

В.С. ХАЧАТРЯН, АЛЬ-ИССА ИБРАХИМ

ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЖИМА ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ПО РЕАКТИВНЫМ МОЩНОСТЯМ ПРЯМЫМ МЕТОДОМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ПРИ Z-ФОРМЕ ЗАДАНИЯ СОСТОЯНИЯ СЕТИ

Էլեկտրոէներգետիկական համակարգի ռեժիմի լավարկումն ըստ էլեկտրական կայանների ռեակտիվ հզորության տվյալային ոչ գծային ծրագրավորման խնդիր է: Սակայն այս խնդիրը լուծվում է սաբբեմասիկական ծրագրավորման ուղղակի սեթողով Ռեժիմային պարամետրերի վրադրված անհավասարության պայմանները հաշվի են առնված կայունացված ռեժիմի հաշվման ժամանակ, ոչ գծայնությունը՝ Ֆալորի մատրիքի միջոցով, իսկ յուրաքանչյուր քայլում անելալս կայանային հանգույցների ռեակտիվ հզորությունների որոշման համար անհրաժեշտ է լուծել գծային հանրահաշվական հավասարումների համակարգ:

Оптимизация режима электроэнергетической системы по реактивным мощностям электрических станций является типичной задачей нелинейного программирования. Предложен прямой метод математического программирования. При этом условия типа неравенств, налагаемые на режимные параметры, учитываются по расчету установившегося режима. Нелинейность учитывается с помощью матрицы Якоби. На каждой итерации определение реактивных мощностей независимых стационарных узлов сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений.

Библиогр.: 5 назв.

Conditions optimization of an electric power system owing to reactive powers of electric stations is a typical problem of nonlinear programming. A direct method of mathematical programming is proposed, while the inequality type imposed on operating conditions is taken into account by calculating steady-state conditions. Nonlinearity is accounted by means of Jacobi matrix. On each iteration the specification of reactive powers for independent stationary units must be solved by linear algebraic equations.

Ref. 5.

Как известно, уравнение состояния электроэнергетической системы (ЭЭС) в Z-форме представляется в виде [1-5]:

$$\bar{U} = \bar{U}_b + Z\bar{I}, \quad (1)$$

где \bar{U} , \bar{I} — многомерные векторы узловых комплексных напряжений и токов независимых узлов; Z — неособенная квадратная матрица узловых комплексных сопротивлений; \bar{U}_b — напряжение базисного узла, которое является заданным действительным числом, $U_b = U_b$.

Для дальнейшего изложения материала принимается нижеприведенная система индексов:

— для стационарных узлов: $m(n) = 0, 1, 2, \dots, \Gamma$, где Γ — число независимых стационарных узлов, индекс 0 обозначается в дальнейшем буквой Б (от слова базисный), так что $\mathbb{B} = 0$;

— для нагрузочных узлов: $k(\ell) = \Gamma + 1, \Gamma + 2, \dots, \Gamma + N$, где N — число нагрузочных узлов;

— для произвольных узлов, в состав которых входят как стационарные, так и нагрузочные узлы: $i(j) = 0, 1, 2, \dots, \Gamma, \Gamma + 1, \Gamma + 2, \dots, \Gamma + N = M$, где M — число независимых узлов.

При этом матричное уравнение (1) в алгебраической форме можно представить в виде

$$\hat{U}_i = U_{\mathbb{B}} + \sum_{j=1}^M Z_{ij} \hat{I}_j. \quad (2)$$

Умножая обе части уравнения (2) на комплексно-сопряженное значение тока \hat{I}_i , получим

$$P_i + jQ_i = U_{\mathbb{B}} \hat{I}_i + \sum_{j=1}^M Z_{ij} \hat{I}_j \hat{I}_i. \quad (3)$$

Разлагая \hat{I}_i и \hat{I}_j на действительные (I') и мнимые (I'') составляющие, можно установить выражения для активной и реактивной мощностей независимых узлов:

$$P_i = U_{\mathbb{B}} I'_i + \sum_{j=1}^M [(I'_i I'_j + I''_i I''_j) R_{ij} - (I'_i I''_j - I''_i I'_j) X_{ij}]. \quad (4)$$

$$Q_i = -U_{\mathbb{B}} I''_i + \sum_{j=1}^M [(I'_i I'_j + I''_i I''_j) X_{ij} - (I'_i I''_j - I''_i I'_j) R_{ij}]. \quad (5)$$

