

ЛИТЕРАТУРА

1. **Абгарян К.А.** Устойчивость движения на конечном интервале времени // Итоги науки и техники. Общая механика. - М., 1976. - Т. 3. - С. 43-124.
2. **Абгарян К.А., Аванян В.Т.** К теории устойчивости на заданном интервале времени // ПММ. - 1977. - Т. 41, № 5. - С. 844-849.
3. **Абгарян К.А., Аванян В.Т.** К теории устойчивости на заданном промежутке времени // Тр. МАИ. - 1975. - № 339. - С. 5-11.
4. **Моисеев Н.Д.** Обзор развития нелинейных теорий устойчивости движения // Зап. семинара по теории устойчивости движения / ВВ акад. им. Жуковского. -1946. - №1. - С. 75-93.
5. **Каменков Г.В.** Об устойчивости движения на конечном интервале времени // ПММ. - 1953. - Т. 17, №5. - С. 529-540-РЖМех. 1956. - №10. 6402.
6. **Каменков Г.В., Лебедев А.А.** Замечание к статье об устойчивости на конечном интервале времени // ПММ. - 1954. - Т. 18, № 4. - С. 512. - РЖМех. 1955. - № 6. 2843.

ЕрАСИ

30.02.1998

Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 1.

УДК 681.142.2

АВТОМАТИЗАЦИЯ И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Л.А. МАНУКЯН

РЕАЛИЗАЦИЯ ПРИНЦИПОВ ОПТИМАЛЬНОСТИ В ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССОМ ОБУЧЕНИЯ

Դիտարկվում են ուսումնական գործընթացների կառավարման խնդիրների օպտիմալության սկզբունքների ուսումնասիրման հարցեր: Նկարագրվում են օպտիմալ դինամիկական կառավարման խնդիրների լուծման եղանակներ:

Рассматриваются вопросы изучения принципов оптимальности в задачах управления процессом обучения. Доказываются теоремы существования оптимальных управлений. Описываются методы решения задач оптимального динамического управления.

Библиогр.: 3 назв.

The optimality principle study problems in tutorial control tasks are considered. The theorems of optimal control existence are proved. Dynamic optimality control methods are described.

Ref.3.

Введение. Данная работа посвящена вопросам реализации принципов оптимальности в задачах управления процессом обучения и является продолжением и развитием работ [1-3]. Доказываются теоремы существования оптимальных решений.

Формализация задачи управления процессом обучения. Рассмотрим характеристики задачи управления процессом обучения. Обозначим через $t(u)$ время, необходимое для обучения элементарному обучающему кванту (ЭОК), где u - один из следующих ЭОК: собственно ЭОК $\langle I, Q, R, K \rangle$, контролирующий ЭОК $\langle Q, R, K \rangle$ с элементами обучения, контролирующий ЭОК $\langle Q, R, P(R, \bar{R}) \rangle$, информационный ЭОК $\{I_k\}$, $k = \overline{1, m}$, элементарный тест $\langle Q, R, P(R, \bar{R}), K \rangle$.

Основное назначение компьютерной обучающей системы (КОС), состоящей из одного обучающего и нескольких обучаемых, заключается в обеспечении возможности передачи обучающей информации обучаемому, тестировании уровня его знаний, степени усвоения нового учебного материала и выборе на основе этого следующего ЭОК.

Пусть $P = \{1, 2, \dots, p\}$ - множество обучающихся. Сформулируем следующие понятия: $n_r(U)$ - количество повторений ЭОК для r -го обучающегося, $r = \overline{1, p}$. Тогда $T(u) = n_r(u)t(u)$ будет время выполнения ЭОК для r -го обучающегося. Обозначим через $f_r(u)$ частоту тестирования знаний r -го обучающегося. Тогда величина $g_u = f(u)f_r$ будет выражать потребность вычислительных ресурсов, необходимых для тестирования знаний r -го обучающегося. Отсюда $\tau_r = \sum_{u \in U} t(u)f_r$

