Изв. НАН и ГИУ Армении (сер. ТН), т. 1., № 3, 1997, с. 226-232.

УДК 681.51.01.62.529

**АВТОМАТИЗАЦИЯ
И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ**

С.Ш. БАЛАСАНЯН, Г.В. ТАДЕВОСЯН

ЭВРИСТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ СТРУКТУРНОЙ ДЕКОМПОЗИЦИИ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ ПРИ СТРАТИФИЦИРОВАННОМ МОДЕЛИРОВАНИИ

Առաջարկված է բարդ դիսկրետ համակարգերի կառուցվածքային տրոհման էվրիստիկական ալգորիթմ, որը հնարավորություն է ընձեռում հիերարխիկ շերտավորված մոդելավորման դեպքում առավելագույնս պարզեցնել համակարգի նկարագրությունը: Առաջարկված ալգորիթմի հիման վրա մշակված է ծրագրային փաթեթ

Предложен эвристический алгоритм структурной декомпозиции сложных дискретных систем, позволяющий при стратифицированном моделировании максимально упростить описание систем. На основе предложенного алгоритма разработан программный пакет.

Ил. 3. Библиогр.: 2 назв.

A heuristic algorithm for complicated discrete system structure decomposition when stratisfying the simulation is proposed. The program software has been developed on the basis of the proposed algorithm.

Ill. 3. Ref. 2.

Одной из основных проблем, препятствующих широкому применению имитационного моделирования для анализа эффективности функционирования сложных технических систем с учетом надежности их элементов, является преодоление непомерного возрастания числа возможных состояний систем.

Возможным решением указанной проблемы является использование в основе имитационных моделей исследуемых систем проблемно-ориентированной математической схемы [1,2], базирующейся на концепции иерархического многоуровневого стратифицированного описания. Ее сущность заключается в том, что процесс функционирования исследуемой системы описывается не одной сложной моделью, а иерархией сравнительно простых моделей $\{S^\mu | \mu=\overline{1,k}\}$, каждая из которых описывает функционирование моделируемой системы на определенном уровне детализации (абстрагирование).

На каждом μ-ом уровне описания (страте) система, представленная в виде совокупности взаимосвязанных подсистем $E_i^{\mu-1}$, $i \in \{1,2,\dots,P_{\mu-1}\} = I^{\mu-1}$ $(\mu-1)$-го уровня или орграфа $G^{\mu-1}(E^{\mu-1}, V^{\mu-1})$ (рис. 1), разбивается на подсистемы E_j^{μ}, $j \in \{1,2,\dots,P_\mu\} = I^\mu$ μ-го уровня при соблюдении следующих условий:

$$E_i^\mu = \{E_k^{\mu-1} : k \in I_i^{\mu-1} \subset I^{\mu-1}\}; \quad \bigcup_{i \in I^\mu} E_i^\mu = E^{\mu-1},$$

$$E_i^\mu \bigcap E_j^\mu = \varnothing; \quad i \in I^\mu; \; j \in I^\mu; \; i \neq j.$$

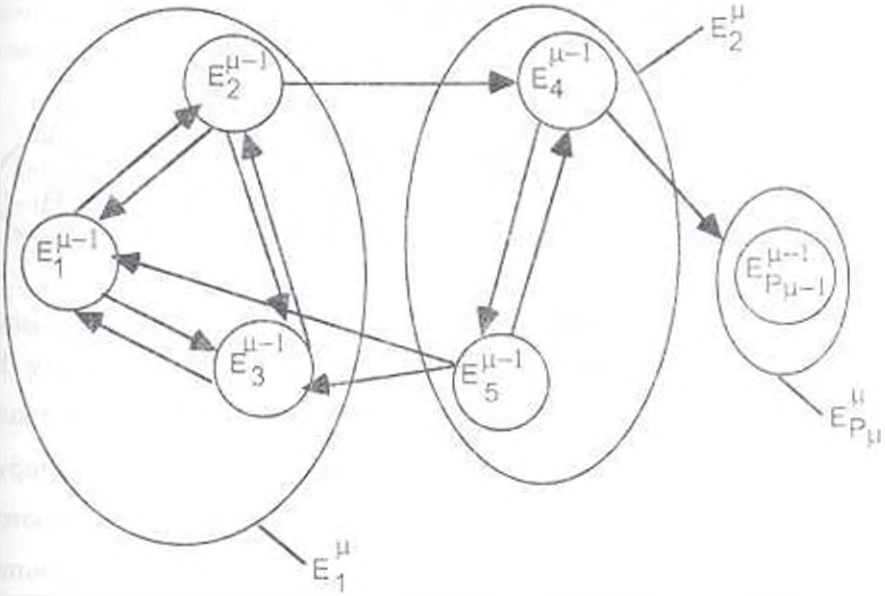

Рис. 1

На основании разбиения орграфа $G^{\mu-1}$ строится двухуровневый орграф (биграф), который отражает взаимные влияния подсистем μ-го уровня в системе, формализованной в виде орграфа $G^{\mu-1}$, осуществляемые через входящие в их состав подсистемы $(\mu-1)$-го уровня.