Обозначим потерю активной мощности через Π_a , которая определяется как алгебраическая сумма активных мощностей всех узлов с учетом активной мощности балансирующего узла:

$$\Pi_a = \sum_{i=1}^M P_i + P_{\mathbb{B}}. \quad (6)$$

В конечном итоге функция потери активной мощности принимает следующий вид:

$$\Pi_a = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M (I'_i I'_j + I''_i I''_j) R_{ij}. \quad (7)$$

Учитывая, что

$$I_i = \frac{1}{U_i} (P_i \cos \psi_{ui} + jQ_i \sin \psi_{ui}), \quad I''_i = \frac{1}{U_i} (P_i \sin \psi_{ui} - Q_i \cos \psi_{ui}),$$

выражения (4), (5) и (7) принимают вид

$$P_i = \frac{U_{\mathbb{B}}}{U_i} (P_i \cos \psi_{ui} + Q_i \sin \psi_{ui}) + \sum_{j=1}^M (R_{ij} A_{ij} + X_{ij} B_{ij}),$$

$$Q_i = -\frac{U_{\mathbb{B}}}{U_i} (P_i \sin \psi_{ui} - Q_i \cos \psi_{ui}) + \sum_{j=1}^M (X_{ij} A_{ij} - R_{ij} B_{ij}), \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned}
 A_{ij} &= \frac{1}{U_i U_j} \left[(P_i P_j + Q_i Q_j) \cos(\psi_{ui} - \psi_{uj}) + \right. \\
 &\quad \left. + (Q_i P_j - P_i Q_j) \sin(\psi_{ui} - \psi_{uj}) \right], \\
 B_{ij} &= \frac{1}{U_i U_j} \left[(P_i P_j + Q_i Q_j) \sin(\psi_{ui} - \psi_{uj}) + \right. \\
 &\quad \left. + (Q_i P_j - P_i Q_j) \cos(\psi_{ui} - \psi_{uj}) \right].
 \end{aligned} \tag{9}$$

С другой стороны,

$$\begin{aligned}
 \Pi_a = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \left\{ \frac{R_{ij}}{U_i U_j} \left[(P_i P_j + Q_i Q_j) \cos(\psi_{ui} - \psi_{uj}) + \right. \right. \\
 \left. \left. + (Q_i P_j - P_i Q_j) \sin(\psi_{ui} - \psi_{uj}) \right] \right\}.
 \end{aligned} \tag{10}$$

Представим уравнения (8) в виде

$$\begin{aligned}
 \Phi_{P_i} &= P_i - \left[\frac{U_{Ei}}{U_i} (P_i \cos \psi_{ui} + Q_i \sin \psi_{ui}) + \sum_{j=1}^M (R_{ij} A_{ij} + X_{ij} B_{ij}) \right] = 0, \\
 \Phi_{Q_i} &= Q_i - \left[-\frac{U_{Ei}}{U_i} (P_i \sin \psi_{ui} - Q_i \cos \psi_{ui}) + \sum_{j=1}^M (X_{ij} A_{ij} - R_{ij} B_{ij}) \right] = 0
 \end{aligned} \tag{11}$$

или

$$\Phi_{P_i} = (P_i, Q_i, U_i, \psi_{ui}) = 0, \quad \Phi_{Q_i} = (P_i, Q_i, U_i, \psi_{ui}) = 0. \tag{12}$$

При этом

$$a_{ij} = \frac{R_{ij}}{U_i U_j} \cos(\psi_{ui} - \psi_{uj}), \quad b_{ij} = \frac{R_{ij}}{U_i U_j} \sin(\psi_{ui} - \psi_{uj}). \tag{13}$$

Необходимо отметить, что функцию потерь активной мощности также можно представить в виде

$$\Pi_a = \Pi_a(P_i, Q_i, U_i, \psi_{ui}). \tag{14}$$

Задача заключается в следующем.

Найти

$$\min \Pi_a = \min \Pi_a(P_i, Q_i, U_i, \psi_{ui}) \tag{15}$$

при

$$\Phi_{P_i} = (P_i, Q_i, U_i, \psi_{ui}) = 0, \quad \Phi_{Q_i} = (P_i, Q_i, U_i, \psi_{ui}) = 0. \tag{16}$$

Необходимое условие минимума функции (15) по реактивным мощностям станционных узлов можно представить в виде

$$\frac{\partial \Pi_a}{\partial Q_m} = \left(\frac{\partial \Pi_a}{\partial Q_m} \right) + \sum_{i=1}^M \frac{\partial \Pi_a}{\partial U_i} \frac{\partial U_i}{\partial Q_m} + \sum_{i=1}^M \frac{\partial \Pi_a}{\partial \psi_{ui}} \frac{\partial \psi_{ui}}{\partial Q_m} = 0$$

