировано после того, как будет решена система уравнений (1)-(4) и определены токи АД в окрестности $t=0$. Решение системы полученных уравнений проводим в следующей последовательности. В системе уравнений (1) исключаем токи возбуждения I_f и демпферов I_D и I_Q . В (3) исключаем токи ротора АД I_{D2} и I_{Q2} . В результате, удерживая первые два члена разложения операторных сопротивлений в рядах Лорана с первой и нулевой степенями параметра p , получим следующие уравнения:

-для цепей СГ:

$$\begin{cases} (pL_{d0}'' + R_{d0}'')I_d + \omega_0 L_{q0}' I_q = -u_d + A_d'', \\ -\omega_0 L_{d0}'' I_d + (pL_{q0}' + R_{q0}')I_q = -u_q + A_q''; \end{cases} \quad (6)$$

-для цепей АД:

$$\begin{cases} (pL_a' + R_a') I_{d2} + \omega_0 L_a' I_{q2} = u_d + p^{-1}u_d^0, \\ -\omega_0 L_a' I_{d2} + (pL_a' + R_a') I_{q2} = u_q + p^{-1}u_q^0, \end{cases} \quad (7)$$

где переходные и сверхпереходные скалярные индуктивности и скалярные активные сопротивления даются в приложении 1. Опера-торные величины A_d'' и A_q'' учитывают форсировку напряжения $u_f(p) = p^{-1}\Delta u_\Phi$ и равны

$$A_d'' = -k_\Phi u_f(p), \quad A_q'' = p^{-1}\omega_0 k_\Phi u_f(p), \quad (8)$$

где k_Φ - коэффициент форсировки, равный

$$k_\Phi = \left(1 - M_{d0}' (L_{D0}')^{-1}\right) M_d L_f^{-1}. \quad (9)$$

Система уравнений (2), (6) и (7) с учетом (4) в матричной записи принимает вид

$$\begin{cases} \bar{z}_s I_1 + \bar{z}_s I_2 = -u + A'', \\ \bar{z}_1 I_1 = u, \quad \bar{z}_2 I_2 = u + A_2, \end{cases} \quad (10)$$

где введены матрицы – столбцы

$$\begin{cases} I_1 = \begin{pmatrix} I_{d1} & I_{q1} \end{pmatrix}, \quad I_2 = \begin{pmatrix} I_{d2} & I_{q2} \end{pmatrix}, \quad u = \begin{pmatrix} u_d & u_q \end{pmatrix}, \\ A'' = \begin{pmatrix} A_d'' & A_q'' \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} p^{-1}u_d^0 & p^{-1}u_q^0 \end{pmatrix} \end{cases} \quad (11)$$

и квадратные матрицы операторных сопротивлений

$$\bar{z}_s = \begin{bmatrix} z_d'' & \omega_0 L_{q0}' \\ -\omega_0 L_{d0}'' & z_q' \end{bmatrix}, \quad \bar{z}_1 = \begin{bmatrix} z_1 & \omega_0 L_1 \\ -\omega_0 L_1 & z_1 \end{bmatrix}, \quad (12)$$

$$\bar{z}_2 = \begin{bmatrix} z_a' & \omega_0 L_a' \\ -\omega_0 L_a' & z_a' \end{bmatrix},$$

$$z_d'' = pL_{d0}'' + R_{d0}'', \quad z_q' = pL_{q0}' + R_{q0}', \quad z_a' = pL_a' + R_a'. \quad (13)$$

В системе (10) неизвестными являются токи I_1 и I_2 и напряжение u . Разрешая систему относительно тока I_2 , получаем

$$I_2 = \bar{z}_\Sigma^{-1} \left(\bar{z}_s \bar{z}_1^{-1} + \bar{E} \right) A_2 + \bar{z}_\Sigma^{-1} A'', \quad (14)$$

где $\vec{E}$ - единичная матрица и

$$\vec{Z}_\Sigma = \vec{Z}_s \vec{Z}_1^{-1} \vec{Z}_2 + \vec{Z}_s + \vec{Z}_2. \quad (15)$$