будет общей потребностью вычислительных ресурсов, необходимых для тестирования знаний r -го обучающегося. Пусть $\{u_j^r\}$, $j = \overline{1, q}$ - последовательность ЭОК, обеспечивающих требуемый уровень $M_{зн}$ r -го обучаемого. Тогда $\tau_r = \sum_{j=1}^{q_r} t(u_j^r)f_r(u_j^r)$, $r = \overline{1, p}$ будет потребностью

вычислительных ресурсов, необходимых для обучения r -го обучаемого; $w_r = \sum_{r=1}^p \sum_{j=1}^{q_r} f_r(u_j^r)$ -

уровнем нужной производительности центрального компьютера, т.е. компьютера рабочего места обучающего.

Обозначим эффективность системы обучения через $F_r(\{f_r(u_j^r)\}_{j=\overline{1, q_r}})$. В качестве величины эффективности можно рассмотреть суммарное множество ошибок, допущенных обучающимся после каждого шага обучения.

Задача 1. Рассмотрим задачу определения оптимальной частоты повторений ЭОК для r -го обучающегося, если известны верхние границы: потребности вычислительных ресурсов w^0 , производительность центрального компьютера F^0 , эффективность обучения E_r^0 r -го обучаемого, $r = \overline{1, p}$.

Отсюда задачу 1 можно представить следующим образом:

$$w^0 = \sum_{r=1}^p \sum_{j=1}^{q_r} t(u_j^r) f_r(u_j^r), \quad (1)$$

$$F^0 = \sum_{r=1}^p \sum_{j=1}^{q_r} f_r(u_j^r), \quad (2)$$

$$E_r(\{f_r(u_j^r)\}_{j=\overline{1,q_r}}) = E_r^0, r = \overline{2,p}, \quad (3)$$

$$E_1(\{f_1(u_j^1)\}_{j=\overline{1,q_1}}) \rightarrow \max. \quad (4)$$

Задача 2. Пусть величины эффективности системы обучения $E_r^0, r = \overline{2,p}$ не фиксированы. С целью определения принципа оптимальности рассмотрим векторный критерий оценки эффективности обучения:

$$E = (E_1(\{f_1(u_j^1)\}_{j=\overline{1,q_1}}), \dots, E_p(\{f_p(u_j^p)\}_{j=\overline{1,q_p}})).$$

В качестве принципа оптимальности рассмотрим понятие Парето-оптимальности: вектор E^* называется Парето-оптимальным, если нет другого такого вектора E , что $E_r \geq E_r^*, r = \overline{1,p}$, и хотя бы для одного r имеет место строгое неравенство. Таким образом, задачу оптимизации частоты обучения обучаемых можно будет сформулировать следующим образом: найти последовательность частот обучения $f_r(\{u_j^r\}_{j=\overline{1,q_r}}), r = \overline{1,p}$ при выполнении условий

$$w^0 = \sum_{r=1}^p \sum_{j=1}^{q_r} t(u_j^r) f_r(u_j^r), \quad F^0 = \sum_{r=1}^p \sum_{j=1}^{q_r} f_r(u_j^r)$$

такую, что вектор эффективности обучения

$$E = (E_1(\{f_1(u_j^1)\}_{j=\overline{1,q_1}}), \dots, E_p(\{f_p(u_j^p)\}_{j=\overline{1,q_p}}))$$

является Парето-оптимальным.

Рассмотрим теоремы существования оптимальных решений.

Теорема 1. Если функции $t(u_j^r), f_r(u_j^r)$ выпуклые, непрерывные и имеют первые производные, а вторые производные не обращаются в нуль, функции $E_r(\{f_r(u_j^r)\}_{j=\overline{1,q_r}}) = E_r^0, r = \overline{1,p}$ выпуклые, непрерывные и имеют первые производные по f_r , а вторые производные не обращаются в нуль, то существует решение задачи 1.