Граф G^μ строится следующим образом. Пусть система на μ-ом уровне формализуется в виде орграфа $G^{\mu-1}(E^{\mu-1}, V^{\mu-1})$ (рис. 2) со множеством вершин $E^{\mu-1} = \{E_i^{\mu-1} : i \in I^{\mu-1}\}$ и множеством дуг $V^{\mu-1} = \|V_{ik}^{\mu-1}\|$. Фиксируем некоторое разбиение $E^\mu = \{E_i^\mu : i \in I^\mu\}$ множества вершин $E^{\mu-1}$. Множество дуг $V^{\mu-1}$ графа $G^{\mu-1}$ также распадается на $(P_\mu + 1)$ попарно непересекающихся подмножеств: а) подмножество внутренних дуг, соединяющих вершины из одной и той же E_i^μ; б) подмножество внешних дуг, соединяющих вершины из разных E_i^μ $(i = \overline{1, P_\mu})$. Данному фиксированному разбиению E^μ сопоставляется двухуровневый орграф $G^\mu(\hat{E}^\mu, \hat{V}^\mu)$ (рис. 2) со множеством вершин

$$\hat{E}^\mu = E^{\mu-1} \bigcup E^\mu = \{E_i^{\mu-1} : i \in I^{\mu-1}\} \bigcup \{E_j^\mu : j \in I^\mu\}.$$

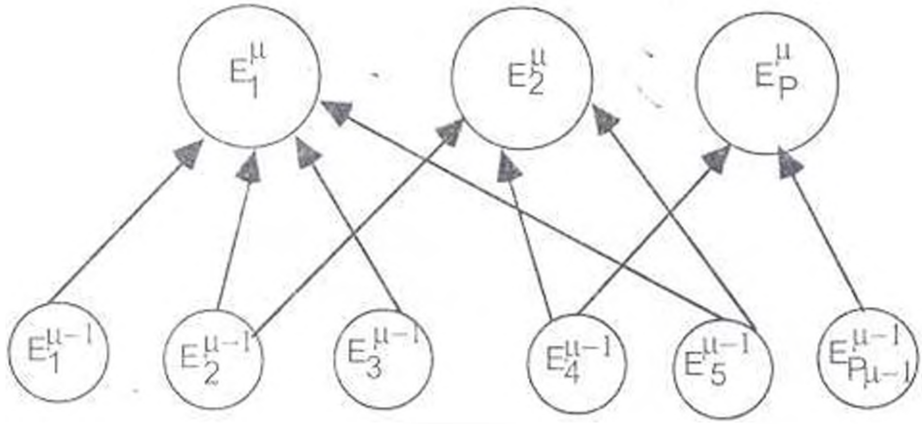

Рис. 2

Дуги, соединяющие вершины первого и второго уровней, определяются следующим образом. Из вершины $E_i^{\mu-1}$ в вершину E_j^{μ} идет дуга тогда и только тогда, когда $E_i^{\mu-1} \in E_j^{\mu}$ или когда в графе $G^{\mu-1}$ имеется дуга, направленная от вершины $E_i^{\mu-1}$ в некоторую вершину из E_j^{μ}. Однонаправленные параллельные дуги сливаются. Далее подсистемы μ-го уровня E_i^{μ}, $i \in I^{\mu}$, полученные в результате данного разбиения, укрупняются и рассматриваются как компоненты (укрупненные элементы) системы при следующем уровне описания.

Вышеизложенная процедура декомпозиции и последующей агрегации повторяется на каждом уровне описания. Затем путем последовательной композиции полученных биграфов G^{μ}, $\mu \in I$ строится K-уровневый орграф $G(E,V)$ (рис.3), где вершина E_1 соответствует системе, рассматриваемой как одно целое.

