

В.С. САРКИСЯН, С.Ш. НУРИДЖАНЫАН, Н.А. БАБАЯН,
П.А. ТЕР-ПЕТРОСЯН

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ТЕОРИИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ПО ПРОГНОЗУ ТЕМПЕРАТУРНОГО РЕЖИМА В БЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЯХ

Քողովածուի մեզում են լուծումներ, որոնք ենթարկություն են առկա
էքստերմիայի բետոնային կոնստրուկցիանում ջերմային սեղանի հասցի անոնյալ բնույթի
մասին: Ստացված արդյունքների հիման վրա ենթադրվում է մշտական բնույթի
էքստերմիայի համարումները որոշելու սերտություն:

Рассмотрено решение уравнения теплопроводности с источником тепла, обусловленным экзотермией бетона, когда на внешних границах бетонной стены толщиной δ температура меняется по закону трапеции.

Ил. 1. Библиогр.: 5 назв.

Heat conduction equation solution with the heat source conditioned by concrete exothermicity is considered. The temperature on external boundaries of concrete walls as thick as δ changes according to the law of trapezium.

Ил. 1. Ref. 5.

В зимних условиях монолитное строительство зданий и сооружений осуществляется, как правило, при помощи греющих опалубок. Использование рациональных режимов термической обработки бетона на основе экспериментальных исследований связано с проведением большого числа опытов, охватывающих весь процесс производства работ. Поэтому большой практический и теоретический интерес представляет разработка аналитических методов прогноза теплового режима бетонных конструкций с учетом экзотермии бетона, когда осуществляется тепловая обработка.

Задача сводится к решению уравнения [1-3]

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + I(x,t), \quad a = \frac{\lambda}{c\rho},$$

где T - температура; t - время; a - коэффициент температуропроводности; $I(x,t)$ - источник тепла за счет экзотермии элемента; λ - коэффициент теплопроводности; c - удельная теплоемкость бетона; ρ - плотность бетона.

Для получения аналитического решения осредним $I(x,t)$ по координате и примем ее функцией времени. Тогда это уравнение примет вид

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} + DV^m e^{-mt}, \quad D = \frac{mQ}{c\rho} \quad (1)$$

где m - масса цемента в бетоне; Q и B - соответственно максимальное тепловыделение и коэффициент темпа тепловыделения цемента.

Рассмотрим симметричный нагрев плиты или стеновой конструкции (рис.).

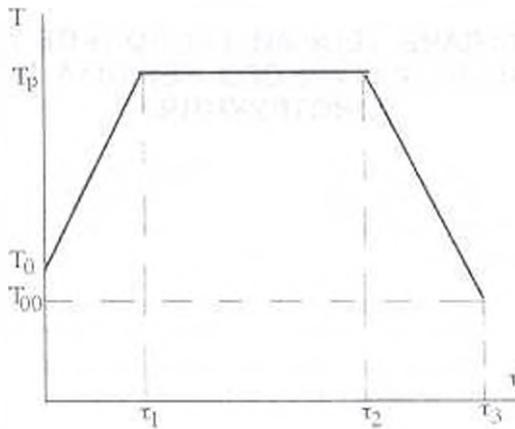


Рис.

Тогда (1) решается при следующих краевых условиях:

$$T(x, 0) = T_0 = \text{const.}$$

$$0 \leq t \leq t_1; \quad T(0, t) = T(\delta, t) = T_0 + C_1' t.$$

$$t_1 < t \leq t_2; \quad T(0, t) = T(\delta, t) = T_p. \quad (2)$$

$$t_2 < t \leq t_3; \quad T(0, t) = T(\delta, t) = C_2' - C_3' t.$$

где $C_1' = \frac{T_p - T_0}{t_1}$; $C_2' = \frac{T_p t_3 - T_0 t_2}{t_3 - t_2}$; $C_3' = \frac{T_p - T_0}{t_3 - t_2}$;

δ - толщина стенки.

Введем новые переменные: $\tau = at / \delta^2$; $z = x / \delta$.

Уравнение (1) и краевые условия (2) принимают вид

$$\frac{\partial T(z, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 T(z, \tau)}{\partial z^2} + B_0^2 D \tau e^{-B_0 \tau} \quad (3)$$

$$T(0, z) = T_0 = \text{const.}$$

$$T(\tau, 0) = T(\tau, 1) = \psi(\tau). \quad (4)$$

$$\psi(\tau) = \begin{cases} T_0 + C_1 \tau; & 0 \leq \tau \leq \tau_1, \\ T_p; & \tau_1 < \tau \leq \tau_2, \\ T_p - C_3 \tau; & \tau_2 < \tau \leq \tau_3. \end{cases}$$

$$C_1 = (T_p - T_0) / \tau_1; \quad C_2 = (T_p \tau_1 - T_0 \tau_2) / (\tau_1 - \tau_2);$$

$$C_3 = (T_p - T_0) / (\tau_3 - \tau_2); \quad B_0 = \delta^2 B / a.$$

Представим $T(z, \tau)$ в виде суммы двух функций:

$$T(z, \tau) = T_1(z, \tau) + T_2(z, \tau), \quad (5)$$

где $T_1(z, \tau)$ является решением уравнения

$$\frac{\partial T_1(z, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 T_1(z, \tau)}{\partial z^2} \quad (6)$$