Доказательство. Определим функцию Лагранжа задачи (1)-(4):

$$\begin{aligned} L(\{\{u_j^r\}_{j=\overline{1,q_r}}\}_{r=\overline{1,p}}, \lambda, \mu, \{v_r\}_{r=\overline{2,p}}) = \\ = E_1(\{f_1(u_j^1)\}_{j=\overline{1,q_1}}) + \lambda(w^0 - \sum_{r=1}^p \sum_{j=1}^{q_r} t(u_j^r) f_r(u_j^r) + \\ + \mu(F^0 - \sum_{r=1}^p \sum_{j=1}^{q_r} f_r(u_j^r)) + \sum_{r=2}^p v_r(E_r^0 - E_r(\{f_r(u_j^r)\}_{j=\overline{1,q_r}})). \end{aligned}$$

Отсюда, продифференцировав функцию

$$L(\{\{u_j^r\}_{j=\overline{1,q_r}}\}_{r=\overline{1,p}}, \lambda, \mu, \{v_r\}_{r=\overline{2,p}}) \text{ по } u_j^r, \quad j = \overline{1,q_r}, \quad r = \overline{1,p},$$

$$\lambda, \mu, v_r, r = \overline{2,p},$$

приравняв частные производные нулю и сгруппировав подобные члены, получим

$$\left[\frac{\partial E_1}{\partial f_1} - \mu - \lambda t(u_j^1) \right] \frac{\partial f_1}{\partial u_j^1} - \lambda \frac{\partial t}{\partial u_j^1} f_1(u_j^1) = 0, j = \overline{1, q_1}, \quad (5)$$

$$\left[\frac{\partial E_1}{\partial f_r} - \lambda t(u_j^r) - \mu - v_r \frac{\partial E_r}{\partial f_r} \right] \frac{\partial f_r}{\partial u_j^r} - \lambda \frac{\partial t}{\partial u_j^r} f_r(u_j^r) = 0, j = \overline{1, q_r}, r = \overline{2, p}, \quad (6)$$

$$w^0 = \sum_{r=1}^p \sum_{j=1}^{q_r} t(u_j^r) f_r(u_j^r), \quad (7)$$

$$F^0 = \sum_{r=1}^p \sum_{j=1}^{q_r} f_r(u_j^r), \quad (8)$$

$$E_r^0 = E_r(\{f_r(u_j^r)\}_{j=\overline{1, q_r}}), \quad r = \overline{2, p}.$$

После упрощения выражений (5)-(8) получим

$$\begin{aligned} \bar{\lambda} &= \frac{F^0 \cdot \frac{\partial E_1}{\partial f_1} \cdot \frac{\partial f_1}{\partial u_j^1} - \frac{\partial f_1}{\partial u_j^1} \sum_{r=1}^p \sum_{j=1}^{q_r} v_r \frac{\partial E_r}{\partial f_r} \cdot \frac{\partial f_r}{\partial u_j^r} f_r(u_j^r)}{F_0 t(u_j^1) \cdot \frac{\partial f_1}{\partial u_j^1} + \frac{\partial f_1}{\partial u_j^1} \sum_{r=1}^p \sum_{j=1}^{q_r} [t(u_j^r) f_r(u_j^r) \frac{\partial f_r}{\partial u_j^r} + \frac{\partial t}{\partial u_j^r} f_r^2(u_j^r)]}, \\ \bar{\mu} &= \frac{\frac{\partial E_1}{\partial f_1} \sum_{r=1}^p \sum_{j=1}^{q_r} [t(u_j^r) f_r(u_j^r) \frac{\partial f_r}{\partial u_j^r} + \frac{\partial t}{\partial u_j^r} f_r^2(u_j^r)] - t(u_j^1) \sum_{r=1}^p \sum_{j=1}^{q_r} v_r \frac{\partial E_r}{\partial f_r} \frac{\partial f_r}{\partial u_j^r} f_r(u_j^r)}{F_0 t(u_j^1) - \sum_{r=1}^p \sum_{j=1}^{q_r} [t(u_j^r) f_r(u_j^r) \frac{\partial f_r}{\partial u_j^r} + \frac{\partial t}{\partial u_j^r} f_r^2(u_j^r)]}, \end{aligned}$$

