

С. Г. АКОПЯН

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ РАСЧЕТА ПОТОКОРАСПРЕДЕЛЕНИЯ УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Предлагается новый подход к построению математической модели и метода расчета свободного потокораспределения установившегося режима ЭЭС, опирающийся на теорему Максвелла о принципе минимальной потери энергии в электрических сетях.

Ключевые слова: алгоритм, модель, ток, напряжение, эффективность, экстремальный.

Практическая важность задачи потокораспределения установившегося режима ЭЭС в течение нескольких десятилетий вызвала значительный интерес исследователей, в результате чего в настоящее время имеется ряд методов, моделей и алгоритмов решения таких задач, которые нашли различное практическое применение, отраженное в весьма обширной литературе. Однако все эти работы ориентированы на построение исходных математических моделей, где напряжения узлов составлены относительно базисного узла, а напряжение базисного узла как исходная информация должна быть заданной величиной и задается априори, исходя из уровня напряжения ЭЭС решаемой задачи, интуитивных соображений и эмпирических оценок. Поскольку в математической модели рассматриваемой задачи напряжения узлов и токи в ветвях ЭЭС зависят от величины напряжения базисного узла, то при априори задания одного значения напряжения базисного узла (*например, 110 кВ*) получим точные значения переменных состояний ЭЭС одной величины; при задании этого же напряжения другой величины (*например, 120 кВ*) получим точные значения переменных состояний ЭЭС соответствующей величины.

Однако между полученными двумя состояниями имеют место отклонения, которые в некоторых случаях могут быть значительными и искажают реальную картину потокораспределения ЭЭС. Допустимость отклонений параметров зависит от удачного (идеального) выбора заданной величины базисного напряжения и носит методический характер. Помимо этого, следует отметить также, что все известные методы не имеют строго обоснованного математического критерия безусловной сходимости итерационного процесса, поэтому не могут гарантировать для всех случаев получения результатов решения, особенно при неудачном выборе начального вектора переменных. Кроме того, задание значения величины базисного напряжения приводит к расчету вынужденного потокораспределения в ЭЭС. В методическом отношении - это вынужденный математический прием для получения систем независимых уравнений, в которых число независимых параметров

состояния должно быть равно числу уравнений, чтобы решить систему нелинейных уравнений задачи потокораспределения ЭЭС. Расчет вынужденного потокораспределения приводит к нарушению режима свободного потокораспределения, а поддержание рассчитанного вынужденного режима в натуре приводит к нарушению экстремальности работы электрической сети ЭЭС, а следовательно, к увеличению потерь электроэнергии в сетях ЭЭС.

Чтобы избежать этих недостатков и трудностей, нами разработан принципиально новый подход к решению задачи потокораспределения установившегося режима ЭЭС. В основу этого подхода и его практической реализации положена теорема Максвелла [1-4].

При этом токи в ветвях, которые проходят по пути наименьшего сопротивления, и напряжения в узловых точках распределяются естественным образом, т.е. свободно, так, что выделяемая в их ветвях мощность (джоулевы потери), оказывающая наименьшее тепловое действие, удовлетворяет законам Кирхгофа [1-4]. При использовании этого свойства электрических цепей в [1-2] установлена тесная связь между теорией электрических цепей и математическим программированием, что позволило построить достаточно эффективные методы аналогового моделирования задач математического программирования. Для удовлетворения требования теоремы Максвелла и составления математической модели данной задачи рассмотрим электрическую цепь ЭЭС произвольной структуры, схема замещения которой состоит из $s = m + 1$ узлов, n ветвей, и составим вначале формулу потери суммарной активной мощности в электрической сети и уравнения состояния установившегося режима ЭЭС.

Представим потери электроэнергии на единицу времени или суммарной активной мощности в сети ЭЭС в матричной форме:

$$\pi = I_i^t [E_n r_i] I_i = \sum_{i=1}^n I_i^2 r_i, \quad (1)$$

где I_i - вектор модулей токов i - й ветви ЭЭС; r_i - активное сопротивление i - й ветви; E_n - единичная матрица размерностью n^2 ; t - знак транспонирования.

Уравнение материального баланса в каждом узле системы (первый закон Кирхгофа) в матричной форме имеет вид

$$[a_{ji}] \dot{I}_i = \dot{\mathcal{Z}}_j, \quad j = 1, 2, \dots, m, s; \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (2)$$

где $\dot{\mathcal{Z}}_j$ - вектор узловых комплексных задающих токов в узле j размерностью s , взятый со знаком “плюс” для генераторных узлов, со знаком “минус” для нагрузочных узлов и равный нулю для простых узлов разветвления; $[a_{ji}]$ - полная матрица инцидентности, т.е. матрица соединений ветвей в узлах; $\dot{I}_i$ - вектор комплексных токов ветвей i размерностью n .

