Изв. НАН и ГИУ Армении (сер. ТН), т. L. № 2, 1997, с. 73 - 76.

УДК 539.30:620.1 МАШИНОСТРОЕНИЕ

С.Х. ГЕВОРКЯН, Н. УЗУНОГЛУ

РАСПРОСТРАНЕНИЕ КРУТИЛЬНЫХ ВОЛН В СОСТАВНОМ ВОЛНОВОДЕ

Ուսումնասիրվում է ոլորման ալիքների տարածման խնդիրը, երբ գլանային առաձգական ալիքատարն ունի բարակապատ ծածկույթ: Որոշված է ոլորման ալիքների տարածման արագության կապը ալիքատարի և ծածկույթի նյութերի մեխանիկական հատկությունների միջև:

Изучается задача распространения крутильных волн в случае, когда упругий цилиндрический волновод имеет тонкостенное покрытие. Определена зависимость скорости распространения крутильных волн от механических свойств волновода и покрытия.

Библиогр.: 4 назв.

The problem of torsional wave propagation when an elastic cylindric waveguide has a thin coating is studied. The dependence of torsional wave propagation velocity on mechanical properties of waveguide and coating materials is determined.

Ref. 4.

Вопросам распространения упругих волн в слоистых средах посвящено много работ, среди которых можно отметить [1, 3, 4]. Целью работы является задача распространения крутильных волн в упругом цилиндрическом волноводе, когда на поверхности волновода имеется упругое покрытие малой толщины. Определена зависимость скорости распространения крутильных волн от физико-механических свойств материалов волновода и покрытия.

Пусть в цилиндрической системе координат (r, φ, z) ось z направлена по образующей волновода, внешняя поверхность r=a+h которого свободна от напряжений, где a — радиус, h — толщина упрочняющего упругого слоя волновода. Уравнение движения можно получить из общих уравнений в перемещениях в цилиндрической системе координат [2]:

$$\mu\left(\nabla^2 U_r - \frac{U_r}{r^2} - \frac{2}{r^2}\frac{\partial U_\varphi}{\partial \varphi}\right) + (\lambda+\mu)\frac{\partial e}{\partial r} - \rho \ddot{U}_r + X_r = 0,$$

$$\mu\left(\nabla^2 U_\varphi - \frac{U_\varphi}{r^2} + \frac{2}{r^2}\frac{\partial U_r}{\partial \varphi}\right) + (\lambda+\mu)\frac{1}{r}\frac{\partial e}{\partial \varphi} - \rho \ddot{U}_\varphi + X_\varphi = 0, \qquad (1)$$

$$\mu\nabla^2 U_z + (\lambda+\mu)\frac{\partial e}{\partial z} - \rho \ddot{U}_z + X_z = 0,$$

где λ, μ — упругие постоянные Ламе материала волновода; U_r, U_φ, U_z — компоненты вектора перемещения; ρ — плотность,

$$e = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rU_r) + \frac{1}{r}\frac{\partial U_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial U_z}{\partial z}, \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2},$$

X_r, X_φ, X_z — компоненты массовых сил.

Составляющие тензора напряжения выражаются по формулам

$$\sigma_{rr}=2\mu\frac{\partial U_r}{\partial r}+\lambda e,\qquad \sigma_{\varphi\varphi}=2\mu\left(\frac{U_r}{r}+\frac{1}{r}\frac{\partial U_\varphi}{\partial\varphi}+\lambda e\right),$$
$$\sigma_{rz}=\mu\left(\frac{\partial U_z}{\partial r}+\frac{\partial U_r}{\partial z}\right),\qquad \sigma_{\varphi z}=\mu\left(\frac{\partial U_\varphi}{\partial z}+\frac{1}{r}\frac{\partial U_z}{\partial\varphi}\right),\tag{2}$$
$$\sigma_{zz}=2\mu\frac{\partial U_z}{\partial z}+\lambda e,\qquad \sigma_{r\varphi}=\mu\left(\frac{\partial U_\varphi}{\partial z}-\frac{U_\varphi}{r}+\frac{1}{r}\frac{\partial U_r}{\partial\varphi}\right).$$

Предположим, что

$$U_r=0,\ U_z=0,\ U_\varphi=U_\varphi(r,z).\tag{3}$$

При отсутствии массовых сил: $X_r=X_\varphi=X_z=0$ с учетом (3) из системы (1) остается второе однородное уравнение, которое принимает вид

$$\mu\left(\frac{\partial^2U_\varphi}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial U_\varphi}{\partial r}-\frac{1}{r^2}U_\varphi+\frac{\partial^2U_\varphi}{\partial z^2}\right)=\rho\ddot{U}_\varphi.\tag{4}$$