или

$$\frac{\partial \Pi_a}{\partial Q_m} + \sum_{i=1}^M \frac{\partial \Pi_a}{\partial U_i} \frac{\partial U_i}{\partial Q_m} + \sum_{i=1}^M \frac{\partial \Pi_a}{\partial \psi_{ui}} \frac{\partial \psi_{ui}}{\partial Q_m} = 0. \tag{17}$$

Представим уравнение (17) в следующем виде:

$$\frac{\partial \Pi_m}{\partial Q_m} = - \left(\sum_{i=1}^M \frac{\partial \Pi_a}{\partial U_i} \frac{\partial U_i}{\partial Q_m} + \sum_{i=1}^M \frac{\partial \Pi_a}{\partial \psi_{ui}} \frac{\partial \psi_{ui}}{\partial Q_m} \right) \quad (18)$$

Если ввести обозначение

$$\alpha_m = - \left(\sum_{i=1}^M \frac{\partial \Pi_a}{\partial U_i} \frac{\partial U_i}{\partial Q_m} + \sum_{i=1}^M \frac{\partial \Pi_a}{\partial \psi_{ui}} \frac{\partial \psi_{ui}}{\partial Q_m} \right) \quad (19)$$

то выражение (18) принимает вид $\partial \Pi_m / \partial Q_m = \alpha_m$

или

$$2 \sum_{j=1}^M (a_{mj} Q_j + b_{mj} P_j) = \alpha_m \quad (20)$$

Поскольку задача сводится к определению неизвестных Q_1, Q_2, \dots, Q_m , то уравнение (20) необходимо представить в виде

$$2 \sum_{n=1}^{\Gamma} (a_{mn} Q_n + b_{mn} P_n) + 2 \sum_{k=\Gamma+1}^{\Gamma+N} (a_{mk} Q_k + b_{mk} P_k) = \alpha_m$$

Затем $2 \sum_{n=1}^{\Gamma} a_{mn} Q_n = \alpha_m - 2 \sum_{n=1}^{\Gamma} b_{mn} P_n - 2 \sum_{k=\Gamma+1}^{\Gamma+N} (a_{mk} Q_k + b_{mk} P_k)$

или

$$\sum_{n=1}^{\Gamma} a_{mn} Q_n = \beta_m \quad (21)$$

где

$$\beta_m = \frac{1}{2} \alpha_m - \sum_{n=1}^{\Gamma} b_{mn} P_n - \sum_{k=\Gamma+1}^{\Gamma+N} (a_{mk} Q_k + b_{mk} P_k) \quad (22)$$

Третье слагаемое в (22) относится к нагрузочным узлам, относительно которых всегда задаются активные и реактивные мощности, следовательно, его численное значение всегда имеется. Второе слагаемое относится к независимым станционным узлам, активные мощности которых считаются заданными и фиксированными, следовательно, его численное значение также всегда имеется. Что касается первого слагаемого, то оно является переменным и меняется при организации итерационного процесса.

Таким образом, в выражении (22) переменным слагаемым является только первое слагаемое, т.е. α_m . В результате относительно искомых переменных $Q_1, Q_2, \dots, Q_{\Gamma}$ получим уравнение с левой линейной и правой нелинейной частями, численное значение которых в каждой итерации требуется определить.

Представим систему уравнений (21) в развернутой форме:

$$\begin{aligned} a_{11} Q_1 + a_{12} Q_2 + \dots + a_{1\Gamma} Q_{\Gamma} &= \beta_1, \\ a_{21} Q_1 + a_{22} Q_2 + \dots + a_{2\Gamma} Q_{\Gamma} &= \beta_2, \\ &\dots \\ a_{\Gamma 1} Q_1 + a_{\Gamma 2} Q_2 + \dots + a_{\Gamma \Gamma} Q_{\Gamma} &= \beta_{\Gamma}. \end{aligned} \quad (23)$$

Если систему линейных алгебраических уравнений (23) представить в матричной форме, то получим

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1r} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2r} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{r1} & a_{r2} & \dots & a_{rr} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_r \end{bmatrix}$$

Искомые значения реактивных мощностей определяются в виде

$$\begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1r} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2r} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{r1} & a_{r2} & \dots & a_{rr} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_r \end{bmatrix} \quad (24)$$