Для схемы замещения ЭЭС произвольной структуры закон Ома выражается матричным уравнением

$$[a_{ji}^t]\dot{U}_j = [E_n Z_i]\dot{I}_i, \quad j = 1, 2, \dots, s; \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (3)$$

где $\dot{U}_j$ - вектор комплексных фазных напряжений узлов j размерностью s ; Z_i, Y_i - комплексные полные сопротивления и проводимости i -й ветви.

Уравнения установившегося режима ЭЭС трехфазного переменного тока, связывающие мощности, задающие токи (2) и фазные напряжения узлов (3), в матричной форме имеют вид

$$\dot{S}_j = P_j + jQ_j = 3[E_s \dot{U}_j] \hat{\mathfrak{I}}_j^*; \quad j = 1, 2, \dots, s, \quad (4)$$

где S_j, P_j, Q_j - комплексный вектор полных, активных и реактивных мощностей источников и потребителей, подключенных к генераторным и нагрузочным узлам схемы замещения ЭЭС; E_s - единичная матрица размерностью s^2 ; $\hat{\mathfrak{I}}_j^*$ - комплексно - сопряженный вектор задающих токов в узлах размерностью s .

Поскольку реальная электрическая схема ЭЭС является натуральной физической (аналоговой) моделью ЭЭС, то при этом, согласно принципу Максвелла, в электрической цепи натуральной аналоговой модели ЭЭС, естественно, свободно устанавливается распределение токов в сетях и напряжение в узловых точках системы таким образом, что суммарные потери активной мощности в сетях ЭЭС составляют минимальные значения. При этом автоматически воспроизводится решение оптимизационной задачи, техническая и математическая постановка которой рассматривается позже. Решение же задачи потокораспределения установившегося режима ЭЭС по известным методам, когда задается напряжение базисного узла, поддерживаемое в реальной схеме ЭЭС постоянным, равносильно тому, что человек вмешивается в свободное потокораспределение в натуральной схеме ЭЭС и не допускает распределения токов в ветвях и напряжения в узловых точках ЭЭС таким образом, чтобы суммарные потери активной мощности в сетях были минимальными. При этом человек своим вмешательством препятствует свободному и естественному потокораспределению ЭЭС и не допускает установления минимального значения потери в сетях, т. е. фактически искусственно создает дополнительные потери активной мощности в сети ЭЭС.

Постановка задачи. Задача свободного потокораспределения установившегося режима ЭЭС формулируется следующим образом: заданы структура ЭЭС и технические параметры ее элементов. В генераторных и нагрузочных узлах заданы активные и реактивные мощности. Требуется определить такие комплексные значения узловых напряжений всех узлов $\dot{U}_j^*$ ($j = 1, 2, \dots, s$) и комплексных токов в ветвях $\dot{I}_i^*$ ($i = 1, 2, \dots, n$), которые бы минимизировали суммарные потери активной мощности в сетях ЭЭС (1), а также найти комплексную мощность балансирующего узла $\dot{S}_s^*$.

Для решения рассматриваемой задачи необходимо, чтобы суммарные потери активной мощности в сетях ЭЭС (1) достигали минимума при выполнении ограничений в виде уравнений состояния ЭЭС, т. е. системы линейных уравнений первого закона Кирхгофа (2) совместно с (4) и уравнений закона Ома, записанных для каждой ветви (3).

Таким образом, рассматриваемая оптимизационная задача (1)-(4) удовлетворяет требованиям теоремы Максвелла, поскольку математическая модель данной задачи получена из схемы замещения реальной ЭЭС, ограничивающие уравнения которой удовлетворяют законам Кирхгофа.

Рассматриваемая оптимизационная задача (1)-(4) решается на ЭВМ по заданным значениям P_j и Q_j ($j=1,2,\dots,m$) при свободном варьировании переменных $\dot{U}_j$ ($j=1,2,\dots,s$) и $\dot{I}_i$ ($i=1,2,\dots,n$), которые минимизируют суммарные потери активной мощности в сети ЭЭС (1).

Следует отметить, что задача потокораспределения установившегося режима ЭЭС в данной постановке, т. е. с экстремальным подходом, рассматривается впервые.

Для облегчения решения рассматриваемой задачи (1)-(4) можно значительно уменьшить количество переменных путем нахождения из (3) значения $\dot{I}_i$ и подставления его в (2).

Из (2) и (3) получим матричное уравнение узловых напряжений

$$[Y_{jk}] \dot{U}_j = \dot{\mathcal{S}}_j, \quad j, k = 1, 2, \dots, s, \quad (5)$$

где

$$[Y_{jk}] = [a_{ji}] [E_n Y_i] [a_{ji}^t], \quad j, k = 1, 2, \dots, s, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

квадратная, комплексная, особая матрица узловых проводимостей размерностью s^2 .