При этом напряжения с учетом (3) определяются по формулам

$$\sigma_{rr}=0,\ \sigma_{\varphi\varphi}=0,\ \sigma_{rz}=0,\ \sigma_{zz}=0,$$
$$\sigma_{r\varphi}=\mu\left(\frac{\partial U_\varphi}{\partial r}-\frac{U_\varphi}{r}\right),\ \sigma_{\varphi z}=\mu\frac{\partial U_\varphi}{\partial z}.\tag{5}$$

В области $a<r<a+h$, занимаемой упрочняющим слоем, дифференциальное уравнение движения представим в виде [3, 4]

$$\mu_1\frac{\partial^2U_{\varphi1}}{\partial z^2}+\frac{\partial\sigma_{r\varphi1}}{\partial r}+\frac{2}{r}\sigma_{r\varphi1}=\rho_1\ddot{U}_{\varphi1},\tag{6}$$

где μ_1 и ρ_1 — модуль сдвига и плотность материала слоя; $\sigma_{r\varphi1}$, $U_{\varphi1}$ — напряжение и перемещение точки слоя, которые удовлетворяют выражениям (2).

Граничные условия для уравнений (4) и (6) выражают предположение о том, что внешняя поверхность волновода свободна от напряжений:

$$\sigma_{rr}=0,\ \sigma_{r\varphi}=0,\ \sigma_{rz}=0,\tag{7}$$

а на поверхности контакта $r=a$ компоненты перемещения и напряжений равны

$$U_\varphi=U_{\varphi1},\ \sigma_{r\varphi}=\sigma_{r\varphi1},\ \sigma_{rr}=\sigma_{rr1},\ \sigma_{rz}=\sigma_{rz1}.\tag{8}$$

Условия (7) и (8) с учетом (5) принимают вид

$$\sigma_{r\varphi}=0 \text{ при } r=a+h,\tag{9}$$

$$U_\varphi=U_{\varphi1},\ \sigma_{r\varphi}=\sigma_{r\varphi1} \text{ при } r=a.\tag{10}$$

Предположим теперь, что толщина слоя мала по сравнению с радиусом, т.е. $h/a<<1$. Согласно этому можно принять, что U_φ не меняется по толщине слоя, а касательное напряжение меняется по линейному закону [3]

$$\sigma_{r\varphi 1}=\sigma_{1\varphi}(a)\cdot\frac{1}{h}\left[-r+(a+h)\right], \tag{11}$$

где $\sigma_{1\varphi}(a)$ — значение $\sigma_{r\varphi 1}$ при $r=a$, которое с учетом (10) равно значению контактного напряжения $\sigma_{r\varphi}$ при $r=a$.

Уравнение (6) можно интегрировать по r в переделах от a до $a+h$, что в силу принятых предположений даст

$$\mu_1 h\frac{\partial^2 U_\varphi}{\partial z^2}-\left(1-\frac{2h}{a}\right)\sigma_{r\varphi}(a)=\rho_1 h\ddot{U}_\varphi \text{ при } r=a.$$

Подставляя вместо $\sigma_{1\varphi}(a)$ его значение из (5), получим граничное условие для функции U_φ:

$$\left(1-\frac{2h}{a}\right)\mu\left(\frac{\partial U_\varphi}{\partial r}-\frac{U_\varphi}{r}\right)=h\left(\mu_1\frac{\partial^2 U_\varphi}{\partial z^2}-\rho_1\ddot{U}_\varphi\right). \tag{12}$$

Представляя теперь решение (4) в виде гармонической волны с частотой ω: $U_\varphi=R(r)\cdot Z(z)\cdot e^{i\omega t}$, получим для неизвестных функций $R(r)$ и $Z(z)$ следующие уравнения:

$$\frac{d^2R}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{dR}{dr}+\left(\beta^2-\frac{1}{r^2}\right)R=0, \tag{13}$$

$$\frac{d^2Z}{dz^2}-\left(\beta^2-\frac{\omega^2}{c_2^2}\right)Z=0, \tag{14}$$

где $c_2^2=\mu/\rho$ — скорость сдвиговых волн.