Нередко способ организации системы или условия поставленных задач определяют способ декомпозиции системы. Однако часто определение наилучшего способа разбиения системы является сложной задачей, которую на каждой μ-й страте можно сформулировать следующим образом: систему, заданную в виде связанных между собой подсистем $(\mu-1)$-го уровня, необходимо разбить на более крупные подсистемы μ-го уровня таким образом, чтобы максимально упростить математическое описание всей системы. Если в качестве критерия сложности описания дискретных систем использовать суммарное число возможных состояний их подсистем, то задачу оптимального разбиения системы на подсистемы можно сформулировать следующим образом.

Пусть система на μ-й страте задана орграфом $G^{\mu-1}$ со множеством вершин $E^{\mu-1} = \{E_i^{\mu-1} : i = \overline{1, P_{\mu-1}}\}$ и матрицей смежности $V^{\mu-1}$. Вершины $E_i^{\mu-1}$ соответствуют подсистемам $(\mu-1)$-го уровня, а дуги - связям между ними. Каждой дуге, исходящей из вершины

$E_i^{\mu-1}$, сопоставим параметр $\rho_i \ge 2$, представляющий собой число возможных состояний подсистемы $E_i^{\mu-1}$. Фиксируем некоторое разбиение $\theta = \{E_k^{\mu(\theta)} : k = \overline{1, P_\mu^\theta}\}$ множества вершин $E^{\mu-1}$. Подмножества $E_k^{\mu(\theta)}$ $(k = \overline{1, P_\mu^\theta})$ соответствуют подсистемам μ-го уровня.

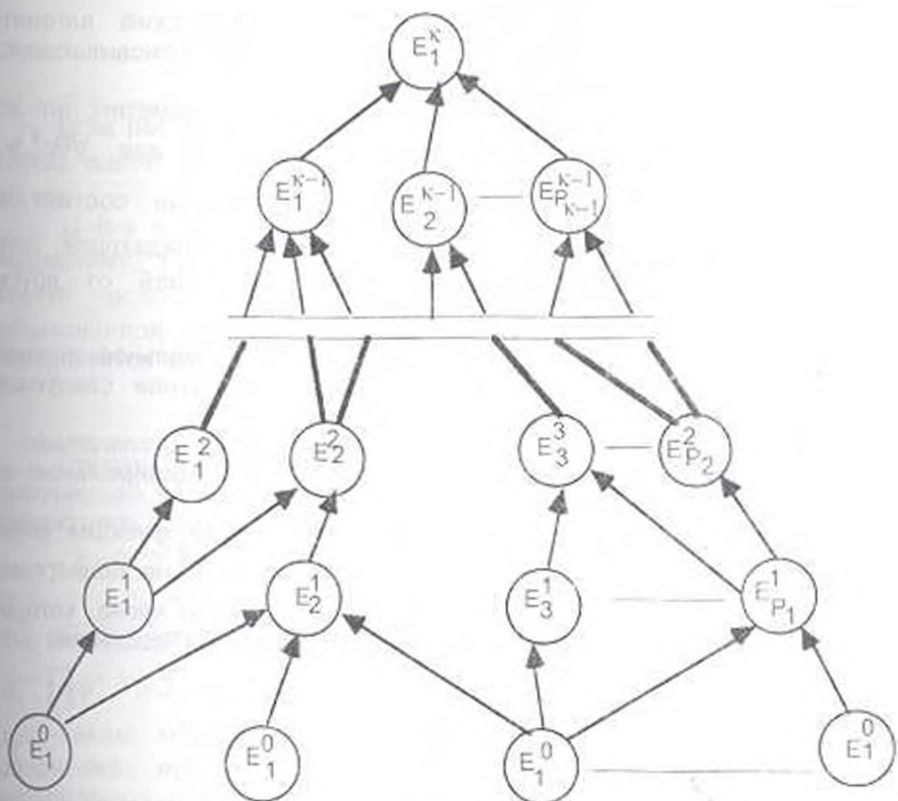

Рис. 3

Число возможных состояний ρ_k^μ каждой подсистемы $E_k^{\mu(\theta)}$ определяется как произведение чисел возможных состояний входящих в ее состав подсистем $E_i^{\mu-1} \in E_k^{\mu(\theta)}$ $(i = \overline{1, m_k})$, а также подсистем $E_j^{\mu-1} \notin E_k^{\mu(\theta)}$ $(j = \overline{1, q_k^\theta})$, т.е. не принадлежащих к подсистеме $E_k^{\mu(\theta)}$, но от которых к этой подсистеме в графе $G^{\mu-1}$ идут дуги:

$$\rho_k^\theta = \prod_{i \in C_k^\theta} \rho_i \prod_{j \in D_k^\theta} \rho_j, \qquad (1)$$

где $C_k^\theta = \{i : E_i^{\mu-1} \in E_k^{\mu(\theta)}\}$, $D_k^\theta = \{j : V_{ij}^{\mu-1},\ E_i^{\mu-1} \in E_k^{\mu(\theta)} \,\&\, E_j^{\mu-1} \notin E_k^{\mu(\theta)}\}$.

