ISSN 0002-306X. Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 3.

УДК 620.1.589.3 МАШИНОСТРОЕНИЕ

Г.Г. ШЕКЯН, А.П. ХАЛАТЯН, Э.П. ХАЛАТЯН, Р.П. ХАЛАТЯН

УПРУГИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОДШИПНИКОВЫХ ЩИТОВ РОТОРНЫХ МАШИН

Рассмотрена деформируемость подшипниковых щитов под действием нагрузок произвольного направления. Получены рекуррентные соотношения для расчета жесткости щита по направлениям главных координатных осей. Показано, что для малых роторных машин, где толщина щита намного меньше диаметра, жесткости в осевом и радиальном направлениях взаимозависящие, и их нельзя рассматривать раздельно.

Ключевые слова: жесткость, податливость, модуль упругости, матрица жесткостей.

Подшипниковые щиты оказывают значительное влияние на упругие свойства роторных машин, а также являются деталями, жестко фиксируемыми на корпусе машины, в которых крепятся невращающиеся наружные кольца подшипников.

Как видно из схемы рис.1, подшипниковый щит представляет собой круглую пластину постоянной толщины, по внешнему контуру которого имеется жесткое крепление к корпусу, а внутренний контур соединен с цилиндрическим стаканом. Учитывая, что деформации стакана стеснены насаженным кольцом подшипника и его податливостью можно пренебречь, стакан изображен жестким сплошным цилиндром.

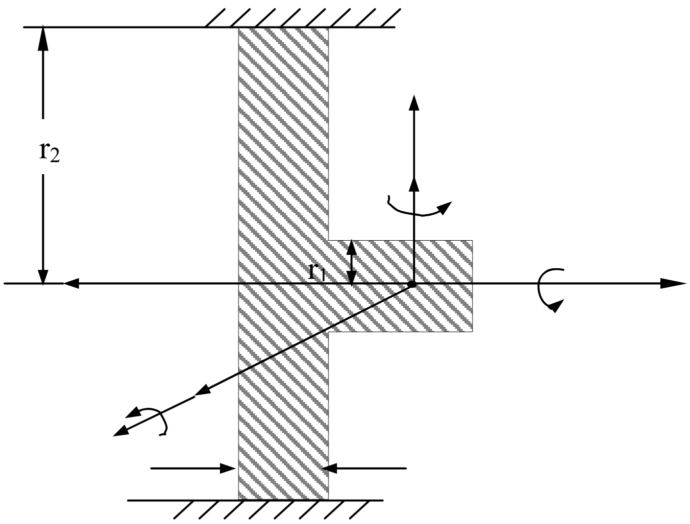


Рис.1. Простейшая схема подшипникового щита в виде круглой пластины постоянной толщины

На рис.1 введена система координат X, Y, Z с началом в центре внутреннего кольца подшипника, плоскость OXY параллельна плоскостям щита, а ось Z направлена по оси вращения подшипника.

В общем случае к щиту могут быть приложены нагрузки, определяемые в системе координат X, Y, Z силами A,P,Q и моментами M_1, M_2, M_3. Учитывая, что момент, прикладываемый к щиту вокруг оси Z, совпадающей с осью вращения подшипника, обычно весьма незначителен, можно принять $M_3 = 0$.

Рассмотрим деформационное состояние щита и его жесткостные характеристики в главных направлениях. Пусть на щит приложена только осевая сила Q. Уравнение, определяющее угловые перемещения элементов щита в виде пластины постоянного сечения, имеет вид [1,2]

$$\theta = C_1 r + \frac{C_2}{r} - \frac{C_2}{Dr}\int\left[r\int Q'dr\right]dr, \tag{1}$$

где θ - угол между нормалью к поверхности пластины (щита) в точке, соответствующей текущему радиусу r, и осью Z (рис.2); Q' - перерезывающая сила, $Q' = Q/2\pi r$; D - цилиндрическая жесткость пластины, $D = Eh^3/12(1-\gamma^2)$; E, γ - модуль упругости и коэффициент Пуассона; C_1 и C_2 - постоянные, определяемые из граничных условий.