Частные производные $\partial \Pi / \partial Q_m$, $\partial \Pi_2 / \partial U_1$ и $\partial \Pi_2 / \partial \psi_m$ определяются непосредственно из аналитического выражения потерь активной мощности (10):

$$\frac{\partial \Pi_2}{\partial Q_m} = 2 \sum_{j=1}^M (a_{mj} Q_j + b_{mj} P_j),$$

$$\frac{\partial \Pi_2}{\partial U_1} = -\frac{2}{U_1} \sum_{j=1}^M [(P_j P_j + Q_j Q_j) a_{1j} + (Q_j P_j - P_j Q_j) b_{1j}], \quad (25)$$

$$\frac{\partial \Pi_2}{\partial \psi_m} = -2 \sum_{j=1}^M [(P_j P_j + Q_j Q_j) b_{mj} + (Q_j P_j - P_j Q_j) a_{mj}].$$

Частные производные $\partial U_j / \partial Q_m$, $\partial \psi_m / \partial Q_m$ определяются с помощью уравнений установившегося режима или уравнения связи (11).

В данном случае можем написать:

$$\frac{\partial \phi_{p_i}}{\partial Q_m} + \sum_{j=1}^M \frac{\partial \phi_{p_i}}{\partial U_j} \frac{\partial U_j}{\partial Q_m} + \sum_{j=1}^M \frac{\partial \phi_{p_i}}{\partial \psi_{mj}} \frac{\partial \psi_{mj}}{\partial Q_m} = 0,$$

$$\frac{\partial \phi_{q_i}}{\partial Q_m} + \sum_{j=1}^M \frac{\partial \phi_{q_i}}{\partial U_j} \frac{\partial U_j}{\partial Q_m} + \sum_{j=1}^M \frac{\partial \phi_{q_i}}{\partial \psi_{mj}} \frac{\partial \psi_{mj}}{\partial Q_m} = 0,$$
(26)

или в матричной записи:

$$\frac{\partial \phi_{p_i}}{\partial U_j} \frac{\partial U_j}{\partial Q_m} + \frac{\partial \phi_{p_i}}{\partial \psi_{mj}} \frac{\partial \psi_{mj}}{\partial Q_m} = -\frac{\partial \phi_{p_i}}{\partial Q_m},$$

$$\frac{\partial \phi_{q_i}}{\partial U_j} \frac{\partial U_j}{\partial Q_m} + \frac{\partial \phi_{q_i}}{\partial \psi_{mj}} \frac{\partial \psi_{mj}}{\partial Q_m} = -\frac{\partial \phi_{q_i}}{\partial Q_m}.$$
(27)

Система уравнений (27) в матричной записи имеет следующий вид:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_{p_i}}{\partial U_j} & \frac{\partial \phi_{p_i}}{\partial \psi_{mj}} \\ \frac{\partial \phi_{q_i}}{\partial U_j} & \frac{\partial \phi_{q_i}}{\partial \psi_{mj}} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \frac{\partial U_j}{\partial Q_m} \\ \frac{\partial \psi_{mj}}{\partial Q_m} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_{p_i}}{\partial Q_m} \\ \frac{\partial \phi_{q_i}}{\partial Q_m} \end{bmatrix} \quad (28)$$

С учетом (28) определяются искомые частные производные:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial U_j}{\partial Q_m} \\ \frac{\partial \psi_{mj}}{\partial Q_m} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_p}{\partial U_j} & \frac{\partial \phi_{p_i}}{\partial \psi_{mj}} \\ \frac{\partial \phi_q}{\partial U_j} & \frac{\partial \phi_{q_i}}{\partial \psi_{mj}} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_{p_i}}{\partial Q_m} \\ \frac{\partial \phi_{q_i}}{\partial Q_m} \end{bmatrix} \quad (29)$$

Частные производные, входящие в квадратную матрицу и правую часть матричного уравнения (28), определяются в следующем виде:

- при одинаковых индексах, т.е. когда $j = i$:

$$\frac{\partial \phi_p}{\partial U_i} = \frac{U_i}{U_i^2} (P_i \cos \psi_{mi} + Q_i \sin \psi_{mi}) + \frac{1}{U_i} \sum_{j=1}^M (R_{ij} A_{ij} + X_{ij} B_{ij}), \quad (30)$$

$$\frac{\partial \phi_q}{\partial U_i} = -\frac{U_i}{U_i^2} (P_i \sin \psi_{mi} - Q_i \cos \psi_{mi}) + \frac{1}{U_i} \sum_{j=1}^M (X_{ij} A_{ij} - R_{ij} B_{ij}),$$

$$\frac{\partial \phi_{p_i}}{\partial \psi_{mj}} = \frac{U_{ij}}{U_i} (P_i \sin \psi_{mi} - Q_i \cos \psi_{mi}) +$$

