Изв. НАН и ГИУ Армении (сер. ТН), т. L, № 3, 1997, с. 257-262.

УДК.621.391.1

РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

С.Х.ГЕВОРКЯН, А.О.МЕЛИКЯН, Н. УЗУНОГЛУ

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ СВЕТОВОДЕ С ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СТРУКТУРОЙ

Ուսումնասիրված է պարբերական կառուցվածք ունեցող գլանային լուսատարում էլեկտրամագնիսական ալիքների տարածման խնդիրը: Որոշված են հաճախականությունների տիրույթներ, որտեղ լուսատարում լայնակի ալիքներ չեն տարածվում: Դիտարկված է նաև դեպք, երբ բեկման ցուցիչի մոդուլյացիան տրված է եռանկյունաչափական ֆունկցիայի օգնությամբ:

Изучается задача распространения электромагнитных волн в цилиндрическом световоде, имеющем периодическую структуру. Определены области частот, при которых поперечные волны не распространяются. Рассмотрен случай, когда модуляция показателя преломления задана при помощи тригонометрической функции.

Библиогр.: 12 назв.

The problem of electromagnetic wave propagation in cylindrical waveguide with periodical structure is studied. The frequency regions where transverse waves propagation is forbidden are determined. The case of trigonometric modulation of refractive index is also considered.

Ref. 12.

Вопросам распространения электромагнитных волн в регулярных слоистых средах посвящено много работ [1-3, 7-12]. Целью данной работы является задача распространения ТМ (Transverse magnetic) и ТЕ (Transverse electric) волн в цилиндрическом световоде, образованном повторением порождающей ячейки длиной 2L, состоящей, в свою очередь, из двух частей различной длины и электромагнитных свойств. На основании теоремы Флоке [4] о свойствах решения обыкновенных дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами получено дисперсионное уравнение, исследованы области частот, при которых в световоде поперечные волны не распространяются. Рассмотрен также случай, когда электромагнитные свойства световода заданы при помощи тригонометрической функции.

Пусть в цилиндрической системе координат (r, θ, z) ось z направлена по образующей световода, составленного из двух периодически повторяющихся ячеек длиной $2L = 2L_1 + 2L_2$, каждая из которых изготовлена из двух скрепленных между собой цилиндров радиуса a с различными электромагнитными свойствами. Для рассматриваемой задачи из уравнения Максвелла получим две системы для ТМ и ТЕ волн

$$\nabla^2\vec{E} = \mu\varepsilon\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}, \qquad \nabla^2\vec{H} = \mu\varepsilon\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{H}}{\partial t^2}. \tag{1}$$

где $\nabla^2\vec{E}$ – лапласиан векторной функции $\vec{E}$, который в цилиндрической системе координат имеет вид

$$\nabla^2\vec{E} = \hat{r}^0\left[\frac{1\partial}{r\partial r}\left(r\frac{\partial E_r}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial^2 E_r}{\partial\theta^2}-E_r-2\frac{\partial E_\theta}{\partial\theta}\right)+\frac{\partial^2 E_r}{\partial z^2}\right]+$$

$$+\hat{\theta}^0\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial E_\theta}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial^2 E_\theta}{\partial\theta^2}-E_\theta+2\frac{\partial E_r}{\partial\theta}\right)+\frac{\partial^2 E_\theta}{\partial z^2}\right]+ \tag{2}$$

$$+\hat{z}^0\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial E_z}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 E_z}{\partial\theta^2}+\frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2}\right].$$

$\nabla^2\vec{H}$ определяется аналогично $\nabla^2\vec{E}$; $\hat{r}^0, \hat{\theta}^0, \hat{z}^0$ - единичные векторы; μ и ε – магнитная и диэлектрическая проницаемость соответственно. Рассмотрим распространение TE волн типа

$$E_\theta = E_\theta(r,z)\exp(-i\omega t), \quad E_r = 0, \quad E_z = 0, \tag{3}$$

где ω – круговая частота.