при краевых условиях:

$$\begin{aligned} T_1(z, 0) &= T_0 = \text{const.} \\ T_1(0, \tau) &= T_1(1, \tau) = \psi(\tau), \end{aligned} \quad (7)$$

$$\psi(\tau) = \begin{cases} T_0 + C_1 \tau & 0 \leq \tau \leq \tau_1, \\ T_p & \tau_1 < \tau \leq \tau_2, \\ C_2 - C_1 \tau & \tau_2 < \tau \leq \tau_3. \end{cases}$$

$T_2(z, \tau)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial T_2(z, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 T_2(z, \tau)}{\partial z^2} + B_0^2 D \tau e^{-\alpha z} \quad (8)$$

и решается при следующих нулевых краевых условиях:

$$T_2(z, 0) = T_2(0, \tau) = T_2(1, \tau) = 0. \quad (9)$$

Решением (6) при условиях (7) будет [4]

$$\begin{aligned} T_1(z, \tau) &= \psi(\tau) + \sum_{n=1}^{\infty} e^{-i^2 \pi^2 \tau} \sin(i \pi z) \left\{ 2 \int_0^1 [T_0 - \psi(0)] \sin(i \pi z) dz + \right. \\ &\left. + \frac{2}{i \pi} \int_0^1 [-\psi'(\tau) + (-1)^n \psi'(\tau)] e^{-i^2 \pi^2 \tau} d\tau \right\} \end{aligned} \quad (10)$$

Согласно (7), это решение имеет вид

при $0 \leq \tau \leq \tau_1$ -

$$T_{11}(z, \tau) = T_0 + C_1 \tau - \frac{4C_1}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(i \pi z)}{i^2} (1 - e^{-i^2 \pi^2 \tau}); \quad (11)$$

при $\tau_1 < \tau \leq \tau_2$ -

$$T_{12}(z, \tau) = T_p - \frac{4C_2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(i \pi z)}{i^2} [e^{-i^2 \pi^2 (\tau - \tau_1)} - e^{-i^2 \pi^2 \tau}]; \quad (12)$$

при $\tau_2 < \tau \leq \tau_3$ -

$$\begin{aligned} T_{13}(z, \tau) &= C_2 - C_1 \tau - \frac{4}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(i \pi z)}{i^2} \left[C_2 (e^{-i^2 \pi^2 (\tau - \tau_2)} - e^{-i^2 \pi^2 \tau} - \right. \\ &\left. - C_1 (1 - e^{-i^2 \pi^2 (\tau - \tau_1)}) \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

Решение (8) при краевых условиях (9) ищем в виде ряда Фурье:

$$T_2(z, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} T_n(\tau) \sin(\pi n z). \quad (14)$$

Представим $B_0 D t e^{-\mu_n z}$ в виде

$$B_0 D t e^{-\mu_n z} = \sum_{n=1}^{\infty} \Gamma_n(\tau) \sin(\pi n z), \quad (15)$$

где

$$\Gamma_n(\tau) = 2 \int_0^1 B_0 D t e^{-\mu_n \xi} \sin(\pi n \xi) d\xi. \quad (16)$$

Проинтегрировав (16), получим

$$\Gamma_n(\tau) = \frac{2}{\pi n} B_0 D t e^{-\mu_n \tau} (1 - \cos(\pi n)).$$

Подставив (14) и (15) в (8), придем к уравнению

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin(\pi n z) \left\{ T_n'(\tau) + \pi^2 n^2 T_n(\tau) - 2 B_0 D t e^{-\mu_n \tau} \frac{1 - \cos(\pi n)}{\pi n} \right\} = 0. \quad (17)$$

Это уравнение имеет место, если все коэффициенты разложения будут равны нулю, т.е.

$$T_n(\tau) + \pi^2 n^2 T_n(\tau) - 2(1 - \cos \pi n) B_0 D t e^{-\mu_n \tau} / (\pi n) = 0. \quad (18)$$

Из начального условия для $T_n(z, \tau)$ находим $T_n(0) = 0$.