Произведя необходимые вычисления, получаем для тока I_2

$$\begin{cases} I_{d2} = \left(\frac{1}{p^2} - \frac{\omega_{q\Sigma}}{p^3} \right) \frac{(L_1 + L_{d0}'')}{D_d''} u_d^0 - \frac{\omega_0}{p^3} \frac{(L_1 + L_{q0}')}{D_q'} u_q^0 - \\ - \left(\frac{1}{p^2} - \frac{\omega_{q\Sigma}}{p^3} \right) \frac{L_1}{D_d''} k_\Phi \Delta u_\Phi - \frac{\omega_0^2}{p^4} \frac{L_1}{D_q'} k_\Phi \Delta u_\Phi, \end{cases} \quad (16)$$

$$\begin{cases} I_{q2} = \frac{\omega_0}{p^3} \frac{(L_1 + L_{d0}'')}{D_d''} u_d^0 + \left(\frac{1}{p^2} - \frac{\omega_{d\Sigma}}{p^3} \right) \frac{(L_1 + L_{q0}')}{D_q'} u_q^0 - \\ - \frac{\omega_0}{p^3} \frac{L_1}{D_d''} k_\Phi \Delta u_\Phi + \left(\frac{1}{p^3} - \frac{\omega_{d\Sigma}}{p^4} \right) \frac{L_1}{D_q'} \omega_0 k_\Phi \Delta u_\Phi, \end{cases} \quad (17)$$

где введены обозначения:

$$\begin{cases} L_{d\Sigma} = L_1^{-1} D_d'', & L_{q\Sigma} = L_1^{-1} D_q', & D_d'' = L_1 L_{d0}'' + L_1 L_a' + L_a' L_{d0}'', \\ D_q' = L_1 L_{q0}' + L_1 L_a' + L_a' L_{q0}', & R_{d\Sigma} = R_{d0}'' + R_a' + R_{11}, \\ R_{q\Sigma} = R_{q0}' + R_a' + R_{22}, & R_{11} = L_1^{-1} L_a' (R_{d0}'' + L_{d0}'' \omega_2'), \\ R_{22} = L_1^{-1} L_a' (R_{q0}' + L_{q0}' \omega_2'), & \omega_{d\Sigma} = R_{d\Sigma} L_{d\Sigma}^{-1}, \omega_{q\Sigma} = R_{q\Sigma} L_{q\Sigma}^{-1}. \end{cases} \quad (18)$$

Разрешая систему (10) относительно напряжения u , получаем

$$u = \vec{Z}_u^{-1} \left(A'' - \vec{Z}_s \vec{Z}_2^{-1} A_2 \right), \quad (19)$$

где

$$\vec{Z}_u = \vec{Z}_s \left(\vec{Z}_1^{-1} + \vec{Z}_2^{-1} \right) + \vec{E}. \quad (20)$$

Произведя необходимые вычисления, получаем для напряжений

$$\begin{cases} u_d = - \frac{L_1 L_{d0}''}{p D_d''} u_d^0 - \frac{a_{11}}{p^2} \frac{L_{d0}''}{L_a'} u_d^0 - \frac{a_{12}}{p^2} \frac{L_{q0}'}{L_a'} u_q^0 - \\ - \left(\frac{L_1 L_a'}{p D_d''} + \frac{a_{11}}{p^2} - \frac{a_{12}}{p^3} \omega_0 \right) k_\Phi \Delta u_\Phi, \end{cases} \quad (21)$$

$$\left\{ \begin{aligned} u_q &= -\frac{L_1 L_{q0}'}{p D_q'} u_q^0 - \frac{a_{22}}{p^2} \frac{L_{q0}'}{L_a'} u_q^0 - \frac{a_{21}}{p^2} \frac{L_{d0}''}{L_a'} u_d^0 + \\ &+ \left(\frac{L_1 L_a'}{p^2 D_q'} \omega_0 + \frac{a_{22}}{p^3} \omega_0 - \frac{a_{21}}{p^2} \right) k_\Phi \Delta u_\Phi, \end{aligned} \right. \quad (22)$$