Из (1), (2) и (3) получим

$$\frac{1}{r}\left(\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial E_\theta}{\partial r}\right)-\frac{1}{r^2}E_\theta+\frac{\partial^2 E_\theta}{\partial z^2}+\mu\varepsilon\frac{\omega^2}{c^2}E_\theta\right)=0. \tag{4}$$

Представляя функцию $E_\theta(r, z)$ в виде произведения

$$E_\theta(r, z) = R(r)Z(z), \tag{5}$$

получим после разделения переменных два обыкновенных дифференциальных уравнения

$$\frac{d^2R}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{dR}{dr}+\left(\lambda^2-\frac{1}{r^2}\right)R=0, \tag{6}$$

$$\frac{d^2Z}{dz^2}+\left(\mu\varepsilon\frac{\omega^2}{c^2}-\lambda^2\right)Z=0. \tag{7}$$

Решением уравнения (6), не имеющем особенностей при $r\to 0$, является функция Бесселя первого рода

$$R(\lambda, r) = DI_1(\lambda r), \quad 0\le r\le a, \tag{8}$$

где D-постоянный коэффициент. Общее решение (7) имеет вид

$$Z(z) = A\exp\left[i\left(\mu\varepsilon\frac{\omega^2}{c^2}-\lambda^2\right)^{1/2}\right]z + B\exp\left[-i\left(\mu\varepsilon\frac{\omega^2}{c^2}-\lambda^2\right)^{1/2}\right]z,$$

где A и B – постоянные интегрирования, которые определяются из граничных условий. Граничные условия складываются из условий на цилиндрической поверхности r=a световода с учетом того, что световод рассматривается как неограниченный по длине $-\infty < z < +\infty$ цилиндр, образованный повторением порождающей ячейки длиной 2L, состоящей, в свою очередь, из двух частей $2\ell_1$ и $2\ell_2$ с различными электромагнитными свойствами.

Предположим, что на цилиндрической поверхности световода напряженность электрического поля равна нулю

$$E_{1\theta}\Big|_{r=a}=0 \quad (j=1,\ 2), \tag{9}$$

что приводит к трансцендентному уравнению относительно λ:

$$I_1(\lambda a)=0. \tag{10}$$

Как известно [5], уравнение (10) имеет бесчисленное множество действительных корней $\lambda_1,\lambda_2;\ldots,\lambda_m,\ldots$, причем $\lambda_1=0$. Согласно этому, каждому значению корня уравнения (10) будет соответствовать собственная функция

$$\begin{gathered} E_{j\theta}=I_1(\lambda_m r)\{A_j \exp\left[i(\mu_j\varepsilon_j\omega^2/c^2-\lambda_m^2\right]z+ \\ +B_j\exp[-i(\mu_j\varepsilon_j\omega^2/c^2-\lambda_m^2]z\}. \end{gathered} \tag{11}$$

На поверхности разрыва электромагнитных свойств с единичной нормалью n^0 и единичной касательной s^0 удовлетворяются условия сопряжения:

$$\mu_1 H_{1n}=\mu_2 H_{2n},\ \ \varepsilon_1 E_{1n}=\varepsilon_2 E_{2n},\ \ E_{1s}=E_{2s},\ \ H_{1s}=H_{2s}. \tag{12}$$

Для рассматриваемого случая условия (12) принимают вид

$$\mu_1 H_{1z}=\mu_2 H_{2z},\ \ \varepsilon_1 E_{1z}=\varepsilon_2 E_{2z},\ \ E_{1\theta}=E_{2\theta},\ \ H_{1\theta}=H_{2\theta},\ \ (r\le a,\ \ z=0). \tag{13}$$

Из представления (3) напряженности электрического поля и формул

$$H_r=-\frac{c}{\mu_i\omega}\frac{\partial E_\theta}{\partial z},\ \ H_z=\frac{c}{\mu_i\omega}\frac{1}{r}\frac{(rE_\theta)}{\partial r} \tag{14}$$

