Р.Л. ГЕВОРКЯН

ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ МАТРИЧНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ И ДИАГОНАЛИЗАЦИЯ УРАВНЕНИЙ ПАРКА-ГОРЕВА ЯВНОПОЛЮСНОГО СИНХРОННОГО ГЕНЕРАТОРА

Տրվածում՝ Ավելարևանտային մատրիցային փոխակերպումների օգնությամբ Արկա-Գորեվի բեռներով օրնվարտ զննելաատրների հավասարումների բխուտը անկյունագծային տեսքի լինը պարզեցնուել է անկյունի գործընթացների լուծուտը Բեռվուս Ա սուղրուի գործընթացների վերաուծարտ լուծուտը բեռի սուղրուելուս եւ վարդընեւն ունեղնելուս:

На основании эквивалентных матричных преобразований формализовано приледеие уравнений Парка-Горевя синхронного явнополюсного генератора в диагональной форме, что упрощает решение и анализ переходных процессов. Приводится аналитическое решение переходных процессов при набросе нагрузки.

Библиогр. 5 назв

Park-Gorev equations for a synchronous explicit-pole generation resulting in a diagonal form is formalized on the basis of equivalent matrix conversions simplifying the solution and analysis of transition processes. An analytical solution of generator transition processes of loading in switching on and off modes is determined.

Ref 5.

Одной из задач синтеза электрических машин является получение простейшей формы системы уравнений переходных процессов. Любая методика сведения системы к более простой важна ввиду невозможности определения, является ли полученная система простейшей [1]. В теории переходных процессов электрических машин известно несколько удобных линейных преобразований [2].

Для явнополюсных синхронных генераторов широко используются преобразованные к осям d, q уравнения Парка-Горевя [3].

$$\begin{bmatrix} \chi_{\sigma} & -\chi_{\sigma\sigma} & 0 \\ \chi_{\sigma\sigma} & -\Pi & 0 \\ 0 & 0 & -\Pi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \\ I_{\sigma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r_{\sigma} & 0 & 0 \\ 0 & a & -\Pi \\ -\chi_{\sigma\sigma} & \Pi & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_d \\ U_q \\ U_{\sigma} \end{bmatrix} \quad (1)$$

где $\Pi = \chi_{\sigma} - \chi_{\sigma\sigma}$, $\Pi = \chi_{\sigma\sigma} + \chi_{\sigma\sigma}$, $a = r_{\sigma} + r_{\sigma}$.

В общем случае векторно-матричных обозначений имеем

$$B \dot{I}(\tau) = A I(\tau) + C U_{\sigma}(\tau).$$

В пространстве состояний с учетом общепринятых допущений и уравнении активно-индуктивной нагрузки [1,3]

$$U_{\sigma d} = \chi_{\sigma d} I_{\sigma d} - \chi_{\sigma d} I_{\sigma q} + r_{\sigma d} I_{\sigma d}$$

$$U_{\sigma q} = \chi_{\sigma q} I_{\sigma q} - \chi_{\sigma q} I_{\sigma d} + r_{\sigma q} I_{\sigma q}$$

уравнения Парка-Горева явнополюсного синхронного генератора имеют вид

$$\dot{I}(\tau) = \frac{1}{md} \begin{pmatrix} -n\pi r_1 & -ax_{ad} & m^2 x_{ad} \\ -x_{ad} m r_1 & -amx_d & m^2 x_d \\ dx_{ad} & -dn & -da \end{pmatrix} I(\tau) + \frac{1}{d} \begin{pmatrix} n \\ x_{ad} \\ 0 \end{pmatrix} U_f, \quad (2)$$

где $I(\tau) = [I_f(\tau), I_d(\tau), I_q(\tau)]^T$, $d = nx_d - x_{ad}^2$.