где

$$\left\{ \begin{aligned} a_{11} &= \frac{L_{d0}'' L_1 L_a' (L_1 + L_a') \omega_d''}{(D_d'')^2}, \\ a_{22} &= \frac{L_{q0}' L_1 L_a' (L_1 + L_a') \omega_q'}{(D_q')^2}, \\ a_{12} = a_{21} &= \omega_0 \frac{(L_1 + L_a') (L_{q0}' - L_{d0}'')}{L_1 L_a'}. \end{aligned} \right. \quad (23)$$

Ток I_1 в нагрузке $z_1 = pL_1 + r_1$ определяем из второго уравнения системы (10):

$$I_1 = \overrightarrow{z_1^{-1}} u, \quad (24)$$

используя выражения для u по (21) и (22). В результате получаем

$$\left\{ \begin{aligned} I_{d1} &= \left(\frac{1}{p} - \frac{\omega_1}{p^2} \right) \frac{u_d}{L_1} - \frac{\omega_0}{p^2} \frac{u_q}{L_1}, \\ I_{q1} &= \left(\frac{1}{p} - \frac{\omega_1}{p^2} \right) \frac{u_q}{L_1} + \frac{\omega_0}{p^2} \frac{u_d}{L_1}. \end{aligned} \right. \quad (25)$$

Используя полученные выражения приращений в операторной форме в виде рядов Лорана, представляемые уравнениями (16), (17), (21), (22) и (25), легко перейти к оригиналам во временной плоскости в виде степенных рядов от времени t . Не выписывая такие выражения для токов, по уравнениям (21) и (22) получаем для напряжений

$$\Delta u_d(t) = -\frac{L_1 L_{d0}''}{D_d''} u_d^0 - a_{11} \frac{L_{d0}''}{L_a'} u_d^0 t - a_{12} \frac{L_{q0}'}{L_a'} u_q^0 t - \\ - \left(\frac{L_1 L_a'}{D_d''} + a_{11} t - a_{12} \omega_0 \frac{t^2}{2} \right) k_\Phi \Delta u_\Phi, \quad (26)$$

$$\Delta u_q(t) = -\frac{L_1 L_{q0}'}{D_q'} u_q^0 - a_{22} \frac{L_{q0}'}{L_a'} u_q^0 t - a_{21} \frac{L_{d0}''}{L_a'} u_d^0 t + \\ + \left(\frac{L_1 L_a'}{D_q'} \omega_0 t + a_{22} \omega_0 \frac{t^2}{2} - a_{21} t \right) k_\Phi \Delta u_\Phi. \quad (27)$$

Провалы напряжений на зажимах СГ в момент $t = 0^+$ включения АД с учетом форсировки равны

$$\begin{cases} \Delta u_d(0^+) = -\frac{L_1 L_{d0}''}{D_d''} u_d^0 - \frac{L_1 L_a'}{D_d''} k_\Phi \Delta u_\Phi, \\ \Delta u_q(0^+) = -\frac{L_1 L_{q0}'}{D_q'} u_q^0. \end{cases} \quad (28)$$

Полные напряжения на зажимах СГ равны

$$u_d(t) = u_d^0 + \Delta u_d(t), \quad u_q(t) = u_q^0 + \Delta u_q(t). \quad (29)$$

Токи в роторе АД определяем из двух последних уравнений системы (3), которые в матричной записи имеют вид

$$\bar{z}_3 I_3 + \bar{M}_3 I_2 = \vec{0}, \quad (30)$$

где матрицы обозначены в виде

$$\bar{z}_3 = \begin{bmatrix} z_R & \omega_0 L_R \\ -\omega_0 L_R & z_R \end{bmatrix}, \quad \bar{M}_3 = \begin{bmatrix} pM & \omega_0 M \\ -\omega_0 M & pM \end{bmatrix}. \quad (31)$$

Вектор-столбец токов ротора АД равен

$$I_3 = -\bar{z}_3^{-1} \bar{M}_3 I_2, \quad (32)$$

где $I_2 = (I_{d2} \ I_{q2})$ задаются уравнениями (16) и (17).

