

Г.Д. АКОПДЖАНЫН, В.С. САФАРЯН

О СИНТЕЗЕ ЛИНЕЙНЫХ ПАССИВНЫХ ШЕСТИПОЛЮСНИКОВ

Представлен метод решения задач синтеза линейных пассивных шестиполусников на основе применения алгебры структурных чисел. Получены необходимые и достаточные условия реализуемости передаточных функций шестиполусника по напряжению. Алгоритм реализован в виде программы для решения задач на ЭВМ.

Ключевые слова: синтез, шестиполусник, структурные числа, электрическая цепь.

Рассмотрим пассивный шестиполусник (рис. 1), передающий энергию от входных зажимов $(0, 0')$ к выходным $(1, 1')$ и $(2, 2')$. Задачи такого типа возникают в случаях, когда электрическая цепь, питающаяся от источника, подключенного на входе цепи, в двух ее выходах должна обеспечить заранее заданные законы изменения напряжений, токов и т.д.

Задача синтеза шестиполусника заключается в построении электрической схемы внутри него и определении параметров, обеспечивающих заданные передаточные функции $k_1(s)$, $k_2(s)$, где s - оператор Лапласа.

В настоящей статье на основе применения алгебры структурных чисел [1] разработан алгоритм решения задач синтеза линейных пассивных шестиполусников.

Рассмотрим поставленную задачу при заданных передаточных функциях по напряжению

$$k_{u_1}(s) = U_1(s)/U_0(s), \quad k_{u_2}(s) = U_2(s)/U_0(s),$$

где U_0 , U_1 и U_2 - соответственно напряжения на входных и выходных зажимах шестиполусника.

Для аналитического определения функций передач по напряжению четырехполусника алгеброй структурных чисел получено соотношение

$$k_u = \frac{\text{Sim}_Z(A^d D_0, A^d D_p)}{\det_Z A^d D_0}, \quad (1)$$

где A_d - дополнительное структурное число электрической схемы внутри четырехполусника; D_0 и D_p - однострочные структурные числа путей между входными $(0, 0')$ и выходными (p, p') зажимами

четырёхполюсника; $Z = Z(s) = \frac{1}{s} \left(Ls^2 + rs + \frac{1}{C} \right)$ – обобщенные сопротивления ветвей электрической схемы.

Рассматривая отдельно передачи от зажимов $0, 0'$ к $1, 1'$ и от $0, 0'$ к $2, 2'$ и учитывая в обоих случаях всю цепь внутри шестиполюсника, по (1) могут быть получены функции передач, принимая $p=1$ (k_{u_1}) и $p=2$ (k_{u_2}). При этом A^d уже будет являться дополнительным структурным числом схемы внутри шестиполюсника (рис. 1).

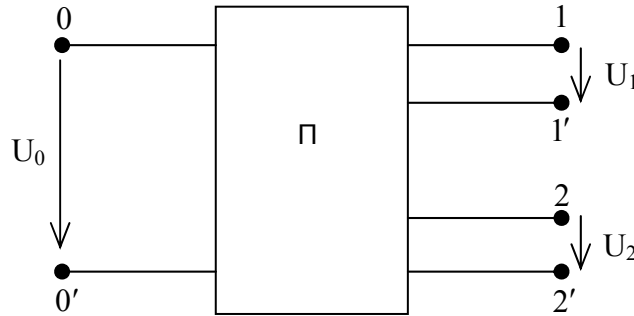


Рис. 1

Синтезируемые передаточные функции задаются в следующем виде:

$$k_{u_1} = \frac{b_{m_1}s^{m_1} + b_{m_1-1}s^{m_1-1} + \dots + b_1s + b_0}{a_ns^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0}, \quad (2)$$

$$k_{u_2} = \frac{c_{m_2}s^{m_2} + c_{m_2-1}s^{m_2-1} + \dots + c_1s + c_0}{a_ns^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0},$$

где $a_n \neq 0$, $b_{m_1} \neq 0$, $c_{m_2} \neq 0$, $a_i \geq 0, (i = \overline{0, n})$.

