

обнаружения близких к оптимальному решений поиск продолжается и на других ребрах (п.п. 7 и 8). Оптимумом на ребре (1-4) является вершина 4. Таким образом, решение задачи содержится в п.6, а близкие к нему варианты - в п.п. 7, 3, 8 и 2.

Таблица 2

№	i	1	2	3	$f(x) \cdot 10^{-3}$	$F(x) \cdot 10^{-3}$
	x_B	0,5	0,8	0,4	-	-
1	x_{t1}	0,5	0,2	0,4	-6,96	131,74
2	x_{t2}	0,5	0,8	0,16	-15,41	123,29
3	x_{t3}	0	0,8	0,18	-15,46	122,94
4	x_{t4}	0	0,25	0,4	- 8,24	130,16
5	x^*	0,555	0,655	0,216	-16,33	122,37
6	$x_{\Gamma(3-4)}^0$	0	0,671	0,231	-16,19	122,21
7	$x_{\Gamma(1-2)}$	0,5	0,66	0,216	-16,32	122,38
8	$x_{\Gamma(2-3)}$	0,143	0,8	0,174	-15,46	123,24

Приведенные примеры демонстрируют возможности предлагаемого алгоритма для решения задачи квадратичного программирования класса (1)-(5) и обнаружения дополнительных решений, близких к оптимальному.

ЛИТЕРАТУРА

1. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. – М.: Мир, 1975. – 534 с.
2. Аоки М. Введение в методы оптимизации. – М.: Наука, 1977. – 344 с.
3. Кюрегян С.Г., Кюрегян Н.С. Поиск граничных решений задач одного класса нелинейного программирования // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. - 1998. - Т.51, № 3. - С. 342-345.

ГИУА

20.06.1998

Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 1.

УДК 531.36

АВТОМАТИЗАЦИЯ И
СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

В.Т. АВАНЯН

УСТОЙЧИВОСТЬ СТАЦИОНАРНОГО ДВИЖЕНИЯ ЦЕНТРА МАСС ИСКУССТВЕННОГО СПУТНИКА ЗЕМЛИ

Ապացուցվում է երկրի արհեստական արբանյակի ծանրության կենտրոնի ստացիոնար շարժման K_{Δ}^{ω} - կայունությունը :

Доказывается K_{Δ}^{ω} - устойчивость стационарного движения центра масс искусственного спутника Земли.
Библиогр.: 6 назв.

Stationary motion K_{Δ}^{ω} - stability of the artificial Earth satellite mass centre has been proved.
Ref. 6.

Как известно [1], ляпуновская постановка задачи устойчивости для конечного интервала времени неприменима. В [1] предложен метод исследования на устойчивость (K_{Δ}^{ω} - устойчивость) для конечного интервала времени. В [2,3] продолжено исследование K_{Δ}^{ω} - устойчивости на бесконечном интервале времени. Аналогичные вопросы, в других постановках, рассмотрены в [4-6]. В данной работе в качестве приложения результатов [2,3] рассматривается K_{Δ}^{ω} -устойчивость стационарного движения центра масс искусственного спутника Земли.

1. Постановка задачи [1]. Под классом K_{Δ}^{ω} подразумевается совокупность $n \times n$ - матриц $G(t) = (G_1(t), G_2(t), \dots, G_n(t))$ над полем комплексных чисел, удовлетворяющих на интервале $\Delta = [t_0, \infty)$ условиям: а) $|\det G(t)| \geq k > 0$; б) эрмитова норма столбцов $G_j(t)$ ($j = 1, \dots, n$) совпадает с заданной функцией $\omega(t) > 0$, т.е. $\|G_j(t)\| = \omega(t)$ ($j = 1, \dots, n$).

Этот класс вполне определяется промежутком Δ и функцией $\omega(t)$, причем $K_{\Delta}^{\omega} = \omega K_{\Delta}^1$.

Определение 1.1. Невозмущенный процесс называется устойчивым, если в заданном классе K_{Δ}^{ω} существует матрица $G(t)$ такая, что при достаточно малом числе $\rho > 0$ любое возмущение $x(t)$ ($t_0 \leq t < \infty$) процесса, начальное значение $x(t_0) = x_0$ которого удовлетворяет условию

$$(G^{-1}(t_0)x_0; G^{-1}(t_0)x_0) \leq \rho^2, \quad (1)$$

для всех $t > t_0$ удовлетворяет условию

$$(G^{-1}(t)x; G^{-1}(t)x) \leq \rho^2, \quad (2)$$

в противном случае - процесс неустойчивый.