Произведя необходимые вычисления, получаем

$$\begin{aligned} I_{D2} &= -\frac{M}{L_R} \left(1 - \frac{\omega_3}{p} + \frac{\omega_0^2}{p^2} \right) I_{d2} + \frac{M}{L_R} \frac{\omega_0 \omega_3}{p^2} I_{q2}, \\ I_{Q2} &= -\frac{M}{L_R} \frac{\omega_0 \omega_3}{p^2} I_{d2} - \frac{M}{L_R} \left(1 - \frac{\omega_3}{p} + \frac{\omega_0^2}{p^2} \right) I_{q2}. \end{aligned} \quad (33)$$

Используя уравнения (16), (17) и (33), легко получить выражения токов АД в окрестности $t = 0$: $i_{d2}(t)$, $i_{q2}(t)$, $i_{D2}(t)$, $i_{Q2}(t)$ в виде степенных рядов от времени t .

Вычисления показывают, что для всех четырех токов первые слагаемые рядов содержат первую степень t . При подстановке выражений токов в величину электромагнитного момента АД (см. (5))

$$M_{\text{эм}} = \frac{3}{2} M (i_{D2} i_{q2} - i_{Q2} i_{d2})$$

после вычислений остаются члены, содержащие степень t^4 и выше. Поэтому после интегрирования уравнения (5) для скорости вращения ротора получаем степенной ряд, который начинается с t^5 :

$$\omega_R(t) \sim t^5.$$

Следовательно, в окрестности $t = 0$ пуска АД электромагнитный момент и скорость ротора практически остаются очень малыми величинами, так как $t \ll 1$. Соизмеримость мощностей СГ и запускаемого АД будет определяться их параметрами, задаваемыми в абсолютных величинах. При использовании относительных величин необходимо параметры АД привести к базовым величинам СГ, тем самым будет учтено соотношение мощностей СГ и АД.

Таким образом, на основании вышеизложенного можно прийти к следующим выводам: впервые в теории СГ и АД получены аналитические выражения для токов и напряжений при пуске АД от автономно работающего СГ в результате решения системы дифференциальных уравнений девятого порядка в окрестности $t = 0$. Показано, что напряжения $u_d(t)$ и $u_q(t)$ из-за пуска АД изменяются скачкообразно. Величина провалов (в виде скачков) обусловлена только индуктивными параметрами системы. Скачкообразно изменяется напряжение по продольной оси от форсировки возбуждения. Напряжение же по поперечной оси от форсировки изменяется от t в первой степени. Показано, что электромагнитный момент АД возрастает пропорционально t^4 , а скорость вращения ротора - пропорционально t^5 по первым членам степенных рядов.

Все решения получены для наиболее общего случая (явнополюсность СГ и наличие демпферных клеток, подключенная активно-индуктивная нагрузка до пуска АД, наличие форсировки возбуждения). В частных случаях, когда у СГ отсутствует демпферная клетка в поперечной оси, либо отсутствуют обе клетки, в полученных выражениях необходимо заменить L'_{q0} на L_q при отсутствии клетки в поперечной оси и L''_{d0} на L'_{d0} - при отсутствии клетки в продольной оси. При отсутствии нагрузки $z_1 = pL_1 + r_1$ на зажимах СГ, когда запуск АД происходит при холостом ходе СГ, необходимо во всех полученных выражениях устремить L_1 и r_1 к бесконечности. Тогда, например, для провалов напряжений получаем

$$\Delta u_d(0^+) = -\frac{L'_a}{L''_{d0} + L'_a} k_\Phi \Delta u_\Phi, \quad \Delta u_q(0^+) = -\frac{L'_{q0}}{L'_{q0} + L'_a} E_0.$$

В этом случае (см. (28)) при холостом ходе $u_d^0 = 0$, $u_q^0 = E_0$.

В целом все полученные результаты и решения являются новыми и представляют определенный интерес для теории СГ и АД.