Из (1) видно, что знаменатели выражений k_{u_1} и k_{u_2} должны быть одинаковыми, а числители передаточных функций являются подмножеством знаменателя. Следовательно, имеем

$$a_i \geq |b_i| \quad (i = 0, 1, \dots, \min(m_1, n)), \quad (3)$$

$$a_i \geq |c_i| \quad (i = 0, 1, \dots, \min(m_2, n)).$$

Условия (3) вместе с условием одинаковости знаменателей обеих передаточных функций шестиполюсника необходимы и достаточны для реализуемости заданных передаточных функций. Из них следует, что

$$n \geq m_1 \text{ и } n \geq m_2. \quad (4)$$

Из (1) видно, что числитель и знаменатель этого выражения представляют собой сумму произведений из $N+1$ обобщенных

сопротивлений $Z(s)$ (N - цикломатическое число графа схемы внутри шестиполюсника). Следовательно, аналитические выражения передаточных функций, определяемых по (1), будут иметь порядок $q = 2(N + 1)$ по степени оператора s .

Представим, что граф схемы шестиполюсника определен, и следует рассчитать значения параметров ветвей электрической схемы, удовлетворяющих заданным передаточным функциям (2). Вопрос выбора графа электрической цепи рассмотрим позже.

Для решения указанной задачи приравниваются заданные и аналитически полученные передаточные функции:

$$\frac{f_q^{(1)}s^q + f_{q-1}^{(1)}s^{q-1} + \dots + f_1^{(1)}s + f_0^{(1)}}{f_qs^q + f_{q-1}s^{q-1} + \dots + f_1s + f_0} = \frac{b_{m_1}s^{m_1} + b_{m_1-1}s^{m_1-1} + \dots + b_1s + b_0}{a_ns^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0},$$

$$\frac{f_q^{(2)}s^q + f_{q-1}^{(2)}s^{q-1} + \dots + f_1^{(2)}s + f_0^{(2)}}{f_qs^q + f_{q-1}s^{q-1} + \dots + f_1s + f_0} = \frac{c_{m_2}s^{m_2} + c_{m_2-1}s^{m_2-1} + \dots + c_1s + c_0}{a_ns^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0},$$

где $f_i, f_i^{(1)}, f_i^{(2)} (i = \overline{0, q})$ - функции, зависящие от параметров ветвей электрической цепи внутри шестиполюсника.

Приравняв коэффициенты при соответствующих степенях оператора s в левой и правой частях равенств (5), имеем

$$f_i^{(1)} - b_i = 0, \quad f_i^{(2)} - c_i = 0, \quad f_i - a_i = 0 \quad (i = \overline{0, q}). \quad (6)$$

Таким образом, определение величин параметров электрической цепи сводится к решению системы из $3(q + 1) = 3(2N + 3)$ нелинейных алгебраических уравнений с 3ℓ (ℓ - число ветвей графа) неизвестными. Задача будет иметь решение при условии

$$3\ell \geq 3(2N + 3), \text{ или } \ell \geq 2N + 3. \quad (7)$$

Выполнение условия (7) с учетом того, что по характеру задачи параметры должны иметь только положительные значения, осложняет решение системы уравнений. Исходя из этого, система уравнений (6) сводится к нахождению минимума функционала:

$$F = \sum_{i=0}^q \left[(f_i^{(1)} - b_i)^2 + (f_i^{(2)} - c_i)^2 + (f_i - a_i)^2 \right] \rightarrow \min$$

с применением метода покоординатного спуска [2].

Начальным этапом решения задачи синтеза является построение графа электрической цепи внутри шестиполюсника. Данная задача зависит от степени n многочлена в знаменателях задаваемых передаточных функций (2).

Необходимым условием реализуемости задаваемых передаточных функций, с точки зрения выбора графа, является соотношение

$$2(N + 1) \geq n. \quad (8)$$

При построении графа должно выполняться также условие (7), налагающее ограничение на число ветвей графа.

Таким образом, для решения задачи синтеза шестиполюсника при питании его с одних пар зажимов необходимо выполнение следующих условий:

$$n \geq m_1, \quad n \geq m_2, \quad a_i \geq |b_i|, \quad a_i \geq |c_i| \quad (i = \overline{0, n}), \quad (9)$$

которым должны удовлетворять обе задаваемые передаточные функции, и

$$2(N+1) \geq n, \quad \ell \geq 2N+3, \quad (10)$$

которым соответствует граф электрической схемы внутри шестиполюсника.

