ISSN 0002-306X. Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 3.

УДК 621.311.001.24 ЭНЕРГЕТИКА

В.С. ХАЧАТРЯН, Н.П. БАДАЛЯН, М.Г. ТАМРАЗЯН, К.В. ХАЧАТРЯН

РАСЧЕТ УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ МЕТОДОМ ДЕКОМПОЗИЦИИ С ПРИМЕНЕНИЕМ МАТРИЦЫ ГЕССЕ

Предлагается метод расчета установившегося режима ЭЭС при ее представлении в виде совокупности радиально связанных подсистем. Для решения системы нелинейных алгебраических уравнений отдельных подсистем используются рекуррентные выражения, вытекающие из метода минимизации их решения.

Ключевые слова: метод, функция, матрица, электроэнергетика, система, декомпозиция, режим, радиальная связанная подсистема.

Успешное использование метода Ньютона-Рафсона [1] для решения уравнений установившегося режима электроэнергетической системы (ЭЭС) привело к логическому выводу о применении метода матрицы Гессе для этих же уравнений [2]. Численное исследование [2] показывает, что применение Z параметров не только обеспечивает решение соответствующих систем нелинейных алгебраических уравнений, но и требует меньших затрат времени. Тем не менее обращение матрицы Гессе требует большого объема машинного времени. При больших порядках возникает иногда непреодолимое затруднение для ее обращения.

Целью настоящей работы является разработка метода решения систем нелинейных алгебраических уравнений установившегося режима ЭЭС, обеспечивающего резкое снижение объема вычислительных работ при обращении матриц Гессе.

Основным направлением для решения указанной задачи является применение идеи декомпозиции [3, 4].

Как отмечено в [3], путем удаления определенного количества ветвей заданную ЭЭС можно представить как совокупность радиально связанных подсистем. При этом полученная конфигурация позволяет легко построить так называемую Z расчетную матрицу [3]. В результате для ЭЭС, состоящей из N радиально связанных подсистем, можно написать следующее матричное уравнение состояния:

$$\dot{U}_i = \dot{U}_{Бi} + Z_{ij}\hat{I}_j, \tag{1}$$

где $\dot{U}_i$ - вектор узловых комплексных напряжений с компонентами

$$\dot{U}_i = \left(\dot{U}_{i_1}, \dot{U}_{i_2}, \ldots, \dot{U}_{i_N}\right); \tag{2}$$

$\dot{U}_{Бi}$ - вектор комплексных напряжений с компонентами

$$\dot{U}_{Бi} = \left(\dot{U}_{Бi_1}, \dot{U}_{Бi_2}, \ldots, \dot{U}_{Бi_N}\right); \tag{3}$$

$\dot{I}_j$ - вектор узловых комплексных токов с компонентами

$$\dot{I}_j = \left(\dot{I}_{j_1}, \dot{I}_{j_2}, ..., \dot{I}_{j_N}\right); \qquad (4)$$

Z_{ij} - квазидиагональная матрица, диагональными квадратными подматрицами которой являются матрицы обобщенных параметров отдельных подсистем.

Компоненты вектора $\dot{U}_{Бi}$ определяются выражениями (2), приведенными в [3]. Из этих выражений можно заметить, что в $\dot{U}_{Бi_1}$ входит напряжение единственного и исходного базисного узла $\dot{U}_Б$, величины которого являются заданными; в $\dot{U}_{Бi_2}$ входит напряжение $\dot{U}_{M_1}$, примыкающее ко второй подсистеме узла M_1 первой подсистемы и т.д. и входящее в состав вектора комплексных узловых напряжений $\dot{U}_{Бi_2}$ второй подсистемы. Напряжение $\dot{U}_{M_2}$ входит в состав вектора комплексных напряжений $\dot{U}_{Бi_3}$ третьей подсистемы и т.д.