Решением (18) с нулевым начальным условием будет [5]

$$T_n(\tau) = \frac{2(1 - \cos(\pi n))}{\pi n} \frac{B_0 D}{(n^2 \pi^2 - B_0)} \times \\ \times \left\{ (n^2 \pi^2 - B_0) \tau - 1 \right\} e^{-\mu_n \tau} + e^{-\pi^2 n^2 \tau}.$$

Таким образом, для определения T_n окончательно получим

$$T_n(z, \tau) = \frac{4 B_0 D}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(i \pi z)}{(i^2 \pi^2 - B_0)} \left\{ (i^2 \pi^2 - B_0) \tau - 1 \right\} e^{-\mu_n \tau} + e^{-\pi^2 n^2 \tau}, \\ 0 < \tau \leq \tau_1.$$

Тепловой поток в произвольном сечении может быть определен по формуле

$$q(t) = -\lambda \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} \quad \text{или} \quad q(\tau) = -\frac{\lambda}{\delta} \frac{\partial T(z, \tau)}{\partial z}. \quad (19)$$

В частности, при $z=0$ для теплового потока получаем:

$$\text{при } 0 < \tau \leq \tau_1, \quad q_{(1)}(\tau) = \frac{4 \lambda C_1}{\pi^2 \delta} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - e^{-\mu_n \tau}}{i^2};$$

$$\text{при } \tau_1 < \tau \leq \tau_2, \quad q_{(2)}(\tau) = \frac{4 \lambda C_1}{\pi^2 \delta} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-i \mu_n (\tau - \tau_1)} - e^{-i \mu_n \tau}}{i^2};$$

при $\tau_2 < \tau \leq \tau_3,$

$$q_{(3)}(\tau) = \frac{4 \lambda C_1}{\pi^2 \delta} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{i^2} \left[(e^{-i \mu_n (\tau - \tau_2)} - e^{-i \mu_n \tau}) - \frac{C_2}{C_1} (1 - e^{-i \mu_n (\tau - \tau_2)}) \right];$$

при $0 < \tau \leq \tau_1,$

$$q_1(\tau) = -\frac{4\lambda B_0^2 D}{\delta} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[(i^2 \pi^2 - B_0) \tau - 1] + e^{-i^2 \pi^2 \tau}}{(i^2 \pi^2 - B_0)^2}$$

Полученные аналитические зависимости позволяют разработать методы определения теплофизических свойств бетона.

ЛИТЕРАТУРА

1. Александровский С.В. Расчет бетонных и железобетонных конструкций на температурные и влажностные воздействия. - М.: Стройиздат, 1966. - 443 с.
2. Бадеян Г.В., Абрамов В.С., Нуридзян Ш.А. Греющие опалубки с токопроводящими покрытиями в монолитном строительстве. - Ереван: Айастан, 1987. - 144 с.
3. Саркисян В.С., Бабаян Н.А. Тепловой режим в монолитных стеновых панелях с токопроводящими покрытиями // Изв. строит. Армении. Спец. выпуск. - 1999. - 12(29) - С. 9-11
4. Флорин В.А. Основы механики грунтов. - М.: -Л. Госстройиздат, - 1961. - Т.2. - 554 с.
5. Смирнов В.И. Курс высшей математики. - М.: Наука. - 1974. - Т.2. - 656 с.

ЕРАСИ

02.03.1998

Иж. НАН и ГНУ Армении (сер. ТН), т. III, № 3, 1999, с. 397-402

УДК 551.49

ГИДРАВЛИКА

С.М. КАЗАРЯН, Г.А. АЛОЯН

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ГРУНТОВО-НАПОРНЫХ ВОДОНОСНЫХ ТОЛЩ ПО ДАНЫМ ОТКАЧЕК

Պատարկում է ճշտումների և էկզտրոլիմաթիվական պարամետրների որոշման խնդիրը գրանցում ճշտումային ինդիկատորում, ճշտումային շերտից հաստատումը կրող փոքր լիանցանալիս շինանան դեպքում Նախադրումների համաձայնը լուծվել է օպերացիոն հոլմի սերույթով, առաջարկվել են կաշիպիս բանուներ, որոնք ապավել են ճշտում վերադասված և համապատասխան ախտարտադի լուծումների կիսան փառ երկխոր էկզտրոլիմաթիվական ինդիկատորից ոչ հաստատված էկզտրոլիմաթի դեպքում

Рассматривается решение задачи определения понижения уровней подземных вод и гидродинамических параметров в двухслойных грунтово-напорных водоносных толщах при постоянном расходе воды из напорного горизонта с малым временем откачки. Система уравнений решена методом операционного исчисления. Предложены расчетные формулы, полученные в результате точных аналитических и соответствующих асимптотических решений задач неустановившейся фильтрации в двухслойных гидравлически связанных толщах.

Ил. 2 Библиогр. 3 назв.