Следовательно, матричное уравнение узловых напряжений (5) представляет собой систему однородных уравнений, которая имеет бесчисленное множество решений. Задача свободного потокораспределения в ЭЭС заключается именно в том, чтобы из этого множества найти такое единственное (оптимальное) $\dot{U}_j^*$ ($j=1,2,\dots,s$) решение, компоненты которого минимизировали бы суммарные потери активной мощности в электрической сети (1) с учетом нелинейных уравнений (4).

Выделим из уравнений узловых напряжений (5) последнюю строку с номером s , соответствующую балансирующему узлу

$$[Y_{jk}] \dot{U}_j + [Y_{js}] \dot{U}_s = \dot{\mathcal{S}}_j, \quad (7)$$

$$[Y_{sj}] \dot{U}_j + [Y_{ss}] \dot{U}_s = \dot{\mathcal{S}}_s, \quad j, k = 1, 2, \dots, m. \quad (8)$$

Квадратные блоки, расположенные в диагонали, симметричные с размерностями $m \times m$ и 1×1 соответственно. Недиагональные блоки -прямоугольные с размерностями $1 \times m$ и $m \times 1$. При этом элементы прямоугольных матриц входят в сумму диагональных элементов квадратной матрицы $[Y_{jk}]$, поэтому последняя удовлетворяет условию

$$Y_{jj} \geq \sum_{\substack{k=1 \\ j \neq k}}^m |Y_{jk}|; \quad j = 1, 2, \dots, m. \quad (9)$$

В (9) знак равенства одновременно не имеет места для всех строк, а знак строгого неравенства относится к узлам, связанным с балансирующим узлом s .

Разложим векторы и матрицы, входящие в (3), на действительные и мнимые составляющие

$$\begin{aligned} I_{ia} &= [E_n g_i] [a_{ji}^t] U_{ja} + [E_n b_i] [a_{ji}^t] U_{jp} = \\ &= ([a_{ji}] [E_n g_i])^t U_{ja} + ([a_{ji}] [E_n b_i])^t U_{jp}, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} I_{ip} &= [E_n g_i] [a_{ji}^t] U_{jp} - [E_n b_i] [a_{ji}^t] U_{ja} = \\ &= ([a_{ji}] [E_n g_i])^t U_{jp} - ([a_{ji}] [E_n b_i])^t U_{ja}. \end{aligned} \quad (11)$$

Тогда целевую функцию представим в виде зависимостей слагаемых узловых напряжений:

$$\pi = I_{ia}^t [E_n r_i] I_{ia} + I_{ip}^t [E_n r_i] I_{ip} = \sum_{i=1}^n (I_{ia}^2 + I_{ip}^2) r_i = \sum_{i=1}^n I_i^2 r_i = U_{ja}^t C U_{ja} + U_{jp}^t C U_{jp}, \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} C = [C_{jk}] &= [a_{ji}] [E_n g_i] [E_n r_i] ([a_{ji}] [E_n g_i])^t + [a_{ji}] [E_n b_i] [E_n r_i] ([a_{ji}] [E_n b_i])^t, \quad (13) \\ j, k &= 1, 2, \dots, s; \quad i = 1, 2, \dots, n. \end{aligned}$$

Матрица $[C_{jk}]$ имеет такое же строение и свойства, как матрица проводимостей электрической цепи (6). Матрица (13) симметричная, т. е. $C_{jk} = C_{kj}$, и недиагональные элементы определяются в виде

$$C_{jk} = -(g_i^2 + b_i^2) r_i; \quad j, k = 1, 2, \dots, s; \quad j \neq k; \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (14)$$

Диагональные элементы определяются в виде

$$C_{jj} = \sum_{\substack{k=1 \\ j \neq k}}^s |C_{jk}|; \quad j = 1, 2, \dots, s. \quad (15)$$

Следовательно, определитель матрицы $[C_{jk}]$ равен нулю, т. е. эта матрица является особенной.

Теперь матричные уравнения узловых напряжений (7), (8) представим в виде четырех уравнений с действительными переменными. Из (7) и (8) получим

$$[b_{jk}] U_{jp} + [g_{jk}] U_{ja} + [b_{js}] U_{sp} + [g_{js}] U_{sa} = \mathfrak{I}_{ja}, \quad (16)$$

$$[b_{sj}] U_{jp} + [g_{sj}] U_{ja} + [b_{ss}] U_{sp} + [g_{ss}] U_{sa} = \mathfrak{I}_{sa}, \quad (17)$$

$$[b_{jk}] U_{ja} - [g_{jk}] U_{jp} - [g_{js}] U_{sp} + [b_{js}] U_{sa} = -\mathfrak{I}_{jp}, \quad (18)$$

$$[b_{sj}] U_{ja} - [g_{sj}] U_{jp} - [g_{ss}] U_{sp} + [b_{ss}] U_{sa} = -\mathfrak{I}_{sp}, \quad (19)$$

$$j, k = 1, 2, \dots, m.$$

Нелинейные уравнения (4), связывающие мощности, задающие токи и напряжения узлов на действительные переменные, представим в виде

$$U_{ja} \mathfrak{I}_{ja} + U_{jp} \mathfrak{I}_{jp} = \frac{1}{3} P_j, \quad (20)$$

$$U_{jp} \mathfrak{I}_{ja} - U_{ja} \mathfrak{I}_{jp} = \frac{1}{3} Q_j, j = 1, 2, \dots, s. \quad (21)$$

