Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2000. Т. LIII, № 1.

УДК 621.311.1.001.24 **ЭНЕРГЕТИКА**

К.В. ХАЧАТРЯН

РАСЧЕТ УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА ЭЭС ПРИ P-U ТИПЕ СТАНЦИОННЫХ УЗЛОВ

Առաջարկվում է կայունացված ռեժիմի Y-Z տեսքի հավասարումների լուծումը երկրորդ կարգի մեթոդով, երբ անկախ կայանային հանգույցներին որպես նախնական ինֆորմացիա տրվում են ակտիվ հզորությունները և լարման մոդուլները:

Предлагается решение Y-Z формы уравнения установившегося режима методом второго порядка, когда относительно независимых станционных узлов в качестве исходной информации задаются активные мощности и модули напряжений.

Библиогр.: 4 назв.

Y-Z form equation by the second-order method is proposed when active powers and voltage modules are given as initial information relative to independent stationary nodes.

Ref. 4.

Рассматривается решение системы нелинейных алгебраических уравнений установившегося режима ЭЭС методом второго порядка с применением матрицы Гессе. В [1] предлагается решение Y формы нелинейных алгебраических уравнений установившегося режима ЭЭС с применением матрицы Гессе, когда в качестве исходной информации для станционных узлов задаются активные и реактивные мощности. При такой же исходной информации в [2] решается Z форма, а в [3-4] Y-Z форма.

В настоящей работе предлагается решить Y-Z форму нелинейных алгебраических уравнений установившегося режима ЭЭС методом второго порядка при задании активных мощностей и модулей независимых станционных узлов.

Как известно, уравнения активных и реактивных мощностей для независимых станционных и нагрузочных узлов представляются в виде

$$\begin{cases} P_m = P_{Бm} + U_m \sum_{n=1}^{Г} [g_{m,n} \cos(\Psi_{um} - \Psi_{un}) + b_{m,n} \sin(\Psi_{um} - \Psi_{un})] U_n, \\ Q_m = Q_{Бm} + U_m \sum_{n=1}^{Г} [g_{m,n} \sin(\Psi_{um} - \Psi_{un}) - b_{m,n} \cos(\Psi_{um} - \Psi_{un})] U_n, \end{cases} \qquad (1)$$

$$\begin{cases} P_k = P_{Бk} + \sum\limits_{\ell=\Gamma+1}^{M}[R_{k,\ell}(I'_k I'_\ell + I''_k I''_\ell) + X_{k,\ell}(I''_k I'_\ell - I'_k I''_\ell)], \\ Q_k = Q_{Бk} - \sum\limits_{\ell=\Gamma+1}^{M}[R_{k,\ell}(I''_k I'_\ell - I'_k I''_\ell) - X_{k,\ell}(I'_k I'_\ell + I''_k I''_\ell)]. \end{cases} \qquad (2)$$

В системе уравнений индексы m(n) относятся к станционным узлам с числом Г, а индексы $k(\ell)$ - к нагрузочным узлам с числом Н. Общее число независимых уравнений составляет 2Г+2Н =2М. Величины $P_{Бm}$ и $Q_{Бm}$, входящие в (1), определяются в виде

$$P_{Бm} = p_{Бm} + \sum_{\ell=\Gamma+1}^{M}[(A'_{m,\ell} I'_\ell - A''_{m,\ell} I''_\ell)\cos\Psi_{um} + (A'_{m,\ell} I''_\ell + A''_{m,\ell} I'_\ell)\sin\Psi_{um}]U_m,$$

$$Q_{Бm} = q_{Бm} + \sum_{\ell=\Gamma+1}^{M}[(A'_{m,\ell} I'_\ell - A''_{m,\ell} I''_\ell)\sin\Psi_{um} - (A'_{m,\ell} I''_\ell + A''_{m,\ell} I'_\ell)\cos\Psi_{um}]U_m, \qquad (3)$$

где

$$p_{Бm} = -\sum_{n=1}^{\Gamma}(g_{m,n}\cos\Psi_{um} + b_{m,n}\sin\Psi_{um})U_0 U_m,$$

$$q_{Бm} = -\sum_{n=1}^{\Gamma}(g_{m,n}\sin\Psi_{um} - b_{m,n}\cos\Psi_{um})U_0 U_m. \qquad (4)$$

Величины $P_{Бk}$ и $Q_{Бk}$, входящие в (2), определяются в виде

$$P_{Бk} = p_{Бk} + \sum_{n=1}^{\Gamma}[(B'_{k,n} I'_k + B''_{k,n} I''_k)\cos\Psi_{un} + (B'_{k,n} I''_k - B''_{k,n} I'_k)\sin\Psi_{un}]U_n,$$

$$Q_{Бk} = q_{Бk} + \sum_{n=1}^{\Gamma}[(B'_{k,n} I'_k + B''_{k,n} I''_k)\sin\Psi_{un} - (B'_{k,n} I''_k - B''_{k,n} I'_k)\cos\Psi_{un}]U_n, \qquad (5)$$