При этом матричные уравнения отдельных подсистем принимают вид

$$\begin{aligned} \dot{U}_{i_1} &= \dot{U}_{Бi_1} + Z_{i_1 j_1} \hat{I}_{j_1}, \\ \dot{U}_{i_2} &= \dot{U}_{Бi_2} + Z_{i_2 j_2} \hat{I}_{j_2}, \\ &\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dot{U}_{i_N} &= \dot{U}_{Бi_N} + Z_{i_N j_N} \hat{I}_{j_N}. \end{aligned} \qquad (5)$$

Умножая обе части матричных уравнений (5) соответственно на $\hat{I}_{i_1}, \hat{I}_{i_2}, ..., \hat{I}_{i_N}$, получим уравнения активных и реактивных мощностей отдельных подсистем.

В частности, для первой подсистемы имеем

$$\begin{cases} \Phi_{pi_1}\left(I_{i_1}', I_{i_1}''\right) = P_{i_1} - \left[P_{Бi_1} + \varphi_{pi_1}\left(I_{i_1}', I_{i_1}''\right)\right] = 0, \\ \Phi_{qi_1}\left(I_{i_1}', I_{i_1}''\right) = Q_{i_1} - \left[Q_{Бi_1} + \varphi_{qi_1}\left(I_{i_1}', I_{i_1}''\right)\right] = 0, \end{cases} \qquad (6)$$

где

$$P_{Бi_1} = U_{Бi_1}' I_{i_1}' + U_{Бi_1}'' I_{i_1}'', \qquad Q_{Бi_1} = -\left(U_{Бi_1}' I_{i_1}' - U_{Бi_1}'' I_{i_1}''\right), \qquad (7)$$

$$
\begin{aligned}
&\varphi_{pi_1}\left(I'_{i_1}, I''_{i_1}\right) = \sum_{i_1}^{M_1}\left[R_{i_1 j_1}\left(I'_{i_1} I'_{j_1} + I''_{i_1} I''_{j_1}\right) + X_{i_1 j_1}\left(I''_{i_1} I'_{j_1} - I'_{i_1} I''_{j_1}\right)\right],\\
&\varphi_{qi_1}\left(I'_{i_1}, I''_{i_1}\right) = \sum_{i_1}^{M_1}\left[X_{i_1 j_1}\left(I'_{i_1} I'_{j_1} + I''_{i_1} I''_{j_1}\right) - R_{i_1 j_1}\left(I''_{i_1} I'_{j_1} - I'_{i_1} I''_{j_1}\right)\right].
\end{aligned}
\tag{8}
$$

Полученная система нелинейных алгебраических уравнений написана относительно составляющих комплексных токов первой подсистемы, и ее необходимо решить методом минимизации. При этом следует составить следующую вспомогательную функцию:

$$
\Phi_{i1} = \sum_{i_1}\left(\Phi^2_{pi_1} + \Phi^2_{qi_1}\right). \tag{9}
$$

Разлагая функцию (9) в ряд Тейлора и отбрасывая слагаемые с частными производными выше второго порядка, из условия минимума оставшейся функции можно установить рекуррентное выражение

$$
\begin{bmatrix} I'_{i1} \\ --- \\ I''_{i1} \end{bmatrix}^{И+1} = \begin{bmatrix} I'_{i1} \\ --- \\ I''_{i1} \end{bmatrix}^{И} - \begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2 \Phi_{i1}}{\partial I'_{i1}\partial I'_{j1}} & | & \dfrac{\partial^2 \Phi_{i1}}{\partial I'_{i1}\partial I''_{j1}} \\ --- & | & --- \\ \dfrac{\partial^2 \Phi_{i1}}{\partial I'_{i1}\partial I''_{j1}} & | & \dfrac{\partial^2 \Phi_{i1}}{\partial I''_{i1}\partial I''_{j1}} \end{bmatrix}^{-1} \text{x} \begin{bmatrix} \dfrac{\partial \Phi_{i1}}{\partial I'_{i1}} \\ --- \\ \dfrac{\partial \Phi_{i1}}{\partial I''_{i1}} \end{bmatrix}. \tag{10}
$$