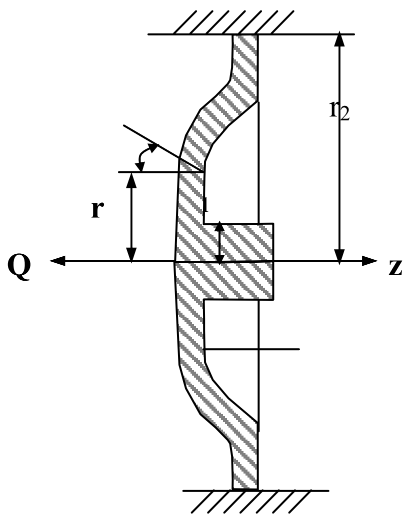


Рис.2. Схема осевого нагружения подшипникового щита

Подставляя в (1) значения перерезывающей силы, интегрированием получим

$$\theta(r)=C_1 r+\frac{C_2}{r}+\frac{Qr}{8\pi D}-\frac{Qr}{4\pi D}\ln\frac{r}{r_1}. \qquad (2)$$

Из граничных условий при $r = r_1$, $r = r_2$, $\theta = 0$ имеем

$$\begin{cases}\left(C_1+\dfrac{Q}{8\pi D}\right)r_1+\dfrac{C_2}{r}=0,\\ \left(C_1+\dfrac{Q}{8\pi D}\right)r_2+\dfrac{C_2}{r_2}-\dfrac{Qr_2}{4\pi D}\ln\dfrac{r_2}{r_1}=0.\end{cases} \qquad (3)$$

Совместное решение дает

$$C_1=-\frac{Qr_2}{4\pi D r_1^2}\left(\frac{1}{r_2}-\frac{r_2}{r_1^2}\right)^{-1}\ln\frac{r_2}{r_1}-\frac{Q}{8\pi D},$$
$$C_2=\frac{Qr_2}{4\pi D}\left(\frac{1}{r_2}-\frac{r_2}{r_1^2}\right)^{-1}\ln\frac{r_2}{r_1}. \qquad (4)$$

Перемещение вдоль координаты Z можно определить из соотношения

$$Z=-\int\theta(r)dr\ , \qquad (5)$$

где $\theta(r)$ определяется выражением (2).

После интегрирования (5), полагая, что при $r=r_2$ $Z=0$, получим

$$Z=\left(\frac{C_1}{2}+\frac{Q}{18\pi D}\right)\left(r_2^2-r_1^2\right)+C_2\ln\frac{r_2}{r_1}+\frac{Q}{8\pi D}\left(r_2^2\ln\frac{r}{r_2}-r_2^2\ln\frac{r_2}{r_2}\right). \qquad (6)$$

Полагая $r = r_1$ и подставляя значения постоянных C_1, C_2, получим

$$Z|_{r=r_1}=\frac{Q_{r_1}^2}{4\pi D}\left(\frac{\lambda^2-1}{4}-\frac{\lambda^2}{\lambda^2-1}\ln^2\lambda\right),\ \lambda=\frac{r_2}{r_1}. \qquad (7)$$

Тогда осевая жесткость щита $K_Z=Q/Z$ будет иметь вид

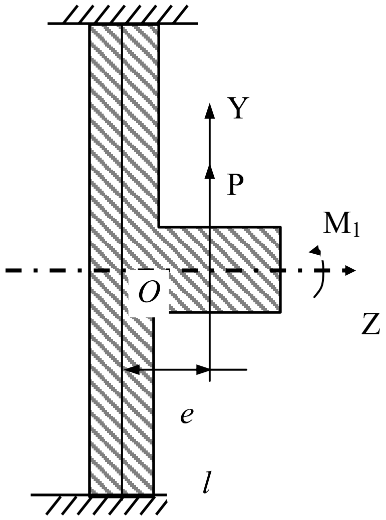
$$K_Z=\frac{16\pi D\left(\lambda^2-1\right)}{r_1^2\left[\left(\lambda^2-1\right)^2-4\lambda^2\ln^2\lambda\right]}. \qquad (8)$$

Для удобства, несколько видоизменив выражения для K_Z, получим

$$K_Z=KEh^3/r_1^2,\quad K=\frac{16\pi\lambda^2\left(\lambda^2-1\right)}{3\left(1-\upsilon^2\right)\left[\left(\lambda^2-1\right)^2-4\lambda^2\ln^2\lambda\right]}, \qquad (9)$$

где для электрических машин (асинхронных двигателей габарита 50…63) К = 8…10.