где

$$p_{Бk} = I'_k U_0 - \sum_{n=1}^{\Gamma}(B'_{k,n} I'_k + B''_{k,n} I''_k)U_0,$$

$$q_{Бk} = -I''_k U_0 - \sum_{n=1}^{\Gamma}(B'_{k,n} I''_k - B''_{k,n} I'_k)U_0. \qquad (6)$$

Необходимо решить системы уравнений (1) и (2) методом второго порядка с применением матрицы Гессе. Для этого удобнее их представить в следующем компактном виде:

$$\begin{cases} \Phi_{pm} = P_m - [P_m + \varphi_{pm}(U_n, \Psi_{un})] = 0, \\ \Phi_{qm} = Q_m - [Q_{Бm} + \varphi_{qm}(U_n, \Psi_{un})] = 0. \end{cases} \qquad (7)$$

$$\begin{cases} \Phi_{pk} = P_k - [P_{Бk} + \varphi_{pk}(I'_\ell, I''_\ell)] = 0, \\ \Phi_{qk} = Q_k - [Q_{Бk} + \varphi_{qk}(I'_\ell, I''_\ell)] = 0. \end{cases} \qquad (8)$$

Можно заметить, что система нелинейных алгебраических уравнений (7) составлена относительно U_n и Ψ_{un}, а (8) - относительно

I'_ℓ, I''_ℓ. Решение систем уравнений (7) и (8) необходимо осуществлять для случая, когда для независимых станционных узлов задаются активные мощности и модули напряжений. Поскольку заданы модули напряжений, как можно заметить из второго уравнения системы (1), для определения реактивных мощностей независимых станционных узлов достаточно иметь аргументы комплексных напряжений Ψ_u, в связи с чем необходимо рассмотреть первое уравнение из системы (7). Таким образом, для решения задачи расчета установившегося режима при P-U типе станционных узлов необходимо рассмотреть решение первой системы из (7) и системы (8).

Для решения указанных систем нелинейных алгебраических уравнений методом второго порядка составим две вспомогательные функции:

$$\Phi(\Psi) = \sum_{m=1}^{\Gamma} \Phi_{pm}^2 , \tag{9}$$

$$\Phi(I) = \sum_{k=\Gamma+1}^{M} (\Phi_{pk}^2 + \Phi_{qk}^2) . \tag{10}$$

Разлагая функцию (9) в ряд Тейлора с сохранением слагаемого, имеющего частное производное второго порядка, получим

$$\Phi(\Psi) = \Phi(\Psi^0) + \frac{\partial \Phi(\Psi)}{\partial \Psi} \Delta\Psi + \frac{1}{2} \Delta\Psi^{T} \frac{\partial^2 \Phi(\Psi)}{\partial \Psi^2} \Delta\Psi. \tag{11}$$

Теперь необходимо найти такое значение вектора $\Delta\Psi$, которое обращает в минимум $\Phi(\Psi)$. Для этого приравняем к нулю производную

$$\partial\Phi(\Psi) \,/\, \partial\Delta\Psi = 0. \tag{12}$$

В результате получим

$$\partial\Phi(\Psi) \,/\, \partial\Psi + \partial^2\Phi(\Psi)\Delta\Psi/\partial\Psi^2 = 0. \tag{13}$$

Вводя обозначения $\partial^2\Phi(\Psi) \,/\, \partial\Psi^2 = H(\Psi)$, называемое матрицей Гессе, и $\partial\Phi(\Psi)/\partial\Psi = G(\Psi)$, называемое градиентом функции, из (13) получим

$$\Delta\Psi = -H^{-1}(\Psi)G(\Psi). \tag{14}$$

Приняв $\Delta\Psi$ поправкой к вектору Ψ, для И-й итерации напишем рекуррентное выражение

$$\Psi^{И+1} = \Psi^{И} - H^{-1}(\Psi)G(\Psi). \tag{15}$$

В развернутой форме рекуррентное выражение (15) принимает окончательный вид

$$\left[\Psi_{um}\right]^{И+1} = \left[\Psi_{um}\right] - \left[\frac{\partial^2 \Phi(\Psi)}{\partial \Psi_{um} \partial \Psi_{un}} \right]^{-1} \left[\frac{\partial \Phi(\Psi)}{\partial \Psi_{um}} \right]. \tag{16}$$