следует, что условия сопряжения по компоненте z удовлетворяются тождественно, а по компоненте θ имеем

$$E_{1\theta}(r,0)=E_{2\theta}(r,0),\ \ \frac{1}{\mu_1}\frac{\partial E_{1\theta}(r,0)}{\partial z}=\frac{1}{\mu_2}\frac{\partial E_{2\theta}(r,0)}{\partial z}\ \ (r\le a). \tag{15}$$

Из условия периодичности структуры световода следует, что (4) можно рассматривать как дифференциальное уравнение с периодическими коэффициентами, решения которого, согласно теореме Флоке, удовлетворяют условиям

$$\begin{gathered} E_{1\theta}(r,\ 2\ell_1)=E_{2\theta}(r,\ -2\ell_2)\exp(i\pi\xi\cdot 2L), \\ \frac{1}{\mu_1}\frac{\partial E_{1\theta}(r,2\ell_1)}{\partial z}=\frac{1}{\mu_2}\frac{\partial E_{2\theta}(r,\ -2\ell_2)}{\partial z}\exp(i\pi\xi\cdot 2L), \end{gathered} \tag{16}$$

где ξ - волновое число.

Удовлетворяя граничным условиям (15) и (16), на основании (11) получим

$$\begin{gathered} A_1+B_1=A_2+B_2,\ \ \frac{\lambda_1}{\mu_1}A_1-\frac{\alpha_1}{\mu_1}B_1=\frac{\alpha_2}{\mu_2}A_2-\frac{\alpha_2}{\mu_2}B_2, \\ A_1\exp(2i\alpha_1\ell_1)+B_1\exp(-2i\alpha_1\ell_1)= \\ =A_2\exp(-2i\alpha_2\ell_2)\exp(i\pi\xi 2L)+B_2\exp(-2i\alpha_2\ell_2)\exp(i\pi\xi 2L), \end{gathered} \tag{17}$$

$$\frac{\alpha_1}{\mu_1}A_1\exp(2i\alpha_1\ell_1)-\frac{\alpha_1}{\mu_1}B_1\exp(-2i\alpha_1\ell_1)=$$

$$=\frac{\alpha_2}{\mu_2}A_2\exp(-2i\alpha_2\ell_2)\exp(i\pi\xi 2L)-\frac{\alpha_2}{\mu_2}B_2\exp(-2i\alpha_2\ell_2)\exp(i\pi\xi 2L),$$

$$\alpha_1=\frac{\pi}{2a}\left[\Omega^2-\frac{4}{\pi^2}(\lambda a)^2\right]^{1/2},\quad \alpha_2=\frac{\pi}{2a}\left[(\chi\Omega)^2-\frac{4}{\pi^2}(\lambda a)^2\right]^{1/2},$$

$$\chi=\left(\frac{\mu_2\varepsilon_2}{\mu_1\varepsilon_1}\right)^{1/2},\quad \Omega=\frac{2a}{\pi}(\mu_1\varepsilon_1)^{1/2}\omega.$$

Из условия существования нетривиального решения системы (17) получим уравнение для определения волнового числа

$$\left(\frac{\alpha_1}{\mu_1}+\frac{\alpha_2}{\mu_2}\right)^2\cos 2(\alpha_1\ell_1+\alpha_2\ell_2)-\left(\frac{\alpha_1}{\mu_1}-\frac{\alpha_2}{\mu_2}\right)^2\cos 2(\alpha_1\ell_1-\alpha_2\ell_2)= \tag{18}$$

$$=4\frac{1}{\mu_1}\frac{1}{\mu_2}\alpha_1\alpha_2\cos 2\pi L\xi.$$

Для исследования решений уравнения (18) удобно представить его в виде

$$\cos 2\pi L\xi=g(\Omega,\ \lambda,\ \beta,\ \chi,\ \ell_1/a,\ \ell_2/a), \tag{19}$$