Частное решение (13), которое не имеет особенностей при $r\to 0$, выражается через функцию Бесселя J_1, вследствие чего граничное условие (12) приводится к следующему дисперсионному уравнению:

$$\mu\left(1-\frac{2h}{a}\right)\left[(\beta a)J_0(\beta a)-2J_1(\beta a)\right]=ah\left[\mu_1\left(\beta^2-\frac{\omega^2}{c_2^2}\right)+\rho_1\omega^2\right]J_1(\beta a). \tag{15}$$

Из дисперсионного уравнения (15) для каждого значения частоты ω можно найти соответствующее бесконечное множество значений βa.

Уравнение (15) удобно представить в виде

$$(\beta a)J_0(\beta a)-2J_1(\beta a)=\frac{a^2\delta}{1-2\delta}\left(\frac{\rho_1}{\rho}K_2^2-\frac{\mu_1}{\mu}K^2\right)J_1(\beta a), \tag{16}$$

где

$$\delta=\frac{h}{a},\ \beta=\left(K_2^2-K^2\right)^{1/2},\ K_2=\frac{\omega}{c_2},\ K=\frac{\omega}{c}.$$

c — скорость распространения крутильных волн.

Рассмотрим предельный случай, когда радиус a мал по сравнению с длиной волны. В этом случае можно воспользоваться разложением $J_0(\beta a)$ и $J_1(\beta a)$ в бесконечные ряды и сохранить в них первые два члена

$$J_0(\beta a) \approx 1 - \frac{1}{4}(\beta a)^2, \quad J_1(\beta a) \approx \frac{\beta a}{2}\left[1 - \frac{1}{8}(\beta a)^2\right]. \tag{17}$$

Подставляя (17) в (16), получим для нулевого приближения $\beta = 0$ значение скорости распространения крутильных волн $c = c_2$, а для первого приближения

$$c = \left(\mu + \frac{4\delta}{1-2\delta}\mu_1\right)^{1/2} \cdot \left(\rho + \frac{4\delta}{1-2\delta}\rho_1\right)^{-1/2}. \tag{18}$$

Расчетная формула (18) позволяет для различных значений физических и геометрических параметров задачи легко определить скорость распространения крутильных волн. Заметим, что в частных случаях, когда $\delta \to 0$ или $\rho_1 \to 0$ и $\mu_1 \to 0$, из (18) следует, что $c = c_2$.

Таким образом, при тонкостенном покрытии с достаточной точностью может быть оценено влияние степени неоднородности составного волновода на скорость распространения крутильных волн, что указывает на возможность применения полученных результатов в волоконно-оптических системах связи.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Бреховских Л.М.** Волны в слоистых средах. - М.: Изд-во АН СССР, 1957. - 502 с.
2. **Новацкий В.** Теория упругости. - М.: Мир, 1975. - 872с.
3. **Белубекян М.Б.** О поверхностных волнах Лява в случае композиционного слоя // Актуальные проблемы неоднородной механики: Сб. ст. - Ереван: Изд-во ЕГУ, 1991. - С. 66-71.
4. **Белубекян М.В., Овсепян В.В.** Задача типа Лява для цилиндрической полости // Акуст. журн. -1993. Т. 39. Вып. 2. - С. 370-373.

ГИУА. Нац. Техн. Ун. - т Афины

28.02. 1997

Изв. НАН и ГИУ Армении (сер. ТН), т. L, № 2, 1997, с. 76 - 80.

УДК 629.114.3.073.286

МАШИНОСТРОЕНИЕ

А.С. БУДАГЯН, В.В. ЖАМКОЧЯН

УЛУЧШЕНИЕ ТОПЛИВНОЙ ЭКОНОМИЧНОСТИ И ЭФФЕКТИВНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ АВТОТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ БОЛЬШОЙ ГРУЗОПОДЪЕМНОСТИ ПРИ КОНКРЕТНЫХ УСЛОВИЯХ ЭКСПЛУАТАЦИИ

Հետազոտության օբյեկտ են մեծ բեռնունակության մայրուղային ավտոգնացքները: Մշակված է որոշակի ուղեգծով շարժման մոտարկումային մաթեմատիկական մոդել և մեթոդաբանություն, ինչը հնարավորություն է ընձեռում շահագործման ճանապարհային պայմաններից կախված իրականացնել միջոցառումներ և հանձնարարականներ դրանց վառելիքային խնայողականությունը և օգտագործման արդյունավետությունը լավացնելու նպատակով: Ներկայացված են ավտոգնացքների ընդհանուր տեխնիկական պարամետրերի և