$$+ \sum_{j=1}^M [(P_i P_j + Q_i Q_j)(b_{ij} - c_{ij}) - (Q_i P_j - P_i Q_j)(a_{ij} - d_{ij})],$$

$$\frac{\partial \phi_{q_i}}{\partial \psi_{mj}} = \frac{U_{ij}}{U_i} (P_i \cos \psi_{mi} + Q_i \sin \psi_{mi}) +$$

$$+ \sum_{j=1}^M [(P_i P_j + Q_i Q_j)(a_{ij} + d_{ij}) - (Q_i P_j - P_i Q_j)(b_{ij} + c_{ij})],$$

где

$$c_{ij} = \frac{X_{ij}}{U_i U_j} \cos(\psi_{mi} - \psi_{mj}); \quad d_{ij} = \frac{X_{ij}}{U_i U_j} \sin(\psi_{mi} - \psi_{mj}); \quad (31)$$

- при разных индексах, т.е. когда $j \neq i$:

$$\frac{\partial \phi_p}{\partial U_j} = \frac{1}{U_j} (R_{ij} A_{ij} + X_{ij} B_{ij}),$$

$$\frac{\partial \phi_q}{\partial U_j} = \frac{1}{U_j} (X_{ij} A_{ij} - R_{ij} B_{ij}).$$

$$\frac{\partial \phi_p}{\partial \psi_{mj}} = -[(P_i P_j + Q_i Q_j)(b_{ij} - c_{ij}) - (Q_i P_j - P_i Q_j)(a_{ij} - d_{ij})],$$

$$\frac{\partial \phi_q}{\partial \psi_{mj}} = -[(P_i P_j + Q_i Q_j)(a_{ij} + d_{ij}) - (Q_i P_j - P_i Q_j)(b_{ij} + c_{ij})].$$

Затем определяем частные производные, входящие в правую часть выражения (22):

$$\frac{\partial \phi_{p_i}}{\partial Q_m} = -\frac{U_E}{U_m} \sin \psi_{um} - \frac{2Q_m}{U_m^2} R_{mm} - \sum_{j=1}^M [Q_j (a_{mj} + d_{mj}) + P_j (b_{mj} + c_{mj})] . \quad (33)$$

$$\frac{\partial \phi_{q_i}}{\partial Q_m} = 1 - \frac{U_E}{U_m} \cos \psi_{um} - \frac{2Q_m}{U_m^2} X_{mm} + \sum_{j=1}^M [Q_j (b_{mj} - c_{mj}) + P_j (a_{mj} - d_{mj})] .$$

Согласно постановке задачи, стационарные узлы являются узлами типа P-Q. Это означает, что относительно всех узлов неизвестными являются модули и аргументы комплексных напряжений.

Если для решения системы нелинейных алгебраических уравнений установившегося режима (11) применить метода Ньютона-Рафсона, то соответствующее рекуррентное выражение будет иметь следующий вид:

$$\begin{bmatrix} U_i \\ \psi_{ui} \end{bmatrix}^{i+1} = \begin{bmatrix} U_i \\ \psi_{ui} \end{bmatrix}^i - \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_p}{\partial U_i} & \frac{\partial \phi_p}{\partial \psi_{ui}} \\ \frac{\partial \phi_q}{\partial U_i} & \frac{\partial \phi_q}{\partial \psi_{ui}} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} \phi_p \\ \phi_q \end{bmatrix} . \quad (34)$$

Нетрудно заметить, что квадратные матрицы выражений (29) и (34) одинаковые.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хачатрян В.С. К методам расчета рабочих режимов электрических сетей// Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. - 1967. - №2. - С.37-41.
2. Хачатрян В.С., Этмекчян Э.А. Метод расчета установившегося режима электрической системы// Изв. вузов. Энергетика. - 1989. - №5. - С.12-18.
3. Хачатрян В.С., Хачатрян С.Ц., Сафарян В.С. Расчет установившегося режима электрических систем с применением матрицы Гессе при Z-форме задания состояния сети// Изв. вузов. Энергетика. - 1990. - №1. - С. 20-23.
4. Хачатрян В.С., Этмекчян Э.А. Развитие гибридного метода расчета установившегося режима электрической системы// Электричество. - 1991. - №1. - С.6-11.
5. Хачатрян В.С., Этмекчян Э.А., Аракелян В.П. Упрощенный метод расчета установившегося режима электроэнергетической системы// Электричество. - 1992. - №2. - С.9-14.