Приложение 1

Переходные и сверхпереходные скалярные индуктивности и скалярные активные сопротивления

$$\begin{aligned} L'_{d0} &= L_d \sigma_{df}, \quad L'_{D0} = L_D \sigma_{Df}, \quad M'_{d0} = M_d k_f, \quad L'_{q0} = L_q \sigma_{qQ}, \\ L''_{d0} &= L'_{d0} \sigma'_{dD}, \quad L'_a = L_a \sigma_{aR}, \quad R'_a = r_a + r_R M^2 L_R^{-2}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R'_{q0} &= r_s + r_D M_q^2 L_D^{-2}, \quad \omega'_q = R'_{q0} (L'_{q0})^{-1}, \quad \omega'_a = R'_a (L'_a)^{-1}, \\ R''_{d0} &= L''_{d0} \omega''_d, \quad \omega''_d = b_0^{-1} b_1 - a_0^{-1} a_1, \quad b_0 = \sigma_{df} \sigma_{Df} - \sigma_f^2 k_{Df}, \\ b_1 &= \sigma_{df} (\omega_f + \omega_D) + \sigma_{Df} (\omega_d + \omega_f) - 2\sigma_f \omega_f k_{dD}, \quad a_0 = \sigma_{Df}, \\ a_1 &= \omega_f + \omega_D + \sigma_{Df} \omega_f, \end{aligned}$$

где частоты и коэффициенты равны

$$\begin{aligned} \omega_d &= r_s L_d^{-1}, \quad \omega_q = r_s L_q^{-1}, \quad \omega_f = r_f L_f^{-1}, \quad \omega_D = r_D L_D^{-1}, \\ \omega_Q &= r_Q L_Q^{-1}, \quad \omega_1 = r_1 L_1^{-1}, \quad \omega_2 = r_a L_a^{-1}, \quad \omega_3 = r_R L_R^{-1}, \\ k_{df} &= M_d^2 L_d^{-1} L_f^{-1}, \quad k_{dD} = M_d^2 L_d^{-1} L_D^{-1}, \quad k_{Df} = M_d^2 L_D^{-1} L_f^{-1}, \\ k_{qQ} &= M_q^2 L_q^{-1} L_Q^{-1}, \quad k_f = M_d L_f^{-1}, \quad k_{aR} = M_a^2 L_a^{-1} L_R^{-1}, \\ \sigma_{df} &= 1 - k_{df}, \quad \sigma_{dD} = 1 - k_{dD}, \quad \sigma_{Df} = 1 - k_{Df}, \quad \sigma_{qQ} = 1 - k_{qQ}, \\ \sigma_{aR} &= 1 - k_{aR}, \quad \sigma'_{dD} = 1 - (M'_{d0})^2 (L'_{d0} L'_{D0})^{-1}. \end{aligned}$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Арешян Г. Л.** Аналитические выражения токов и напряжений при набросе нагрузки на автономно работающий синхронный генератор // Электричество. –1998- ¹ 10 - С. 23-29.
2. **Арешян Г.Л.** Аналитические выражения возрастания напряжений при частичном отключении нагрузки автономного синхронного генератора // Электричество. - 2000- ¹ 6- С. 34-40.

ГИУА.Материал поступил в редакцию 02.08.1999.

Գ. Լ. ԱՐԵՇՅԱՆ

ԻՆՔՆԱՎԱՐ ՄԻՆԽՈՐՆ ԳԵՆԵՐԱՏՈՐԻ ԼԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ԱՆԿՈՒՄԸ ԵՎ ՀՈՍԱՆՔՆԵՐԸ ԱՄԻՆԽՈՐՆ ՇԱՐԺԻՉԻ ԲԱՆԵՑՄԱՆ ԺԱՄԱՆԱԿ

Ստացված են հոսանքների և լարումների վերլուծական արտահայտություններ $t = 0$ շրջակայքում: Դիտարկված է առավելագույն ընդհանուր դեպք, երբ համակարգը բնութագրվում է իններորդ կարգի դիֆերենցիալ հավասարումներով: Ստացված է լուծումների կառուցվածք՝ կախված t -ից:

G. L. ARESHYAN

VOLTAGE AND CURRENT FALL-THROUGH AT ASYNCHRONIC GENERATOR START

Analytical expressions of currents and voltages in the vicinity of $t = 0$ are obtained. The commonest case when the process is described by the system of differential equations with the ninth power is considered. The decision construction is obtained by a new method in the form of power series from t .