Выражения частных производных первого и второго порядков, входящих в (16), определяются в виде

$$\frac{\partial \Phi(\Psi)}{\partial \Psi_{um}} = 2 \sum_{n=1}^{\Gamma} \Phi_{pn} \frac{\partial \Phi_{pn}}{\partial \Psi_{um}} , \tag{17}$$

$$\frac{\partial^2\Phi(\Psi)}{\partial\Psi_{um}^2}=2\sum_{n=1}^{\Gamma}\left[\left(\frac{\partial\Phi_{pn}}{\partial\Psi_{um}}\right)^2+\Phi_{pn}\frac{\partial^2\Phi_{pn}}{\partial\Psi_{um}^2}\right], \quad (18)$$

$$\frac{\partial^2\Phi(\Psi)}{\partial\Psi_{um}\partial\Psi_{un}}=2\sum_{n=1}^{\Gamma}\left(\frac{\partial\Phi_{pn}}{\partial\Psi_{um}}\frac{\partial\Phi_{pn}}{\partial\Psi_{un}}+\Phi_{pn}\frac{\partial^2\Phi_{pn}}{\partial\Psi_{um}\partial\Psi_{un}}\right). \quad (19)$$

Частные производные, входящие в (17) - (19), определяются на основании аналитического выражения Φ_{pm} с учетом обозначений φ_{pm}:

$$\frac{\partial\Phi_{pm}}{\partial\Psi_{um}}=\left\{\frac{\partial P_{Бm}}{\partial\Psi_{um}}-U_m\sum_{\substack{n=1\\n\neq m}}^{\Gamma}[g_{m,n}\sin(\Psi_{um}-\Psi_{un})-b_{m,n}\cos(\Psi_{um}-\Psi_{un})]U_n\right., \quad (20)$$

$$\frac{\partial\Phi_{pm}}{\partial\Psi_{un}}=-U_m[g_{m,n}\sin(\Psi_{um}-\Psi_{un})-b_{m,n}\cos(\Psi_{um}-\Psi_{un})]U_n. \quad (21)$$

С другой стороны, частное производное $\partial P_{Бm}/\partial\Psi_{um}$ определяется в виде

$$\partial P_{Бm}/\partial\Psi_{um}=P_{Бm}^{01}+P_{Бm}^{02}, \quad (22)$$

где

$$P_{Бm}^{01}=\sum_{n=1}^{\Gamma}(g_{m,n}\sin\Psi_{um}-b_{m,n}\cos\Psi_{um})U_0U_m, \quad (23)$$

$$P_{Бm}^{02}=-\sum_{\ell=\Gamma+1}^{M}[(A'_{m,\ell}I'_\ell-A''_{m,\ell}I''_\ell)\sin\Psi_{um}-(A'_{m,\ell}I''_\ell+A''_{m,\ell}I'_\ell)\cos\Psi_{um}]U_m. \quad (24)$$

Разлагая в ряд Тейлора нелинейную функцию (10) и минимизируя аналогичным образом, установим следующее рекуррентное выражение:

$$\begin{bmatrix} I'_\ell \\ --- \\ I''_\ell \end{bmatrix}^{И+1}=\begin{bmatrix} I'_\ell \\ --- \\ I''_\ell \end{bmatrix}^{И}-\left[\begin{array}{c|c}\dfrac{\partial^2\Phi(I)}{\partial I'_k\partial I'_\ell} & \dfrac{\partial^2\Phi(I)}{\partial I'_k\partial I''_\ell}\\ \hline \dfrac{\partial^2\Phi(I)}{\partial I''_k\partial I'_\ell} & \dfrac{\partial^2\Phi(I)}{\partial I''_k\partial I''_\ell}\end{array}\right]^{-1}\times\begin{bmatrix}\dfrac{\partial\Phi(I)}{\partial I'_k}\\ --- \\ \dfrac{\partial\Phi(I)}{\partial I''_k}\end{bmatrix}. \quad (25)$$

Частные производные, входящие в рекуррентное выражение (25), определяются в виде

$$\frac{\partial F_I}{\partial I'_k}=2\sum_{\ell=\Gamma+1}^{M}\left(\Phi_{p\ell}\frac{\partial\Phi_{p\ell}}{\partial I'_k}+\Phi_{q\ell}\frac{\partial\Phi_{q\ell}}{\partial I'_k}\right),$$

$$\frac{\partial F_I}{\partial I''_k}=2\sum_{\ell=\Gamma+1}^{M}\left(\Phi_{p\ell}\frac{\partial\Phi_{p\ell}}{\partial I''_k}+\Phi_{q\ell}\frac{\partial\Phi_{q\ell}}{\partial I''_k}\right), \quad (26)$$

$$\frac{\partial^2 F_I(I)}{\partial I_k'^2}=2\sum_{\ell=\Gamma+1}^{M}\left[\left(\frac{\partial\Phi_{p\ell}}{\partial I'_k}\right)^2+\left(\frac{\partial\Phi_{q\ell}}{\partial I'_k}\right)+\Phi_{p\ell}\frac{\partial^2\Phi_{p\ell}}{\partial I_k'^2}+\Phi_{q\ell}\frac{\partial^2\Phi_{q\ell}}{\partial I_k'^2}\right],$$