Теперь рассмотрим деформируемость щита при действии нагрузок P и M_1, т.е. A=0, Q = 0, $M_2 = 0$ (рис. 3).



Rис.3. Схема нагружения щита радиальной и моментной нагрузками

Изгибающий момент в середине щита (пластины) будет $M=M_1+P\ell$. Этот момент вызывает поворот центральной части пластины на угол [3,4]:

$$\alpha = \frac{(\lambda^2+1)\ln\lambda - (\lambda^2-1)}{4\pi D(\lambda^2+1)}(M_1 + P\ell). \tag{10}$$

При этом перемещение исходной точки будет $Y = \alpha\ell$.

Согласно выражению (10), угол α линейно зависит от M_1 и P. Тогда коэффициент, стоящий перед M_1, будет определять угловую податливость щита, а коэффициент, стоящий перед P, - перекрестную податливость. Исходя из этого, можно определить:

коэффициент угловой жесткости-

$$K_\alpha = \frac{4\pi D(\lambda^2+1)}{(\lambda^2+1)\ln\lambda - (\lambda^2-1)}; \tag{11}$$

коэффициент перекрестной жесткости-

$$K_{y\alpha} = \frac{4\pi D(\lambda^2+1)}{\ell\left[(\lambda^2+1)\ln\lambda - (\lambda^2-1)\right]}; \tag{12}$$

коэффициент радиальной жесткости-

$$K_x = K_y = \frac{4\pi D(\lambda^2+1)}{\ell^2\left[(\lambda^2+1)\ln\lambda - (\lambda^2-1)\right]}. \tag{13}$$

Очевидно, что при приложении нагрузки вида $Q = P = M_1 = 0,\ A \neq 0,\ M_2 \neq 0$ в силу симметрии пластины могут быть получены такие же выражения для угла β (угол поворота вокруг оси Y) и перемещения X. Тогда $K_\alpha = K_\beta,\ K_{y\alpha} = K_{y\beta},\ K_x = K_y$.

В общем случае, если известна внешняя нагрузка на щите в виде сил $\{A, P, Q\}$ и моментов $\{M_1, M_2, M_3\}$, то его деформации в точке приложения нагрузки могут быть определены из системы уравнений

$$\begin{cases} X = B_x A - B_{x\beta} M_2, \\ Y = B_y P - B_{y\alpha} M_1, \\ Z = B_z Q, \\ \alpha = B_\alpha M_1 + B_{y\alpha} P, \\ \beta = B_\beta M_2 - B_{x\beta} A. \end{cases} \tag{14}$$

Матрица этой системы представляет собой матрицу податливостей

$$B = \begin{vmatrix} B_x, 0, 0, 0, & -B_{x\beta} \\ 0, B_y, 0, B_{y\alpha}, 0 \\ 0, 0, B_x, 0, & -B_{x\beta} \\ 0, B_{y\alpha}, 0, B_\alpha, 0 \\ -B_{x\beta}, 0, 0, 0, B_\beta \end{vmatrix}, \tag{15}$$

где $B_\alpha = B_\beta = 1/K_\alpha = 1/K_\beta, B_{y\alpha} = B_{x\beta} = 1/K_{y\alpha} = 1/K_{x\beta}, B_z = 1/K_z,$
$B_x = B_y = 1/K_y = 1/K_x.$

Тогда определитель матрицы (15) будет

$$\det B = \left(B_x B_\alpha - B_{y\alpha}^2\right) B_z\,. \tag{16}$$

Используя приведенные выражения для коэффициентов матрицы податливости, нетрудно получить, что $B_x B_\alpha = B_{y\alpha}^2$, откуда следует, что ее детерминант тождественно равен нулю по всем параметрам пластины. Следовательно, подшипниковый щит, как и подшипник, является вырожденным упругим элементом, однако в отличие от подшипника, у него не существует матрицы жесткостей. В подшипниковом щите нельзя независимо варьировать перемещением. Таким образом, в общем виде можно написать соотношение, которому при произвольной нагрузке удовлетворяет деформация щита

$$X\alpha + Y\beta + Z\gamma = 0\,. \tag{17}$$

В малых роторных машинах толщина щита h настолько уменьшена, что щит в осевом направлении работает как мембрана. Тогда при совместном действии радиальной P и осевой Q сил изгибающий момент в середине щита (рис.3) будет M=P (ℓ =Z_1), где Z_1-максимальное осевое перемещение центра щита. Изгибающий момент вызывает поворот центра щита на угол

$$\alpha = \frac{(\lambda^2+1)\ln\lambda - (\lambda^2-1)}{4\pi D(\lambda^2+1)} P(\ell + Z_1).$$