Откуда получим слагаемые задающих токов

$$\mathfrak{I}_{ja} = \frac{P_j U_{ja} + Q_j U_{jp}}{3(U_{ja}^2 + U_{jp}^2)} = \frac{1}{3U_j^2} (P_j U_{ja} + Q_j U_{jp}), \quad (22)$$

$$\mathfrak{I}_{jp} = \frac{P_j U_{jp} - Q_j U_{ja}}{3(U_{ja}^2 + U_{jp}^2)} = \frac{1}{3U_j^2} (P_j U_{jp} - Q_j U_{ja}), j = 1, 2, \dots, s. \quad (23)$$

Формулировка задачи расчета свободного потокораспределения установившегося режима ЭЭС после перехода уравнений (1), (4), (5) от комплексных переменных к действительным следующая: требуется определить такие слагаемые U_{ja}^* и U_{jp}^* ($j=1,2,\dots,s$) узловых напряжений всех узлов, которые минимизировали бы суммарные потери (12), а также активную и реактивную мощности (20) и (21) балансирующего узла s при ограничениях в виде линейных уравнений (16), (18) и нелинейных соотношений (22), (23).

Для решения рассматриваемой оптимизационной задачи (12), (16), (18), (22), (23) используется метод неопределенных множителей Лагранжа. Уравнения (17) и (19), как следствие, будут выполняться и необходимы для определения оптимальной мощности балансирующего узла s .

Таким образом, в рассматриваемом методе принципиальные положения предлагаемого подхода привели к повышению объективности и обоснованности расчета потокораспределения установившегося режима ЭЭС за счет перехода от интуитивных обоснований и выбора величины базисного напряжения к научно обоснованным решениям, на основе применения теоремы Максвелла, методов математического программирования и оптимизации режимных параметров ЭЭС (в том числе напряжения базисного узла). Основные положения предлагаемого метода рассматриваются впервые и являются следующим шагом в совершенствовании научно – методической и алгоритмической базы в области оптимального проектирования и управления режимами ЭЭС.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Деннис Дж.Б.** Математическое программирование и электрические цепи. – М.: Изд-во иностр. лит., 1961. – 215 с.
2. **Пухов Г.Е.** Методы анализа и синтеза квазианалоговых электронных цепей. – Киев: Наукова думка, 1967. – 568 с.
3. **Акопян С.Г.** Об одном методе расчета оптимальных режимных параметров сложных закольцованных газотранспортных систем // Изв. РАН. Энергетика. - 1992. – ¹ 6. – С.116 – 123.
4. **Акопян С.Г., Казарян Ю.А., Хачатрян В.С.** Новые эффективные математические модели, методы анализа режимов и оптимального проектирования развития газотранспортных систем / ГИУА. – Ереван, 1997. – 171 с.

ГИУА.Материал поступил в редакцию 10.06. 1999.

Մ.Հ. ՀԱՎՈՐՅԱՆ

ԷԼԵԿՏՐԱԷՆԵՐԳԵՏԻԿԱԿԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ՀԱՍՏԱՏՎԱԾ ՌԵԺԻՄԻ ԱԶԱՏ ՀՈՍՔԱԲԱՇԽՄԱՆ ԽՆԴՐԻ ԼՈՒԾՄԱՆ ՄԵԿ ՄԵԹՈՂԻ ՄԱՍԻՆ

Առաջարկվում է էլեկտրաէներգետիկական համակարգի (ԷԷՀ) հաստատված ռեժիմի ազատ հոսքաբաշխման խնդրի մաթեմատիկական մոդելի կառուցման և լուծման նոր մոտեցում՝ հիմնված էլեկտրական ցանցերում էներգիայի նվազագույն կորուստների սկզբունքի մասին Մաքսվելի թեորեմի վրա:

S.H. HAKOBYAN

ON ONE METHOD OF THE ELECTRIC POWER DISTRIBUTION CALCULATIONS OF ELECTRIC POWER SYSTEM

A new approach is suggested for the construction of the mathematical model and calculation method of free electric power distribution in steady-state conditions of the electric power system (EPS), which is based on the Maxwell theorem about the principle of the minimum electric losses in the electric network.