Осуществляя первую итерацию по (10), определяем численные значения составляющих I'_{i_1}, I''_{i_1} первой подсистемы, следовательно, и узла M1. Определяя напряжение $\dot{U}_{M_1}$, устанавливаем численное значение $\dot{U}_{Бi_2}$ и формируем систему нелинейных алгебраических уравнений второй подсистемы:

$$
\begin{cases}
\Phi_{pi_2}\left(I'_{i_2}, I''_{i_2}\right) = P_{i_2} - \left[P_{Бi_2} + \varphi_{pi_2}\left(I'_{i_2}, I''_{i_2}\right)\right] = 0,\\
\Phi_{qi_2}\left(I'_{i_2}, I''_{i_2}\right) = Q_{i_2} - \left[Q_{Бi_2} + \varphi_{qi_2}\left(I'_{i_2}, I''_{i_2}\right)\right] = 0,
\end{cases}
\tag{11}
$$

где

$$
\begin{aligned}
&\varphi_{pi_2}\left(I'_{i_2}, I''_{i_2}\right) = \sum_{i_2}^{M_2}\left[R_{i_2 j_2}\left(I'_{i_2} I'_{j_2} + I''_{i_2} I''_{j_2}\right) + X_{i_2 j_2}\left(I''_{i_2} I'_{j_2} - I'_{i_2} I''_{j_2}\right)\right],\\
&\varphi_{qi_2}\left(I'_{i_2}, I''_{i_2}\right) = \sum_{i_2}^{M_2}\left[X_{i_2 j_2}\left(I'_{i_2} I'_{j_2} + I''_{i_2} I''_{j_2}\right) - R_{i_2 j_2}\left(I''_{i_1} I'_{j_1} - I'_{i_1} I''_{j_1}\right)\right].
\end{aligned}
\tag{12}
$$

Для решения системы (11) устанавливаем рекуррентное выражение

$$\begin{bmatrix} I_{i2}' \\ --- \\ I_{i2}'' \end{bmatrix}^{И+1} = \begin{bmatrix} I_{i2}' \\ --- \\ I_{i2}'' \end{bmatrix}^{И} = -\begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2\Phi_{i2}}{\partial I_{i2}'\,\partial I_{j2}'} & | & \dfrac{\partial^2\Phi_{i2}}{\partial I_{i2}'\,\partial I_{j2}''} \\ --- & | & --- \\ \dfrac{\partial^2\Phi i_2}{\partial I_{i2}'\, I_{j2}''} & | & \dfrac{\partial^2\Phi_{i2}}{\partial I_{i2}''\,\partial I_{j2}''} \end{bmatrix}^{-1} x \begin{bmatrix} \dfrac{\partial\Phi_{i2}}{\partial I_{i2}'} \\ --- \\ \dfrac{\partial\Phi_{i2}}{\partial I_{i2}''} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

где

$$\Phi_{i2} = \sum_{i} (\Phi_{pi_2}^2 + \Phi_{qi_2}^2)\,. \quad (14)$$

Осуществляя первую итерацию по (13), устанавливаем численные значения составляющих комплексных токов второй подсистемы и формируем уравнения последующей подсистемы и т.д. Определяя численное значение комплексного напряжения составляющего узла предпоследней подсистемы, устанавливаем численное значение $\dot{U}_{Бi_N}$ и формируем систему нелинейных алгебраических уравнений последней N-й подсистемы:

$$\begin{cases} \Phi pi_N\left(I_{i_N}', I_{i_N}''\right) = P_{i_N} - \left[P_{Бi_N} + \varphi_{pi_N}\left(I_{i_N}', I_{i_N}''\right)\right] = 0, \\ \Phi qi_N\left(I_{i_N}', I_{i_N}''\right) = Q_{i_N} - \left[Q_{Бi_N} + \varphi_{qi_N}\left(I_{i_N}', I_{i_N}''\right)\right] = 0, \end{cases} \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned} \varphi_{pi_N}\left(I_{i_N}', I_{i_N}''\right) &= \sum_{i_N}^{M_N}\left[R_{i_N j_N}(I_{i_N}' I_{j_N}' + I_{i_N}'' I_{j_N}'') + X_{i_N j_N}(I_{i_N}'' I_{j_N}' - I_{i_N}' I_{j_N}'')\right], \\ \varphi_{qi_N}\left(I_{i_N}', I_{i_N}''\right) &= \sum_{i_N}^{M_N}\left[X_{i_N j_N}(I_{i_N}' I_{j_N}' + I_{i_N}'' I_{j_N}'') - R_{i_N j_N}(I_{i_N}'' I_{j_N}' - I_{i_N}' I_{j_N}'')\right]. \end{aligned} \quad (16)$$