где

$$g=\cos\left[\frac{\pi\ell_1}{a}\left(\Omega^2-\frac{4\lambda^2a^2}{\pi^2}\right)^{1/2}\right]\cos\left[\frac{\pi\ell_2}{a}\left(\chi^2\Omega^2-\frac{4\lambda^2a^2}{\pi^2}\right)^{1/2}\right]-$$

$$-\frac{1}{2}\left(\beta+\frac{1}{\beta}\right)\sin\left[\frac{\pi\ell_1}{a}\left(\Omega^2-\frac{4\lambda^2a^2}{\pi^2}\right)\right]\sin\left[\frac{\pi\ell_2}{a}\left(\chi^2\Omega^2-\frac{4\lambda^2a^2}{\pi^2}\right)\right],\ \beta=\frac{\mu_1\alpha_2}{\mu_2\alpha_1}.$$

Как видно из (19), эффект периодичной неоднородности проявляется в том, что существуют области частот Ω, зависящие от электромагнитных и геометрических характеристик световода, для которых электромагнитная волна не распространяется вдоль световода. Эти области определяются условием $|g|<1$. Уравнение (19) и свойства его решений хорошо известны по проблеме распространения волн в слоистых средах [6]. Важным применением особенностей распространения световых волн в волноводе с периодической неоднородностью может быть компенсация дисперсии материалов волновода дисперсией, которая возникает за счет периодичности, что приводит к уменьшению искажений при передаче информации с помощью световых импульсов. Для проведения численных оценок удобнее рассмотреть случай неоднородного световода с непрерывно меняющимися электромагнитными свойствами. Предположим, что среда немагнитная, т.е. $\mu=1$, а $\varepsilon=n^2$ можно представить при помощи периодической функции

$$n = n_0 + n_1 \cos qz, \tag{20}$$

где n – показатель преломления; n_0 - его постоянная часть; n_1 - амплитуда модуляции; $2\pi/q$ – период модуляции.

Используя представление (20) и пренебрегая членом второго порядка относительно x, выражение (7) можно записать в виде известного уравнения Матье

$$\frac{d^2 Z}{dz_1^2} + (\chi + b\cos 2z_1) Z(z_1) = 0, \tag{21}$$

где

$$z_1 = \frac{qz}{2},\ \chi = \frac{K_0^2 - \lambda_m^2}{(q/2)^2},\ K_0 = \frac{\omega n_0}{c},\ b = 2\frac{n_1}{n_0}\left(\frac{K_0}{q/2}\right)^2,$$

c-скорость света в вакууме; ω–частота света; λ_m, $m = 1,2...$ определяется из граничного условия на поверхности $r = a$ световода. Если, к примеру, принять $E_0 = (a,z) = 0$, то λ_m определится из уравнения (10). Как известно [4], при определенных граничных условиях существуют решения (21), которые можно представить в виде

$$Z(z_1) = \exp[2i\mu(\omega) z_1] \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k \exp(2kiz_1), \tag{22}$$

где C_k определяется из бесконечной системы однородных линейных уравнений, получающихся при подстановке (22) в (21); μ–характеристический показатель, который определяется из условия существования нетривиального решения бесконечной системы линейных однородных уравнений относительно C_k: $\mathrm{ch}\pi\mu(\omega) = 1 + 2\Delta(0)\sin^2\frac{\pi}{2}\sqrt{\chi}$, причем $\Delta(0)$ обозначает детерминант Хилла [4]. Приближенное значение $\mu(\omega)$ для малых значений b можно найти из разложения по степеням b

$$\mathrm{ch}\pi\mu = 1 + 2\sin^2\frac{\pi}{2}\sqrt{\chi} + \frac{\pi b^2}{4(1-x)\sqrt{\chi}}\sin\pi\sqrt{\chi} + 0(b^4). \tag{23}$$

Из (23) следует, что эффект периодичности будет наибольшим, если $\chi \sim 1$. Пусть $n_1 \approx 0.1$, $K_0 = \omega / c \cdot n_0 \sim 10^5$ *см*$^{-1}$. При этих параметрах значение χ близко к единице, если λ_m близко к K_0. Для $m \sim 10$ $a \sim \frac{\pi m}{\lambda m} \sim \pi m / K_0$, т.е. a имеет порядок нескольких микронов.