На основании описанного выше алгоритма составлена программа на языке Turbo-Pascal.

Пример расчета. Заданы:

$$k_{u_1} = \frac{50s^3 + 6500s^2 + 210000s}{50s^3 + 7000s^2 + 365000s + 2,1 \cdot 10^7},$$

$$k_{u_2} = \frac{10^7}{50s^3 + 7000s^2 + 365000s + 2,1 \cdot 10^7}.$$

Решение: $n = 3$. Примем $N = 1$, $\ell = 5$ (рис. 2).

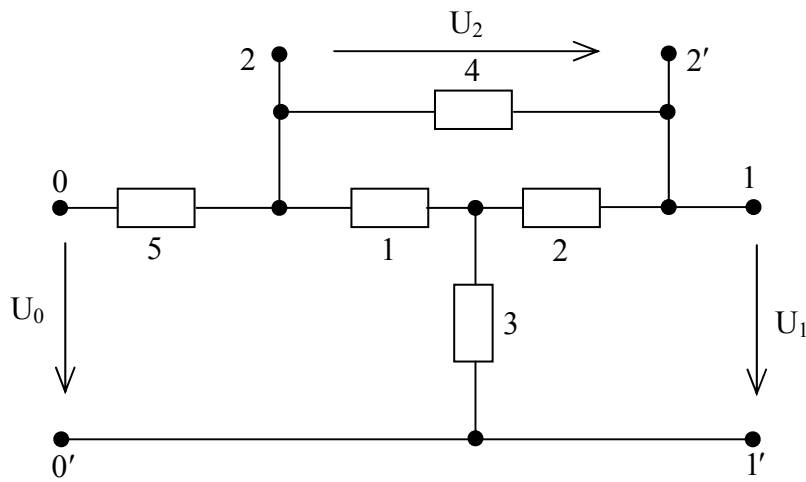


Рис. 2

Будем иметь: $A^d = [124]$, $D_0 = [135]$, $D_1 = [23]$, $D_1 = [4]$.

Параметры электрической цепи на рис. 2 следующие:

$$Z_1 = 1000/s, \quad Z_2 = 100, \quad Z_3 = 10 + 0,5s, \quad Z_1 = 10000/s, \quad Z_1 = 5 + 1000/s.$$

Это есть одно из решений задачи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Беллерт С., Возняцки Г.** Анализ и синтез электрических цепей методом структурных чисел. - М.: Мир, 1972. - 330 с.
2. **Акопджанян Г.Д., Сафарян В.С.** К проблеме синтеза пассивного четырехполюсника // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. - 1999. - Т.52, № 3. - С. 340-345.

ГИУА, ЗАО " Институт энергетики ". Материал поступил в редакцию
24.03.1999.

Գ.Դ. ՀԱԿՈՒՅԱՆՅԱՆ, Վ.Ս. ՍԱՖԱՐՅԱՆ

ԳԾԱՅԻՆ ՊԱՍՍԻՎ ՎԵՑԱԲԵՎԵՌԱՇՂԹԱՆԵՐԻ ՍԻՆԹԵԶԻ ՄԱՍԻՆ

Կառուցվածքային թվերի հանրահաշվի կիրառմամբ մշակված է գծային պասսիվ վեցաբևեռաշղթաների սինթեզի խնդիրների լուծման մեթոդ: Ստացված են վեցաբևեռաշղթաների լարման փոխանցման ֆունկցիաների իրագործման անհրաժեշտ և բավարար պայմանները: Խնդիրը համակարգչի միջոցով լուծելու համար կազմված է ծրագիր:

G.D. HAKOPJANYAN, V.S. SAFARYAN

SYNTHESIS OF LINEAR PASSIVE HEXAHEDRONS

A method is suggested for the synthesis of passive hexahedrons on the basis of algebra of structural numbers. Necessary and satisfactory conditions are obtained for the realization of the hexahedrons by voltage transmission function on the basis of the gained algorithm. The algorithm is performed in the form of a program for computer problem solving.