Тогда для определения констант C_1 и C_2 из (2) граничные условия будут $\theta = \alpha$ при r = r_1 и $\theta = 0$ при r = r_2. Принятые условия дают возможность получить следующие соотношения:

$$\begin{cases} \left(C_1 + \frac{Q}{8\pi D}\right) r_1 + \frac{C_2}{r_1} = \alpha = \frac{KP(\ell + Z_1)}{4\pi D}, \\ \left(C_1 + \frac{Q}{8\pi D}\right) r_2 + \frac{C_2}{r_2} - \frac{Qr_2}{4\pi D}\ln\frac{r_2}{r_1} = 0. \end{cases} \tag{18}$$

Откуда имеем

$$C_1 = -\frac{Qr_2}{4\pi D}\left[\frac{r_2}{r_1^2 - r_2^2}\ln\frac{r_2}{r_1} + \frac{K_1 K(\ell + Z)}{r_1}\left(\frac{r_2}{r_1^2 - r_2^2} - \frac{1}{r_2}\right)\right] - \frac{Q}{8\pi D},$$

$$C_2 = -\frac{Qr_1^2 r_2^2}{4\pi D(r_1^2 - r_2^2)}\left[\ln\frac{r_2}{r_1} - \frac{K_1 K(\ell + Z)}{r_1}\right], \tag{19}$$

где $K = \left[(\lambda^2+1)\ln\lambda - (\lambda^2+1)\right] / (\lambda^2+1)$, $\quad K_1 = P/Q.$

Перемещения сечения щита вдоль оси Z можно найти, интегрируя уравнение $dz/dr = -\theta(r)$, где $\theta(r)$ определяется выражением (2).

Произвольную постоянную, получающуюся в результате интегрирования, определяем из условия отсутствия перемещения на внешнем контуре. Т.е., полагая Z=0 при $r=r_2$, получаем

$$Z = \left(\frac{C_1}{r} + \frac{Q}{8\pi D}\right)(r_2^2 - r^2) + C_2\ln\frac{r_2}{r_1} + \frac{Q}{8\pi D}\left(r_2\ln\frac{r}{r_1} - r_2^2\ln\frac{r_2}{r_1}\right). \tag{20}$$

Подставляя (19) в (20) и полагая $r=r_1$, получим перемещение центра щита

$$Z_1 = \frac{Qr_1^2\left[r_1(\lambda^2-1)^2 - 4\lambda^2\ln^2\lambda\right] + 2K_1K(\lambda^2 - 1 - \lambda\ln^2\lambda)}{16\pi D\left[(\lambda^2-1)r_1 - \frac{Qr_1}{4\pi D}K_1K(\lambda^2 - 1 - \lambda\ln^2\lambda)\right]}. \tag{21}$$

При отсутствии смещения радиальной нагрузки от оси пластины перемещение центра щита будет

$$Z_1\Big|_{r=r_1} = \frac{Qr_1^2}{16\pi D}\left(\frac{\lambda^2-1}{4} - \frac{\lambda^2}{\lambda^2-1}\ln^2\lambda\right). \quad (22)$$

Представляя осевую жесткость как соотношение $K_z = Q/Z$, получим

$$K_z = \frac{16\pi D\left(\lambda^2-1\right) - Qr_1K_1K\left(\lambda^2-1-\lambda\ln^2\lambda\right)}{r_1^2\left[\left(\lambda^2-1\right)^2 - 4\lambda^2\ln^2\lambda\right] + 2K_1K(\lambda^2-1-\lambda\ln^2\lambda)}. \quad (23)$$

Если же P=0 или $\ell = 0$, то осевая жесткость примет вид

$$K_z = \frac{16\pi D(\lambda^2-1)}{r_1^2[(\lambda^2-1)^2 - 4\lambda^2\ln^2\lambda]}. \quad (24)$$

Чтобы определить радиальную жесткость щита, перемещение центра щита в радиальном направлении представим в виде $Y = \alpha(\ell + Z_1)$. Подставляя значение в Y, получим $Y = KP(\ell + Z_1)^2/4\pi D$.