Тогда разумно потребовать, чтобы разбиение θ являлось решением следующей задачи:

$$
\begin{cases}
\sum\limits_{k=1}^{P_\mu^\theta} \rho_k^\theta \to \min\limits_{\theta\in\Theta}, \\
1 < P_\mu^\theta < P_{\mu-1},
\end{cases}
\qquad (2)
$$

где Θ представляет собой множество возможных разбиений системы на подсистемы μ-го уровня.

В данной работе предлагается эвристический алгоритм решения поставленной задачи разбиения системы, основывающийся на следующих рассуждениях:

1. Прежде всего, учитывая соотношение (1), заметим, что все слагаемые целевой функции положительные и для $\forall\theta\rho_k^\theta > 2$ $(k = \overline{1, P_\mu^\theta})$. Причем $\rho_k^\theta = 2$, если k-я подсистема состоит из единственной подсистемы $(\mu-1)$-го уровня, обладающей лишь двумя возможными состояниями и не зависящей от других подсистем $(\mu-1)$-го уровня, т.е. $D_k^\theta = \varnothing$.

2. Из предыдущего пункта следует, что минимальное значение целевой функции можно обеспечить при соблюдении следующих условий:

а) целевая функция содержит минимальное число слагаемых;

б) значение каждого слагаемого является минимальным из всевозможных значений.

Как видно из (2), число слагаемых целевой функции равно $k = \overline{1, P_{\mu-1}}$. Если $P_\mu^\theta = 1$, это означает, что система не подверглась разбиению, т.е. целевая функция состоит из одного члена, который представляет собой произведение чисел возможных состояний всех подсистем $(\mu-1)$-го уровня:

$$\rho^\mu = \prod_{i=1}^{P_{\mu-1}} \rho_i. \qquad (3)$$

Если число слагаемых равно $P_{\mu-1}$, то это соответствует случаю, когда каждая подсистема $(\mu-1)$-го уровня на μ-й страте рассматривается как независимая подсистема μ-го уровня. В этом случае каждое слагаемое целевой функции (2) представляется как

$$\rho_k^\mu = \rho_k^{\mu-1} \prod_{i\in D_k} \rho_i^{\mu-1}. \qquad (4)$$

Очевидно, что такому разбиению соответствует максимальное число слагаемых, значение каждого из которых является наименьшим из всевозможных значений.

Приступим к решению задачи (2), выбирая рассмотренное разбиение в качестве начального варианта, так как оно удовлетворяет последнему из двух ранее сформулированных условий. Следовательно, если удастся на основании указанного разбиения осуществить такое укрупнение подсистем $(\mu-1)$-го уровня, при котором число слагаемых k принимает минимальное значение и вместе с тем обеспечивает минимальное значение целевой функции, то задачу (2) можно считать решенной.

С целью осуществления указанного укрупнения рассмотрим две произвольные m-ю и n-ю подсистемы $(\mu-1)$-го уровня. Числа возможных состояний этих подсистем определяются следующими соотношениями:

$$\rho_m^{\mu}=\rho_m^{\mu-1}\prod_{j\in D_m}\rho_j^{\mu-1}, \tag{5}$$

$$\rho_n^{\mu}=\rho_n^{\mu-1}\prod_{i\in D_n}\rho_i^{\mu-1}. \tag{6}$$

Если рассмотренные подсистемы $(\mu-1)$-го уровня включены в состав одной подсистемы μ-го уровня, то возможны следующие случаи:

1) n-я и влияющие на нее подсистемы не влияют на m-ю подсистему, т.е. множества D_n и D_m не пересекаются. В этом случае число возможных состояний подсистемы μ-го уровня, образованной в результате укрупнения m-й и n-й подсистем, определяется соотношением

$$\rho_{mn}^{\mu}=\rho_m^{\mu-1}\prod_{j\in D_m}\rho_j^{\mu-1}\cdot\rho_n^{\mu-1}\prod_{i\in D_n}\rho_i^{\mu-1}. \tag{7}$$

Степень упрощения описания укрупненной подсистемы, включающей m-ю и n-ю подсистемы, можно оценить с помощью следующего соотношения:

$$g=\Big(\rho_m^{\mu-1}\prod_{j\in D_m}\rho_j^{\mu-1}+\rho_n^{\mu-1}\prod_{i\in D_n}\rho_i^{\mu-1}\Big)\Big/\Big(\rho_m^{\mu-1}\prod_{j\in D_m}\rho_j^{\mu-1}\cdot\rho_n^{\mu-1}\prod_{i\in D_n}\rho_i^{\mu-1}\Big). \tag{8}$$

Если учитывать, что в соотношении (8) $\rho_m^{\mu-1}\prod\rho_j^{\mu-1}>2$ и $\rho_n^{\mu-1}\prod\rho_i^{\mu-1}>2$, то $g<1$.