Соответствующее рекуррентное выражение имеет вид

$$\begin{bmatrix} I_{iN}' \\ --- \\ I_{iN}'' \end{bmatrix}^{И+1} = \begin{bmatrix} I_{iN}' \\ --- \\ I_{iN}'' \end{bmatrix}^{И} = -\begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2\Phi_{iN}}{\partial I_{iN}'\,\partial I_{jN}'} & | & \dfrac{\partial^2\Phi_{iN}}{\partial I_{iN}'\,\partial I_{jN}''} \\ --- & | & --- \\ \dfrac{\partial^2\Phi i_N}{\partial I_{iN}'\, I_{jN}''} & | & \dfrac{\partial^2\Phi_{iN}}{\partial I_{iN}''\,\partial I_{jN}''} \end{bmatrix}^{-1} x \begin{bmatrix} \dfrac{\partial\Phi_{iN}}{\partial I_{iN}'} \\ --- \\ \dfrac{\partial\Phi_{iN}}{\partial I_{iN}''} \end{bmatrix}, \quad (17)$$

где

$$\Phi_{i_N} = \sum_{i_N} (\Phi^2_{pi_N} + \Phi^2_{qi_N}) \cdot \quad (18)$$

Теперь необходимо установить аналитические выражения частных производных первого и второго порядков, входящие в вышеприведенные рекуррентные выражения. Частные производные первого порядка, т.е. элементы столбцевой матрицы градиентов, имеют вид:

$$\frac{\partial \Phi_i}{\partial Ii'} = 2\sum_j^M \left(\Phi_{pj} \frac{\partial \Phi_{pj}}{\partial Ii'} + \Phi_{qj} \frac{\partial \Phi_{qj}}{\partial Ii'} \right),$$

$$\frac{\partial \Phi_i}{\partial Ii''} = 2\sum_j^M \left(\Phi_{pj} \frac{\partial \Phi_{pj}}{\partial Ii''} + \Phi_{qj} \frac{\partial \Phi_{qj}}{\partial Ii''} \right). \quad (19)$$

Частные производные второго порядка, т.е. элементы квадратной матрицы Гессе, определяются в виде

$$\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial I_i'^2} = 2\sum_j^M \left[\left(\frac{\partial \Phi pj}{\partial Ii'} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi qj}{\partial Ii'} \right)^2 + \Phi pj \frac{\partial^2 \Phi_{pj}}{\partial I_i'^2} + \Phi qj \frac{\partial^2 \Phi_{qj}}{\partial I_i'^2} \right],$$

$$\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial I_i''^2} = 2\sum_j^M \left[\left(\frac{\partial \Phi pj}{\partial Ii''} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi qj}{\partial Ii''} \right)^2 + \Phi pj \frac{\partial^2 \Phi_{pj}}{\partial I_i''^2} + \Phi qj \frac{\partial^2 \Phi_{qj}}{\partial I_i''^2} \right],$$

$$\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial I_i' \partial I_i''} = 2\sum_j^M \left[\frac{\partial \Phi pj}{\partial Ii'} . \frac{\partial \Phi pj}{\partial Ii''} + \frac{\partial \Phi qj}{\partial Ii'} \frac{\partial \Phi qj}{\partial Ii''} + \Phi pj \frac{\partial^2 \Phi_{pj}}{\partial I_i' \partial I_i''} + \Phi qj \frac{\partial^2 \Phi_{qj}}{\partial I_i' \partial I_i''} \right],$$

$i \neq j$

$$\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial I_i' \partial I_j'} = 2\sum_j^M \left[\frac{\partial \Phi pj}{\partial Ii'} . \frac{\partial \Phi pj}{\partial Ij'} + \frac{\partial \Phi qj}{\partial Ii'} \frac{\partial \Phi qj}{\partial Ij'} + \Phi pj \frac{\partial^2 \Phi_{pj}}{\partial I_i' \partial I_j'} + \Phi qj \frac{\partial^2 \Phi_{qj}}{\partial I_i' \partial I_j'} \right],$$