Тогда радиальная жесткость будет $K_y = P/Y = 4\pi D/KP(\ell + Z_1)^2$. При отсутствии осевой нагрузки имеем $Y = KP\ell^2/4\pi D$, $K_y = 4\pi D/KP\ell^2$.

Как видно из результатов исследования, при наличии нагрузки только в одном направлении перемещение центра пластины и жесткость в этом же направлении получаются независимыми. Однако при одновременном действии нагрузок в осевом и радиальном направлениях перемещения и соответствующая жесткость получаются зависимыми.

Если известна внешняя нагрузка в виде сил {P,Q}, то ее деформацию можно выразить как

$$Y = A_1P\left(\ell + Z_1\right)^2, 2Z = QB_1 - \ell + \sqrt{\left(QB_1 + \ell\right)^2 - 4YC}_1, \quad (25)$$

где $A_1 = K/4\pi D = \left[\left(\lambda^2+1\right)\ln\lambda - \left(\lambda^2-1\right)\right]/4\pi D\left(\lambda^2+1\right)$,
$B_1 = \left[\left(\lambda^2-1\right) - \lambda^2\ln^2\lambda\right]/16\pi D, C_1 = r_1\left[\lambda^2-1-\lambda\ln^2\lambda\right]/\left(\lambda^2-1\right)$ –

постоянные, зависящие от геометрических параметров щита.

Таким образом, для малых машин жесткость подшипникового щита и его податливость в осевом и радиальном направлениях при одновременном действии осевой и радиальной нагрузок – взаимозависящие, и их нельзя рассматривать раздельно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С.** Пластины и оболочки.-М.: Наука, 1966.-636 с.
2. **Чижевский К.Г.** Расчет круглых и кольцевых пластин.-Л.:Машиностроение, 1972.-182 с.
3. **Амелянчик А.В.** Расчет на прочность дисков турбомашин // ОТН. Изв. АН СССР. Механика и машиностроение.-1959.- № 1.- С. 47-51.
4. **Блейх Ф.** Устойчивость металлических конструкций.-М.: Физматгиз, 1959.-285 с.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 27.11.1998.

Հ.Գ. ՇԵԿՅԱՆ, Հ.Պ. ԽԱԼԱԹՅԱՆ, Է.Պ. ԽԱԼԱԹՅԱՆ,
Ռ.Պ. ԽԱԼԱԹՅԱՆ

ՌՈՏՈՐԱՅԻՆ ՄԵՔԵՆԱՆԵՐԻ ԱՌԱՆՑՔԱԿԱԼԱՅԻՆ ՎԱՀԱՆԱԿՆԵՐԻ ԱՌԱՁԳԱԿԱՆ ՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ

Դիտարկված է առանցքակալային վահանակների ձևափոխելիությունը կամայական ուղղությամբ ուժերի ազդեցության դեպքում: Ստացված են առանցքակալային վահանակների գլխավոր կոորդինատային առանցքների ուղղությամբ կոշտությունների հաշվարկման անդրադարձ հարաբերություններ: Ցույց է տրված, որ փոքր ռոտորային մեքենաների համար, որտեղ վահանակի հաստությունը շատ անգամ փոքր է նրա տրամագծից, առանցքային և շառավղային կոշտությունները փոխկապված են և դրանք չի կարելի դիտարկել իրարից անջատ:

H. G. SHEKYAN, H. P. KHALATYAN,
E. P. KHALATYAN, R. P. KHALATYAN,

ELASTIC CHARACTERISTICS OF END BRACKETS IN ROTOR MACHINES

The deformability of end brackets under the influence of arbitraty direction load is investigated. The recurrent relationship for analysis of end bracket rigidity in the direction of main coordinate axes are obtained. It is shown that for small rotor machines with the end bracket thickness much less than its diameter, the rigidities in axial and radial directions are correlated and cannot be considered separately.