Определение 1.2. Невозмущенный процесс называется асимптотически устойчивым на интервале $[a; \infty)$, если: а) он устойчив на $[a; \infty)$ (в смысле определения 1.1); б) $\forall t_0 \in [a, \infty)$ $\exists \rho = \rho(t_0) > 0$ такое, что все возмущения $x(t)$ ($t_0 \leq t < \infty$) процесса, удовлетворяющие условию (1), обладают свойством

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t)\| = 0. \quad (3)$$

Из устойчивости, в смысле определения 1.1, всегда следует устойчивость по Ляпунову, а обратное имеет место не всегда [2].

Приведем одно практическое применение теоретических исследований [1-3].

2. Предполагается, что на спутник действуют только силы притяжения Земли, приводящиеся к одной равнодействующей $\bar{F}$, приложенной к центру масс спутника, причем модуль ее $F = \mu / r^2$. Рассматривается равномерное движение центра масс искусственного спутника по круговой орбите радиуса r_0 , летящего в некоторой плоскости π . Из второго закона Ньютона следует, что параметры, определяющие стационарное движение спутника, должны удовлетворять условию $\omega^2 r_0^3 = \mu$, где $\omega = \dot{\phi} = \text{const}$ - угловая скорость вращения радиуса-вектора r_0 спутника в стационарном движении.

Допустим, что на это движение спутника Земли наложены некоторые возмущения, в результате которых спутник начнет совершать возмущенное движение, в частности, орбита уже не будет круговой, движение не будет происходить в плоскости π , угловая скорость $\dot{\phi} \neq \sqrt{\mu / r_0^3}$. Для составления уравнений возмущенного движения спутника построим систему отсчета $Oxyz$, координатная плоскость xy которой совмещена с плоскостью π . Положение центра масс C искусственного спутника в возмущенном движении будем определять сферическими координатами r, φ, θ .

После обозначений $x = x_1, \dot{x} = x_2, \theta = x_3, \dot{\theta} = x_4, y = x_5$ дифференциальное уравнение возмущенного движения искусственного спутника имеет вид

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, & \dot{x}_2 = (\varepsilon_0 + x_1)[x_4^2 + \cos^2 x_3 (\omega + x_5)^2] - \mu(r_0 + x_1)^{-2}, \\ \dot{x}_3 = x_4, & \dot{x}_4 = -2x_2(\omega + x_5)^2(r_0 + x_1)^{-1} \sin 2x_3, \\ \dot{x}_5 = -2x_2(\omega + x_5)(r_0 + x_1)^{-1} + 2x_4(\omega + x_5) \operatorname{tg} x_3. \end{cases} \quad (4)$$

Система (4) допускает тривиальное решение $x \equiv 0$, которое соответствует невозмущенному движению спутника.

Функция Ляпунова в теореме 3.1 [3] о K_Δ^ω -устойчивости имеет вид

$$\begin{aligned} V(x) = & v[\omega^2 (4\aleph r_0^2 - 3)x_1^2 + x_2^2 + r_0^2 \omega^2 x_3^2 + r_0^2 x_4^2 + \\ & + r_0(1 + \aleph r_0^2)x_5^2 + 4\aleph r_0^3 \omega x_1 x_5 + \dots], \end{aligned} \quad (5)$$

где $v, \aleph$ - положительные постоянные, пока неизвестные.

Обозначим

$$V_1(x) = x_2^2 + r_0^2 \omega^2 x_3^2 + r_0^2 x_4^2, \\ V_2(x) = \omega^2 (4\aleph r_0^2 - 3) x_1^2 + 4\aleph r_0^3 \omega x_1 x_5 + x_2^2 + r_0^2 (1 + \aleph r_0^2) x_5^2.$$

Тогда функция $V_1(x)$ – положительно определенная.

Для того чтобы функция $V(x)$ была знакоположительной, достаточно выбрать число $\aleph$ таким, чтобы функция $V_2(x)$ была знакоположительной. Для этого по признаку Сильвестра достаточно, чтобы $\aleph > 3/r_0^2$.