В общем случае векторно-матричных обозначений система (2) имеет вид

$$\dot{I}(\tau) = B^{-1}A I(\tau) + B^{-1}C U_f(\tau).$$

Выбрав в качестве преобразующей матрицы

$$T = \begin{pmatrix} \frac{n}{d} & \frac{n^2 r_1 + ax_{ad}}{d^2} & \frac{n}{d} \\ \frac{x_{ad}}{d} & \frac{nx_{ad} r_1 + ax_d x_{ad}}{d^2} & \frac{x_{ad}}{d} \\ 0 & 0 & \frac{ax_{ad}}{md} \end{pmatrix}$$

и определив T^{-1} с помощью преобразования подобия $I(\tau) = TZ(\tau)$, от системы уравнений (2) в пространстве Парка-Горева можно перейти к другому базису пространства состояний

$$\dot{Z}(\tau) = \|Z_1(\tau), Z_2(\tau), Z_3(\tau)\|^T, \quad Z(\tau) = T^{-1}B^{-1}ATZ(\tau) + T^{-1}B^{-1}CU_f(\tau).$$

В результате эквивалентных преобразований получим

$$\dot{Z}(\tau) = \begin{pmatrix} 0 & 1 + \frac{ar_1}{d} & \frac{ad - m\pi r_1}{md} \\ -1 & -\frac{ax_d + \pi r_1}{d} & 0 \\ 0 & -1 & -\frac{a}{m} \end{pmatrix} Z(\tau) + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} U_f(\tau), \quad (3)$$

$$\dot{Z}(\tau) = A_1 Z(\tau) + B_1 U_f(\tau), \quad A_1 = T^{-1}B^{-1}AT, \quad B_1 = T^{-1}B^{-1}C.$$

Система (3), в отличие от исходной (2), проще, так как эквивалентная матрица A_1 содержит три нулевых члена

$$a_{11} = a_{22} = a_{33} = 0 \text{ и два единичных } a_{12} = a_{21} = -1.$$

Если $ad = n\pi r_1$, что возможно при определенных соотношениях нагрузки, то коэффициентом $a_{12} = (ad - m\pi r_1)/md$ можно пренебречь. В этом случае характеристическое уравнение матрицы A_1 удается разложить на множители и определить собственные значения

$$\lambda_{1,2} = -(ax_d + \pi r_1)/2d \pm \sqrt{(ax_d + \pi r_1)^2/4d^2 - (1 - ar_1/d)}, \quad \lambda_3 = -a/m. \quad (4)$$

Следует отметить, что выражения собственных значений (4) найдены для частного случая нагрузки, когда x_1 , r_1 определяются из равенства $ad = mn r_1$, при заданных значениях $\cos \varphi$ и параметров исследуемого генератора.

Для упрощения общего решения уравнений переходных процессов синхронного генератора необходимо диагонализировать матрицу A_r . С этой целью целесообразно уравнение (3) привести к канонической форме, так как в этом случае собственные векторы однозначно определяются матрицей Вандермонда.

Приведение (3) к канонической форме формализуется при помощи преобразования подобия $Z_M(\tau) = MZ(\tau)$. Преобразующая матрица $M = \|M_1, M_2, M_3\|$ определяется с помощью матрицы управляемости $A_u = \|B_1, -A_1 B_1, A_1^2 B_1\|$ [4]. Так как $M_1 = \|0 \ 0 \ 1\| A_u^{-1} = \|0 \ 0 \ 1\|$, то матрицы M^{-1} и M имеют вид

$$M = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -\frac{a}{m} \\ 1 & \left(\frac{ax_1 + nr_1}{d} + \frac{a}{m}\right) & \frac{a^2}{m^2} \end{vmatrix}$$

$$M^{-1} = \begin{vmatrix} \frac{(ax_1 + nr_1)a}{dm} & \left(\frac{ax_1 + nr_1}{d} + \frac{a}{m}\right) & 1 \\ -\frac{a}{m} & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Зная M и M^{-1} , матричное уравнение (3) можно привести к канонической форме:

$$\dot{Z}_M = M A_1 M^{-1} Z_M(\tau) + M B_1 U_1(\tau), \quad Z_M(\tau) = \|Z_{M1}(\tau), Z_{M2}(\tau), Z_{M3}(\tau)\|$$

или

$$\dot{Z}_M(\tau) = \begin{vmatrix} 0 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \\ -a'_1 & -a'_2 & -a'_3 \end{vmatrix} Z_M(\tau) + \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix} U_1(\tau), \quad (5)$$

где

$$a'_1 = \frac{r_1(mn + a^2)}{md}, \quad a'_2 = \left(1 - \frac{ar_1}{d}\right) + \frac{a}{m} \left(\frac{nr_1 + ax_1}{d}\right),$$

$$a'_3 = \frac{a}{m} + \frac{nr_1 + ax_1}{d}$$

Определив собственные значения $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$, а также прямую Q и обратную Q^{-1} матрицы Вандермонда [5], систему уравнений (3) с использованием преобразования подобия $Z_{01}(\tau) = QZ_0(\tau)$ можно привести к диагональному виду:

$$Z_{01}(\tau) = Q^{-1}MA_1M^{-1}QZ_0(\tau) + Q^{-1}MB_1U_1(\tau), \quad (6)$$

где

$$Q^{-1}MA_1M^{-1}QZ_0(\tau) = \text{diag}\{\lambda_i\},$$

$$Z_0(\tau) = \|Z_{01}, Z_{02}, Z_{03}\|^T.$$

Решение (6) при произвольных входных воздействиях имеет вид

$$Z_{01}(\tau) = \text{diag}\{\exp\lambda_i\tau_n\}Z_{01}(0) + \int_0^\tau \text{diag}\{\exp\lambda_i(\tau - \tau')\}B_1U_1(\tau')d\tau', \quad (7)$$

$$\bar{B} = Q^{-1}MB_1.$$

Решение (7) при $Z_{01}(0) = Z_0^0$ и $U_1(\tau) = 1$ имеет вид

$$Z_{01}(\tau) = \begin{pmatrix} \exp(\lambda_1\tau_n) & 0 & 0 \\ 0 & \exp(\lambda_2\tau_n) & 0 \\ 0 & 0 & \exp(\lambda_3\tau_n) \end{pmatrix} Z_0^0 +$$

$$+ \begin{pmatrix} \frac{1 - \exp(\lambda_1\tau)}{\lambda_1(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1)} \\ \frac{1 - \exp(\lambda_2\tau)}{\lambda_2(\lambda_3 - \lambda_2)(\lambda_1 - \lambda_2)} \\ \frac{1 - \exp(\lambda_3\tau)}{\lambda_3(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_3)} \end{pmatrix} \bar{B}. \quad (8)$$

$$Z_0^0 = Q^{-1}TM^{-1}I^0, \quad I^0 = \|I_1(0), I_2(0), I_3(0)\|^T.$$

Если собственные значения $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ действительны и различны, то система (6) имеет простейшие решения (8).

Решения в исходных координатах d, q легко определяются с помощью матричного преобразования $I(\tau) = TM^{-1}QZ_{01}(\tau)$. В случае комплексных собственных значений с отрицательными действительными частями получим одно действительное и два комплексных решения. При этом для выделения действительных корней необходимо найти решение при таком сочетании параметров, когда мнимые части (8) взаимно уничтожаются. Это требование удовлетворяется при умножении матрицы Q на матрицу столбец решений Z_{01} , т.е. в пространстве фазовых переменных $Z_0(\tau) = QZ_{01}(\tau)$. Действительными будут и решения уравнений

Парка-Горева, так как обратное преобразование от нормальной системы координат $Z_M(\tau)$ к пространству d, q имеет вид

$$I(\tau) = \frac{1}{d} \begin{pmatrix} a + mn & a(m+n) & n \\ m & m & \\ x_{ul} & \frac{ax_{ul}}{m} & \\ \frac{ax_{ul}}{m} & 0 & 0 \\ m & & \end{pmatrix} Z_M(\tau). \quad (9)$$

Таким образом, хотя диагонализация уравнений Парка-Горева приводит к комплексным решениям (8), тем не менее, используя их, удается выделить действительные решения в двух базисах - в пространстве d, q (9) и канонической фазовой переменной $Z_M(\tau)$.

Нетрудно убедиться, что матрица преобразования подобия T является матрицей управляемости исходной системы (2). Следовательно, методика упрощения аналитического решения сводится к выбору в качестве преобразующей матрицы управляемости T , что позволяет определить эквивалентную матрицу A_1 , компактные выражения собственных значений, а также значительно облегчает последующие этапы: приведение системы к канонической форме (5), диагонализацию матрицы A_1 .

Рассмотрим в качестве примера переходный процесс при набросе части нагрузки генератора, работающего в номинальном режиме, при $\cos\varphi = 0,8$ ($r_g = 0,8$, $x_g = 0,6$). Если пренебречь импульсными составляющими U_{d1} , U_{q1} , возникающими при отключении нагрузки и зависящими также от параметров выключателей, то, подставляя полученные решения в уравнения нагрузки, можно получить решение переходного процесса в аналитическом виде. Так как уравнения нагрузки заданы в осях d, q , то решение (8) следует привести к исходным координатам

$$I(\tau) = TM^{-1} Q \text{diag} \{ \exp(\lambda_1 \tau), \exp(\lambda_2 \tau) \} Q^{-1} MT^{-1} I(\tau_0) + TM^{-1} Q x$$

$$\times \begin{pmatrix} \frac{1 - \exp(\lambda_1 \tau)}{\lambda_1 (\lambda_1 - \lambda_2) (\lambda_1 - \lambda_3)} \\ \frac{1 - \exp(\lambda_2 \tau)}{\lambda_2 (\lambda_2 - \lambda_1) (\lambda_2 - \lambda_3)} \\ \frac{1 - \exp(\lambda_3 \tau)}{\lambda_3 (\lambda_3 - \lambda_1) (\lambda_3 - \lambda_2)} \end{pmatrix} \quad (10)$$

При $\tau_0 = 0$, $I_d(\tau_0) = 0$, $I_q(\tau_0) = 0$, $I_1(\tau_0) = I_{10} = 0$

решение (10) определяет установившиеся значения токов I_{d1} , I_{q1} , I_1 при номинальной нагрузке.

$$I'_n = \begin{pmatrix} I_{in} \\ I_{dn} \\ I_{qn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{in} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + TM^{-1}Q \begin{pmatrix} \lambda_1^{-1}(\lambda_1 - \lambda_2)^{-1}(\lambda_1 - \lambda_3)^{-1} \\ \lambda_2^{-1}(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_2 - \lambda_3)^{-1} \\ \lambda_3^{-1}(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_2)^{-1} \end{pmatrix} \bar{U}_1, \quad (11)$$

которые можно использовать в качестве начальных значений I'_n при расчетах.

Подставив $I(\tau)$, I'_n из (10) и (11), а также производную $I(\tau)$ в уравнения нагрузки, получим решение задачи наброса нагрузки:

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 & 0 & 0 \\ 0 & x_2 & -x_{in} \\ 0 & x_3 & x_{in} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 & 0 & 0 \\ 0 & x_{in} & -x_{in} \\ 0 & x_{in} & x_{in} \end{pmatrix} T_1 M_1^{-1} Q_1 \times$$

$$\times \begin{pmatrix} \lambda_1^{-1}(\lambda_1 - \lambda_2)^{-1}(\lambda_1 - \lambda_3)^{-1}(1 - \exp(\lambda_1 \tau)) \\ \lambda_2^{-1}(\lambda_2 - \lambda_1)^{-1}(\lambda_2 - \lambda_3)^{-1}(1 - \exp(\lambda_2 \tau)) \\ \lambda_3^{-1}(\lambda_3 - \lambda_1)^{-1}(\lambda_3 - \lambda_2)^{-1}(1 - \exp(\lambda_3 \tau)) \end{pmatrix} \bar{U}_1 +$$

$$\begin{pmatrix} x_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_{in} \\ 0 & x_{in} & 0 \end{pmatrix} T_1 M_1^{-1} Q_1 \begin{pmatrix} -\exp(\lambda_1 \tau)(\lambda_1 - \lambda_2)^{-1}(\lambda_1 - \lambda_3)^{-1} \\ -\exp(\lambda_2 \tau)(\lambda_2 - \lambda_1)^{-1}(\lambda_2 - \lambda_3)^{-1} \\ -\exp(\lambda_3 \tau)(\lambda_3 - \lambda_1)^{-1}(\lambda_3 - \lambda_2)^{-1} \end{pmatrix} \bar{U}_1,$$

где T_1 , M_1 , Q_1 , λ_1 , λ_2 , λ_3 - преобразующие матрицы и собственные значения с учетом новых параметров нагрузки x_{in} , x_{in} .

Таким образом, на основании вышеизложенного можно сделать следующие выводы:

- в качестве преобразующей матрицы T целесообразно использовать матрицу управляемости, третий столбец которой выбирается из условий невырожденности T и получения простой структуры эквивалентной матрицы системы уравнений (4);

- полученная эквивалентная система (4) несовместна, но представляет возможности для приближений, упрощает приведение к канонической форме и диагонализацию матрицы исходного уравнения (2);

- при комплексных собственных значениях действительные решения возможно выделить в пространстве d, q и канонической комплексной переменной $Z_M(\tau)$;

- эквивалентные преобразования упрощают формализацию процесса диагонализации и облегчают решение проблемы определения начальных значений, что позволяет получить решение в общем аналитическом виде.

ЛИТЕРАТУРА

1. Леондес К.Т. Современная теория системы управления. - М.: Наука, 1979.
2. Уайт Д., Вудсон Г. Электромеханическое преобразование энергии - М.: Энергия, 1960.
3. Меероа М.В. Введение в динамику автоматического регулирования электрических машин. - М.: Наука, 1956.
4. Куо Б. Теория цифровых систем управления. - М.: Машиностроение, 1969.
5. Беллман Р. Введение в теорию матриц. - М.: Наука, 1969.

ГИУА

01.04.1999

Изв. НАН и ГИУ Армении (сер. ТН), т. 1.11, № 3, 1999, с. 352-356.

УДК 621.311

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

Н.Н. ПЕТРОСЯН, С.Р. АБЕЛЯН

СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ СИЛОВЫХ ТРАНЗИСТОРНЫХ КЛЮЧЕЙ С УЛУЧШЕННЫМИ ДИНАМИЧЕСКИМИ ПОКАЗАТЕЛЯМИ

Քննարկվում են ուսույին տրանզիստորների կառավարման սխեմաների ստեղծման հետ կապված խնդրեր, յուրօրինակ սխեմատիկական լուծումների օգնությամբ կապի լափանոս են ուսույին բանալիների դինամիկական գույքերիցները:

Рассматриваются вопросы, связанные с созданием схем управления силовыми транзисторами. С помощью оригинальных схмотехнических решений существенно улучшаются основные динамические показатели силовых ключей.

Ил. 2. Библиогр.: 3 назв.

Questions connected with power transistor management system network making are considered. By means of original schemotechnical solutions the main dynamic power key factors are essentially improved.

Ил. 2. Ref. 3.

В настоящее время в области электропитания внимание специалистов сосредоточено на создании высокоэффективных источников вторичного электропитания (ИВЭП), которые строятся на основе высокочастотного звена инвертора. Включение инвертора, работающего на высоких частотах, в структуру ИВЭП приводит, во-первых, к обеспечению гальванической развязки нагрузки от первичной сети, во-вторых, резкому улучшению массогабаритных показателей трансформаторов и дросселей, в-третьих, значительному повышению КПД ИВЭП за счет импульсного режима работы мощных транзисторов. Указанные выше показатели, а также надежность преобразователей существенно зависят от быстродействия силовых