Таким образом, для случая $D_m\bigcap D_n=\varnothing$ рассмотренное разбиение, при котором m-я и n-я подсистемы составляют укрупненную подсистему, нецелесообразно. Это относится и к случаю, когда $D_m=\varnothing$, $D_n=\varnothing$ и $\rho_m^{\mu-1}=\rho_n^{\mu-1}=2$, т.е. когда m-я и n-я подсистемы не связаны между собой. В этом случае описание не упрощается, так как $g=1$;

2) n-я подсистема влияет на m-ю подсистему. Тогда соотношение (8) примет следующий вид:

$$g=\left(\rho_m^{\mu-1}\prod_{j\in D_m}\rho_j^{\mu-1}+\rho_n^{\mu-1}\prod_{i\in D_n}\rho_i^{\mu-1}\right)\Bigg/\left(\rho_m^{\mu-1}\prod_{\substack{j\in D_m\\ j\neq n}}\rho_j^{\mu-1}\cdot\rho_n^{\mu-1}\prod_{i\in D_n}\rho_i^{\mu-1}\right). \tag{9}$$

Поскольку множество D_m включает индексы, соответствующие n-й подсистеме, соотношение (9) можно представить в виде

$$g=\rho_n^{\mu-1}\Big(\rho_m^{\mu-1}\prod_{\substack{j\in D_m\\ j\neq n}}\rho_j^{\mu-1}+\prod_{i\in D_n}\rho_i^{\mu-1}\Big)\Big/\Big(\rho_n^{\mu-1}\rho_m^{\mu-1}\prod_{\substack{j\in D_m\\ j\neq n}}\rho_j^{\mu-1}\cdot\prod_{i\in D_n}\rho_i^{\mu-1}\Big) \tag{10}$$

Нетрудно убедиться, что числитель отношения (10) всегда меньше знаменателя, т.е. $g<1$. Следовательно, рассмотренное разбиение также нецелесообразно:

3) n-я подсистема влияет на m-ю подсистему и $D_n \subset D_m$. В этом случае соотношение (8) примет вид

$$g=\left(\rho_m^{\mu-1}\prod_{j\in D_m}\rho_j^{\mu-1}+\rho_n^{\mu-1}\prod_{j\in D_n}\rho_j^{\mu-1}\right)\Bigg/\left(\rho_m^{\mu-1}\prod_{\substack{j\in D_m\\ j\notin D_n}}\rho_j^{\mu-1}\,\rho_n^{\mu-1}\prod_{j\in D_n}\rho_j^{\mu-1}\right). \quad (11)$$

Учитывая условие $D_n \subset D_m$, в результате упрощения соотношения (11) получим

$$g=\left(\rho_m^{\mu-1}\prod_{\substack{j\in D_m\\ j\notin D_n}}\rho_j^{\mu-1}+1\right)\Bigg/\left(\rho_m^{\mu-1}\prod_{\substack{j\in D_m\\ j\notin D_n}}\rho_j^{\mu-1}\right). \quad (12)$$

Очевидно, что $g>1$.

Таким образом, разбиение и последующее укрупнение целесообразно осуществлять только в том случае, если для подсистем $(\mu-1)$-го уровня имеют место изложенные в п. 3. условия.

На основе результатов вышеизложенного логического анализа и суждений разработаны эвристический алгоритм и соответствующий программный пакет, реализованный на языке C^{++} в операционной среде WINDOWS.

Разработанный пакет программ использовался при построении стратифицированной имитационной модели технологической системы.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Balassanian S.Sh., Sarkissian R.G.** Stratified model of complex computing system // Proceedings II International conference of Reliability and Exploitation of Computer Systems. "RELOCOMES 81". - Wrozlav, 1981. - P. 80-85.
2. **Balassanian S.Sh.** Hierarchical simulation model for the analysis of functioning efficiency of complex systems // Proceedings European Simulation symposium. - Drezden, 1992. - P. 78-83.

ГИУА 3.10.1996