которые вместе с системой уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_1}{\partial f_r} \frac{\partial f_r}{\partial u_j^r} - \mu \frac{\partial f_r}{\partial u_j^r} - \lambda [t(u_j^r) \frac{\partial f_r}{\partial u_j^r} + \frac{\partial t}{\partial u_j^r} f_r(u_j^r)] - v_r \frac{\partial E_r}{\partial f_r} \frac{\partial f_r}{\partial u_j^r} &= 0, \\ \frac{\partial E_1}{\partial f_1} \frac{\partial f_1}{\partial u_j^1} - \mu \frac{\partial f_1}{\partial u_j^1} - \lambda [t(u_j^1) \frac{\partial f_1}{\partial u_j^1} + \frac{\partial t}{\partial u_j^1} f_1(u_j^1)] &= 0, \\ F^0 = \sum_{r=1}^p \sum_{j=1}^{q_r} f_r(u_j^r), \quad w^0 = \sum_{r=1}^p \sum_{j=1}^{q_r} t(u_j^r) f_r(u_j^r), \end{aligned}$$

$$E_r^0 = E_r(\{f_r(u_j^r)\}_{j=\overline{1, q_r}}), \quad r = \overline{2, p}$$

дадут решение задачи 1. Теорема доказана.

Теорема 2. Если функции $t(u_j^r)$, $f_r(u_j^r)$ выпуклые, непрерывные и имеют первые производные, а вторые производные не обращаются в нуль, функции $E_r(\{f_r(u_j^r)\}_{j=\overline{1, q_r}})$, $r = \overline{1, p}$ выпуклые, непрерывные и имеют первые производные по f_r , а вторые производные не обращаются в нуль,

$$\left[\frac{\partial \ln f_r}{\partial u_j^r} + \frac{\partial \ln t}{\partial u_j^r} \right] t(u_j^r) f_r(u_j^r) = \text{const},$$

$$\frac{\partial f_r}{\partial u_j^r} = \text{const}, \quad j = \overline{1, q_r}, \quad r = \overline{1, p},$$

то имеет место равенство

$$\frac{v_r}{v_h} = \frac{\frac{\partial E_1}{\partial f_r}}{\frac{\partial E_h}{\partial f_h} \frac{\partial f_h}{\partial u_j^h}} \cdot \frac{\frac{\partial E_1}{\partial f_h}}{\frac{\partial E_r}{\partial f_r} \frac{\partial f_r}{\partial u_j^r}}.$$

Доказательство. Аналогично доказательству теоремы 1.

ЛИТЕРАТУРА

1. Манукян Л.А. О проектировании автоматизированной обучающей системы и ее применении // Моделирование, оптимизация, управление: Сб. научн. тр. / ГИУА.- Ереван, 1999.- С. 139-143.
2. Манукян Л.А. Диалоговые средства тестирования в динамической обучающей системе // Моделирование, оптимизация, управление: Сб. научн. тр. / ГИУА.- Ереван, 1999.- С. 184-189.
3. Манукян Л.А., Аггашян Р.В., Манукян А.Э., Аракелян А.А. К вопросу проектирования АОС алгоритмических языков программирования // Computer science and information technologies: Тез.докл.науч.-практ. конф. - Ереван, 1999.- С. 339-342.

ГИУА

07.01.1999

Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 1.

УДК 519.6

АВТОМАТИЗАЦИЯ И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

М.А. АЛАМЕДДИН

О НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВАХ ФУНКЦИЙ ВЫБОРА В ТЕОРИИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

Դիտարկվում է ֆունկցիաների և նրանց ծնող բինար հարաբերությունների հատկությունների հետազոտման անհրաժեշտությունը խնդիրներում, որոնք առաջանում են բաշխված տվյալների բազաների ստեղծմամբ և արհեստական բանականության համակարգերում: