ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АРМЕНИИ
NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF ARMENIA
ДОКЛАДЫ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ REPORTS

Հատոր Том Volume 122 2022 № 1

MATHEMATICS

УДК 621.391.15
DOI: 10.54503/0321-1339-2022.122.1-11

H. A. Khandanyan, Zh. G. Margaryan, H. K. Sahakyan

A Problem on the Amounts of the Same Consecutive Pairs in Boolean Vectors

(Submitted by academician S. K. Shoukourian 21/I 2022)

Keywords: *neighbor pairs, neighbor triples.*

Let we have a $\alpha \in B^n$ vector: α has *x 11*, y *10*, *z 01*, and *t 00* neighbor pairs. Obviously, $x + y + z + t = n - 1$. Let us find out whether there exists an α vector for the given quad (x, y, z, t), and if yes, find the amount of them. We will also discuss the case when the vector α is cyclic; naturally, $x + y + z + t = n$ for this case.

Theorem 1. *For the given quad* (x, y, z, t) *there exists an* α *vector iff* $|y - z| \leq 1$ *and if* $y = z = 0$; *then* $x \times\ t = 0$.

Proof. First, we will show, that if exists α vector, then $|y - z| \leq 1$. Let's assume there exists equal numbers in consecutive places $(x + t \neq 0)$, when we remove one of them and recalculate x, y, z, t for resulting vector y and z will stay the same, and $x + t$ will decrease by one. We will do this till $x + t$ is zero. Now resulting vector is alternating ones and zeros, e.g., 101010101. Obviously $|y - z| \leq 1$.

$y - z = -1$, if first number of α is 1 and last is 0,

$y - z = 0$, if first and last numbers of α are equal,

$y - z = 1$, if first number of α is 0 and last is 1.

Let us find out the amount of α *vectors corresponding to the quad* (x, y, z, t).

Theorem 2. *Let we have a* (x, y, z, t) *quad. Then the amount of the* α *vectors is:*

$$1, \qquad \textit{if } y + z = 0 \textit{ and } x \times t = 0,$$

$$C_{x+y-1}^{y-1} \times C_{t+y-1}^{y-1}, \quad \textit{if } \ y - z = 1,$$

$$C_{x+y-1}^{y-1} \times C_{t+y}^{y} + C_{x+y}^{y} \times C_{t+y-1}^{y-1}, \quad if\, y = z = 0,$$

$$C_{x+y}^{y} \times C_{t+y}^{y}, \quad if\, y - z = -1.$$

Theorem 3. *For the given number n, the number of corresponding quads is* $3k^2 + 2k + 2$, *if* $n = 2k + 1$ *and* $3k^2 - k + 2$, *if* $n = 2k$.

Let us formulate the theorems for the corresponding cyclic vectors. The 3 theorems presented below answer to these questions.

Theorem 4. *There exists a cyclic* α *vector for the quad* (x, y, z, t) *iff* $(y + z = 0\ and\ x \times t = 0)$ *or* $y = z$.

Theorem 5. *The amount of the cyclic vectors* α *corresponding to the quad* (x, y, z, t) *is*:

$$1, \text{ if } y + z = 0\ and\ x \times t = 0,$$
$$C_{x+y-1}^{y-1} \times C_{t+y-1}^{y-1}, \text{ if } y = z.$$

Theorem 6. *For the given number n, the number of the corresponding quads is* $k^2 + 2$, *if* $n = 2k$ *and* $k^2 + k + 2$, *if* $n = 2k + 1$.

Now let us consider the same problem for the triples. We have the vector $\alpha \in B^n$. α has c_{000} *000*, c_{001} *001* and so on. It is clear that $\sum_i c_i = n - 2$. Let us find out for what c_is there exists an α vector. We make the following denotations:

$$b_{00} \equiv c_{100} - c_{001},$$

$$b_{01} \equiv c_{001} + c_{101} - c_{011} - c_{010},$$

$$b_{10} \equiv c_{010} + c_{110} - c_{101} - c_{100},$$

$$b_{11} \equiv c_{011} - c_{110}.$$

Theorem 7. *For the given octad* $(c_{000}, c_{001}, c_{010}, c_{011}, c_{100}, c_{101}, c_{110}, c_{111})$ *there exists an* α *vectors iff the following conditions are satisfied:*

1. *If* $c_{001} = c_{100} = 0$, *then either* $c_{000} = n - 2$, *or* $c_{000} = 0$,
2. *If* $c_{110} = c_{011} = 0$, *then either* $c_{111} = n - 2$, *or* $c_{111} = 0$,
3. $|b_i| \leq 1$,
4. *only one of the numbers* b_i *can have the value 1*,
5. *only one of the numbers* b_i *can have the value -1.*

Yerevan State University
e-mails: khandanyan1998@gmail.com, jiromr@mail.ru,
hovhannes1417@gmail.com

H. A. Khandanyan, Zh. G. Margaryan, H. K. Sahakyan

A Problem on the Amounts of the Same Consecutive Pairs in Boolean Vectors

In this paper, the set of Boolean vectors is mapped onto the set of non-negative integer quartets, octets of numbers, where the elements of the set are the numbers of three consecutive or similar cyclically adjacent pairs of triples. The properties of the images of such representations are studied, and the values of their cardinalities are given.

Ն. Ա. Խանդանյան, Ժ. Գ. Մարգարյան, Հ. Կ. Սահակյան

խնդիր բուլյան հավաքածուների նույնատիպ հարևան զույգերի քանակների վերաբերյալ

Բուլյան հավաքածուների բազմությունն արտապատկերված է ոչ բացասական ամբողջ տարրերով քառյակների, ութնյակների հավաքածուների բազմության մեջ, որտեղ հավաքածուի տարրերը բուլյան հավաքածուի հաջորդական կամ նույնատիպ ցիկլիկ հարևան զույգերի և եռյակների քանակներն են։ Ուսումնասիրվել են այդպիսի արտապատկերումների պատկերների և նախապատկերների հատկությունները, բերված են նրանց հզորությունների արժեքները։

Н. А. Ханданян, Ж. Г. Маргарян, О. К. Саакян

Задача о количестве одинаковых последовательных пар в булевых коллекциях

Множество булевых наборов отображено на множестве неотрицательных целых квартетах, октетах чисел, где элементами набора являются номера трех последовательных или подобных циклически соседних пар троек. Изучены свойства образов таких представлений, приведены значения их мощностей.

References

1. *Hamming R. W.* – The Bell System Technical Journal. 1950. V. 29. №2. P. 149-154.
2. *Golay M. J. E.* – IEEE Information Society Newsletter. 1949. V. 37. № 6. P. 657.
3. *Leontiev V. K., Movsesyan G. L., Margaryan Zh. G.* – The Reports of NAS RA. 2010. V. 110. № 4. P. 334-339.
4. *Leontiev V. K., Movsesyan G. L., Margaryan Zh. G.* – Proceedings of the YSU. Physical and Mathematical Sciences. 2012. V. 46. № 1. P. 16-19.
5. *Leontiev V. K., Movsesyan G. L., Margaryan Zh. G.* – Proceedings of the YSU. Physical and Mathematical Sciences. 2012. V. 46. № 2. P. 14-21.