$i \neq j$

$$\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial I_i'' \partial I_j''} = 2\sum_j^M \left[\frac{\partial \Phi pj}{\partial Ii''} . \frac{\partial \Phi pj}{\partial Ij''} + \frac{\partial \Phi qj}{\partial Ii''} \frac{\partial \Phi qj}{\partial Ij''} + \Phi pj \frac{\partial^2 \Phi_{pj}}{\partial I_i'' \partial I_i''} + \Phi qj \frac{\partial^2 \Phi_{qj}}{\partial I_i'' \partial I_i''} \right],$$

$i \neq j$

$$\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial I_i' \partial I_j''} = 2\sum_j^M \left[\frac{\partial \Phi pj}{\partial Ii'} . \frac{\partial \Phi pj}{\partial Ij''} + \frac{\partial \Phi qj}{\partial Ii'} \frac{\partial \Phi qj}{\partial Ij''} + \Phi pj \frac{\partial^2 \Phi_{pj}}{\partial I_i' \partial I_j''} + \Phi qj \frac{\partial^2 \Phi_{qj}}{\partial I_i' \partial I_j''} \right], \quad (20)$$

где $i, j = (i_1, j_1; i_2, j_2; ...; i_N, j_N)$.

Имея аналитические выражения частных производных, можно организовать итерационный процесс поиска составляющих комплексных токов узлов. Итерация начинается с первой подсистемы, и процесс считается завершенным, если составляющие комплексных токов отдельных подсистем принимают требуемые численные значения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Хачатрян В.С.** Определение установившегося режима больших электроэнергетических систем с применением метода Ньютона-Рафсона // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт.-1974.- № 4.- С. 36-43.
2. **Хачатрян В.С., Хачатрян С.Ц., Сафарян В.С.** Расчет установившегося режима электроэнергетических систем с применением матрицы Гессе при Z – форме задания состояния сети // Изв. вузов СССР. Энергетика.- 1990.- № 1.-С. 20-23.
3. **Хачатрян В.С., Этмекчян Э.А., Бадалян Н.А.** Решение гибридных уравнений установившегося режима электроэнергетической системы методом диакоптики // Электричество.-1999.- № 4.- С. 7-12.
4. **Хачатрян В.С., Бадалян Н.А.** Решение (Y-Z)-уравнений установившегося режима электроэнергетической системы методом декомпозиции // Изв. НАН и ГИУА. Сер. ТН.- 1997.-Т. 50, № 2.- С.96-103.

Վ.Ս. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ, Ն.Պ.ԲԱԴԱԼՅԱՆ, Մ.Գ. ԹԱՄՐԱԶՅԱՆ,
Կ.Վ. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ

ԷԼԵԿՏՐԱԷՆԵՐԳԵՏԻԿԱԿԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ԿԱՅՈՒՆԱՑՎԱԾ ՌԵԺԻՄԻ ՀԱՇՎՈՒՄԸ ՏՐՈՀՄԱՆ ՄԵԹՈԴՈՎ ՀԵՍՍԻ ՄԱՏՐԻՑՆԵՐԻ ԿԻՐԱՌՄԱՄԲ

Առաջարկվում է ԷԷՀ կայունացված ռեժիմի հաշվման մեթոդ, երբ այն ներկայացվում է որպես շառավղաձև միացված ենթահամակարգերի հանրույթ: Առանձին ենթահամակարգերի ոչ գծային հանրահաշվական հավասարումների համակարգի լուծման համար օգտագործվում են անդրադարձային արտահայտություններ, որոնք բխում են լուծման նվազարկման մեթոդից:

V.S. KHACHATRYAN, N.P. BADALYAN, M.G. TAMRAZYAN,

K.V. KHACHATRYAN

STEADY–STATE CALCULATION OF ELECTRIC POWER SYSTEM BY DECOMPOSITION METHOD APPLYING HESSE MATRIX

A steady—state calculation method of an electric power system represented as a set of radially bound subsystems is proposed. To solve a system of nonlinear algebraic simultaneous equations of separate subsystems, recurrent expressions followed from the minimization method of their solution are used.