Производная $\dot{V}(x)$ в силу системы (4) равна 0. Остается выбрать число v таким образом, чтобы в теореме 3.1 [3] о K_Δ^ω -устойчивости удовлетворялось последнее условие.

В формуле (5) матрица квадратичной части

$$M = \begin{pmatrix} \omega^2 (4\aleph r_0^2 - 3) & 0 & 0 & 0 & 2\aleph r_0^2 \omega \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_0^2 \omega^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_0^2 & 0 \\ 2\aleph r_0^2 \omega & 0 & 0 & 0 & r_0^2 (1 + \aleph r_0^2) \end{pmatrix}$$

путем элементарного преобразования приводится к матрице

$$\Lambda = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_0^2 \omega^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_0^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega^2 (4\aleph r_0^2 - 3) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{r_0^2 (\aleph r_0^2 - 3)}{4\aleph r_0^2 - 3} \end{pmatrix}.$$

При $\aleph > 3/r_0^2$ матрицы Λ и M положительно определенные, следовательно, по основной лемме [3] $M = (H H^*)^{-1} = H^{-1*} H^{-1}$, где для столбцов H_j матрицы $H = (H_1, H_2, \dots, H_5)$ имеем

$$\|H_j\| = \sqrt{0,2 \text{Sp} M^{-1}} \quad (j = 1, 2, \dots, 5). \quad (6)$$

Таким образом, подставляя подкоренное выражение в (5)

$$v = 0,2 \text{Sp} M^{-1} = 0,2 \text{Sp} \Lambda^{-1},$$

полученная функция $V(x)$ будет удовлетворять всем условиям теоремы 3.1 [3] о K_Δ^ω -устойчивости. Следовательно, стационарное движение центра масс искусственного спутника Земли устойчиво относительно величин $r, \dot{r}, \theta, \dot{\theta}, \phi$.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Абгарян К.А.** Устойчивость движения на конечном интервале времени // Итоги науки и техники. Общая механика. - М., 1976. - Т. 3. - С. 43-124.
2. **Абгарян К.А., Аванян В.Т.** К теории устойчивости на заданном интервале времени // ПММ. - 1977. - Т. 41, № 5. - С. 844-849.
3. **Абгарян К.А., Аванян В.Т.** К теории устойчивости на заданном промежутке времени // Тр. МАИ. - 1975. - № 339. - С. 5-11.
4. **Моисеев Н.Д.** Обзор развития нелинейных теорий устойчивости движения // Зап. семинара по теории устойчивости движения / ВВ акад. им. Жуковского. -1946. - №1. - С. 75-93.
5. **Каменков Г.В.** Об устойчивости движения на конечном интервале времени // ПММ. - 1953. - Т. 17, №5. - С. 529-540-РЖМех. 1956. - №10. 6402.
6. **Каменков Г.В., Лебедев А.А.** Замечание к статье об устойчивости на конечном интервале времени // ПММ. - 1954. - Т. 18, № 4. - С. 512. - РЖМех. 1955. - № 6. 2843.

ЕрАСИ

30.02.1998

Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 1.

УДК 681.142.2

АВТОМАТИЗАЦИЯ И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Л.А. МАНУКЯН

РЕАЛИЗАЦИЯ ПРИНЦИПОВ ОПТИМАЛЬНОСТИ В ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССОМ ОБУЧЕНИЯ

Դիտարկվում են ուսումնական գործընթացների կառավարման խնդիրների օպտիմալության սկզբունքների ուսումնասիրման հարցեր: Նկարագրվում են օպտիմալ դինամիկական կառավարման խնդիրների լուծման եղանակներ:

Рассматриваются вопросы изучения принципов оптимальности в задачах управления процессом обучения. Доказываются теоремы существования оптимальных управлений. Описываются методы решения задач оптимального динамического управления.

Библиогр.: 3 назв.

The optimality principle study problems in tutorial control tasks are considered. The theorems of optimal control existence are proved. Dynamic optimality control methods are described.

Ref.3.

Введение. Данная работа посвящена вопросам реализации принципов оптимальности в задачах управления процессом обучения и является продолжением и развитием работ [1-3]. Доказываются теоремы существования оптимальных решений.