Таким образом, при вполне достижимых значениях параметров может быть решена задача компенсации дисперсии материалов волновода. Благодаря этому можно избежать дисперсионного расплывания световых импульсов, несущих информацию, и, следовательно, искажения информации.

Это указывает на возможность применения полученных результатов в волоконно-оптических системах связи, которые в последние годы получают все более широкое распространение.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Бреховских Л.М.** Волны в слоистых средах. - М.: Изд-во АН СССР, 1957. - 502 с.
2. **Левин М.Л.** Распространение плоской электромагнитной волны в периодической слоистой среде // ЖТФ. - 1948. - Вып. 18, № 11. - С. 1399-1404.
3. **Рытов С.М.** Электромагнитные свойства мелкослоистой среды // ЖЭТФ. - 1955. - Вып. 29, № 5 (11). - С. 605-616.
4. **Камке Э.** Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. - М.: Наука, 1971. - 581 с.
5. **Корн Г., Корн Т.** Справочник по математике. - М.: Наука, 1968. - 720 с.
6. **Шульга Н.А.** Основы механики слоистых сред периодической структуры. - Киев: Наукова думка, 1981. - 200 с.
7. **Bierlein J.D., Laubacher D.B., Brown J.B. and Van der Poel C.J.** Balanced phase matching in segmented KTiOPO waveguides //Appl. Phys. Lett. - 1990. - Vol. 56. - P. 1725 - 1727.
8. **Webjorn J., Laurell F., Arvidsson G.** Fabrication of periodically domain inverted channel waveguides is lithium niobate for second harmonic generation // J. Lightwave Techn. - 1989. - Vol. 7. - P. 1597 - 1600.
9. **Van der Poel C.J., Bierlein J.D. Brown J.B., Colak S.** Efficient type 1 blue second-harmonic generation in periodically segmented KTiOPO waveguides // Appl. Phys. Lett. - 1990. - Vol. 57, - P. 2074-2076.
10. **Weissman Z, Nir D. Ruschin S., Hardy A.** Periodically segmented waveguides - linear properties and applications // Proc. of 6-th European Conference on Integrated Optics. - Neuchattel, Switz., 1993.
11. **Weissman Z, Hardy A.** 2-d mode tapering via tapered waveguide segmentation // Electron. Lett. - 1992. - V. 17. - P. 1514 - 1516.
12. **Li L., Burke J.J.** Linear propogation characteristics of periodically segmented waveguides // Opt. Lett. - 1992. - Vol. 17. - P. 1195 - 1197.

ГИУА, Нац. Техн. ун-т Афины

28.02.1997

Изв. НАН и ГИУ Армении (сер. ТН), т. L, № 3, 1997, с. 262-266.

ՀՏԴ 621.324

ՌԱԴԻՈԷԼԵԿՏՐՈՆԻԿԱ

Ա.Հ. ՄԿՐՏՉՅԱՆ, Կ.Մ. ՆԱԶԱՐՅԱՆ

ՔՎԱԶԻ-ՆՄԱՆԱԿԱՅԻՆ ՖՈՐՄԱԼ ՆԵՅՐՈՆԻ ՍԻՆԹԵԶԸ

Դիտարկված է ֆորմալ նեյրոնի (ՖՆ) տեխնիկական իրականացման տարբերակ, որը հնարավորություն է ընձեռում մեծացնել դասական ՖՆ-ի գործառական հնարավորությունները: Ներկայացված է քվազի-նմանակային ֆորմալ նեյրոնի (ՔՆՖՆ) տեխնիկական իրականացման բլոկ-սխեման:

Рассмотрен вариант технической реализации формального нейрона (ФН), который позволяет расширить функциональные возможности классического ФН. Приведена блок-схема технической реализации.

Ил. 3.: Библиогр.: 6 назв.

A technical realization variant of the formal neuron (FN) enabling to expand functional opportunities for classical FN is considered. A technical realization flowchart for the formal neuron is presented.

Ill. 3. Ref. 6.