$$\frac{\partial^2 F_I(I)}{\partial I_k''^2} = 2\sum_{\ell=\Gamma+1}^{M}\left[\left(\frac{\partial\Phi_{p\ell}}{\partial I_k''^2}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Phi_{q\ell}}{\partial I_k''^2}\right)^2 + \Phi_{p\ell}\frac{\partial^2\Phi_{p\ell}}{\partial I_k''^2} + \Phi_{q\ell}\frac{\partial^2\Phi_{q\ell}}{\partial I_k''^2}\right],$$

$$\frac{\partial^2 F_I(I)}{\partial I_k'\partial I_k''} = 2\sum_{\ell=\Gamma+1}^{M}\left(\frac{\partial\Phi_{p\ell}}{\partial I_k'}\frac{\partial\Phi_{p\ell}}{\partial I_k''} + \frac{\partial\Phi_{q\ell}}{\partial I_k'}\frac{\partial\Phi_{q\ell}}{\partial I_k''} + \Phi_{p\ell}\frac{\partial^2\Phi_{p\ell}}{\partial I_k'\partial I_k''} + \Phi_{q\ell}\frac{\partial^2\Phi_{q\ell}}{\partial I_k'\partial I_k''}\right), \quad (27)$$

$k \neq \ell$

$$\frac{\partial^2 F_I(I)}{\partial I_k'\partial I_\ell'} = 2\sum_{\ell=\Gamma+1}^{M}\left(\frac{\partial\Phi_{p\ell}}{\partial I_k'}\frac{\partial\Phi_{p\ell}}{\partial I_\ell'} + \frac{\partial\Phi_{q\ell}}{\partial I_k'}\frac{\partial\Phi_{q\ell}}{\partial I_\ell'} + \Phi_{p\ell}\frac{\partial^2\Phi_{p\ell}}{\partial I_k'\partial I_\ell'} + \Phi_{q\ell}\frac{\partial^2\Phi_{q\ell}}{\partial I_k'\partial I_\ell'}\right),$$

$k \neq \ell$

$$\frac{\partial^2 F_I(I)}{\partial I_k''\partial I_\ell''} = 2\sum_{\ell=\Gamma+1}^{M}\left(\frac{\partial\Phi_{p\ell}}{\partial I_k''}\frac{\partial\Phi_{p\ell}}{\partial I_\ell''} + \frac{\partial\Phi_{q\ell}}{\partial I_k''}\frac{\partial\Phi_{q\ell}}{\partial I_\ell''} + \Phi_{p\ell}\frac{\partial^2\Phi_{p\ell}}{\partial I_k''\partial I_\ell''} + \Phi_{q\ell}\frac{\partial^2\Phi_{q\ell}}{\partial I_k''\partial I_\ell''}\right),$$

$$\frac{\partial^2 F_I(I)}{\partial I_k'\partial I_\ell''} = 2\sum_{\ell=\Gamma+1}^{M}\left(\frac{\partial\Phi_{p\ell}}{\partial I_k'}\frac{\partial\Phi_{p\ell}}{\partial I_\ell''} + \frac{\partial\Phi_{q\ell}}{\partial I_k'}\frac{\partial\Phi_{q\ell}}{\partial I_\ell''} + \Phi_{p\ell}\frac{\partial^2\Phi_{p\ell}}{\partial I_k'\partial I_\ell''} + \Phi_{q\ell}\frac{\partial^2\Phi_{q\ell}}{\partial I_k'\partial I_\ell''}\right).$$

Частные производные, входящие в (27), определяются на основании (8).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Sasson A.M., Viloria F.A.** Optimal Load Flow solution using the Hessian matrix // IEE Trans. Power Apparatus and systems. - 1973. - Vol. PAS-92, № 1. - P. 31- 41.
2. **Хачатрян В.С., Хачатрян С.Ц., Сафарян В.С.** Расчет установившегося режима электрических систем с применением матрицы Гессе при Z форме задания состояния сети // Изв. вузов СССР. Энергетика. - 1990. - № 1. - С. 20-23.
3. **Хачатрян В.С., Аль-Дарвиш М.Б.** Решение Y-Z формы уравнений установившегося режима электроэнергетической системы с применением матрицы Гессе // Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. - 1997. - Т. 50, № 3. - С. 194 - 203.
4. **Хачатрян В.С., Этмекчян Э.А.** Развитие гибридного метода расчета установившегося режима электрической системы // Электричество. - 1991. - №1. - С. 6-13.

ГИУА 16.06.1998