4. **Хачатрян В.С., Этмекчян Э.А., Бадалян Г.А.** Новый метод коррекции установившегося режима при изменении пассивных параметров электрической системы // Известия НАН Армении и ГИУА. Серия ТН. - 1996. - № 2. - С. 80-84.
5. **Хачатрян В.С.** Решение уравнений установившихся режимов больших электрических систем с применением метода декомпозиции // Электричество. - 1976. - № 6. - С. 12-19.
6. **Лисеев М.С., Шарофидинов Х.Х.** Коррекция режима электроэнергетической системы для устранения перегрузок передающих элементов // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. - 1988. - № 2. С. 71-79.

ГИУА 7.01.1997

Изв. НАН и ГИУ Армении (сер. ТН), т. L, № 1, 1997, с. 24 - 29.

УДК 621.311.001.24:002.6 ЭНЕРГЕТИКА

В.П. АРАКЕЛЯН, К.В. ХАЧАТРЯН, Х. ИСЛАМ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕЖИМНЫХ ПАРАМЕТРОВ НЕНАБЛЮДАЕМОЙ ЧАСТИ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Առաջին անգամ կառուցվում է ԷԷՀ-ի անկախ կայանների հանգույցների կայունացված մաթեմատիկական մոդել: Համաձայն անվանական տվյալների դրանք ներկայացվում են որպես համալիր հաղորդականություններ և որպես անկյունագծային տարրեր ընդգրկվում են մատրիցում: Ստացված ոչ գծային հանրահաշվական հավասարումների համակարգը լուծելով Նյուտոն-Ռաֆսոնի մեթոդով՝ ստացվում են դիտելի կայանային հանգույցների համալիր լարումներ, այնուհետև որոշվում ոչ դիտելի բեռային հանգույցների համալիր լարումները:

Построена математическая модель установившегося режима относительных независимых станционных узлов ЭЭС. На основании номинальных данных нагрузочных узлов они представлены в виде комплексных проводимостей и в качестве диагональных элементов вводятся в Y матрицу. Определяются комплексные напряжения наблюдаемых станционных узлов, а также ненаблюдаемых нагрузочных узлов при решении полученной системы нелинейных алгебраических уравнений методом Ньютона-Рафсона.

Библиогр.: 6 назв.

A mathematical model of relative independent stational electric power system units in steady-state conditions has been built. Based on nominal data the loads are represented in the form of complex conductances. As diagonal elements they are introduced into Y-array. Complex voltages of observable stational units as well as nonobservable loading nodes are specified for solving the obtained simultaneous nonlinear algebraic equations by means of the Newton-Rafson method.

Ref. 6.

В связи с появлением современных больших электроэнергетических систем (ЭЭС) резко возрастают границы их расположения. При этом получение необходимой информации для их управления практически становится трудно реализуемым [1 - 4]. Это приводит к тому, что ЭЭС становится не полностью наблюдаемой и, следовательно, не полностью управляемой.

С целью получения необходимой информации требуется осуществление соответствующих измерений и их передачи в диспетчерскую службу для реализации требуемого управления. Данное мероприятие связано не только с техническими затруднениями, но и с большими затратами. Серьезное затруднение также возникает при хранении большого объема исходной информации в памяти цифровых вычислительных машин. При решении задач из области больших ЭЭС применяются методы, минимизирующие объем информации, вводимой в память вычислительной машины для решения соответствующих задач [5]. Исследование показывает, что перспективным направлением для сокращения объема исходной информации является построение соответствующей математической модели, срабатывающей при наличии любого количества информации для решения поставленной задачи [6].

В данной работе рассматривается задача расчета установившегося режима, когда известна структура исследуемой ЭЭС, заданы только два режимных параметра по станционным узлам и необходимо определить ее состояние.

При этом ЭЭС является топологически наблюдаемой, одни районы являются наблюдаемыми (узлы электрических станций), другие районы – ненаблюдаемыми (узлы нагрузок). Необходимо определить состояние ЭЭС, т.е. параметры установившегося режима.

Состояние ЭЭС можно установить на основании Y-формы уравнения установившегося режима, представленной в матричной записи:

$$\dot{I} = Y\dot{U}, \tag{1}$$

где $\dot{I}$ – многомерный вектор комплексных токов независимых узлов; $\dot{U}$ – многомерный вектор комплексных напряжений независимых узлов относительно напряжения базисного узла; Y - неособенная квадратная матрица узловых комплексных проводимостей независимых узлов относительно базисного узла.

Выберем следующую систему индексов: для станционных узлов m(n)=0,...,2,...,Г; для нагрузочных узлов K(l)=Г+1,Г+2,...,Г+Н=М. Можно заметить, что исследуемая ЭЭС состоит из (Г+1) станционных и K нагрузочных узлов, т.е. из (М+1) узлов, и после выбора в качестве базисного станционного узла с индексом "0" она будет состоять из М независимых узлов.

При этом матричное уравнение (1) в развернутой форме имеет вид

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_m \\ \dot{I}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{mm} & Y_{mk} \\ Y_{km} & Y_{kk} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{U}_{m0} \\ \dot{U}_{k0} \end{bmatrix} \tag{2}$$

Здесь $\dot{I}_m$, $\dot{I}_k$ – многомерные векторы комплексных токов наблюдаемых независимых станционных и ненаблюдаемых нагрузочных узлов соответственно; $\dot{U}_{m0}$, $\dot{U}_{k0}$ – многомерные векторы комплексных напряжений тех же узлов относительно напряжения наблюдаемого станционного узла; Y_{mm}, Y_{kk} – квадратные подматрицы собственных и взаимных комплексных сопротивлений между станционными и нагрузочными узлами соответственно; Y_{mk}, Y_{km} – взаимные комплексные сопротивления между станционными и нагрузочными узлами. Поскольку

ЭЭС принимает топологическую наблюдаемость, это означает, что указанные четыре подматрицы являются известными.

Для получения математической модели, характеризующей состояние наблюдаемой части ЭЭС, необходимо из (2) исключить режимные параметры ненаблюдаемых нагрузочных узлов. Пользуясь номинальными данными нагрузок, их можно представить в виде комплексных проводимостей:

$$\dot Y_{нк} = \frac{\overset{*}{S}_{нк}}{U^2_{нк}} = \frac{P_{нк} - jQ_{нк}}{U^2_{нк}}, \qquad (3)$$

где индекс "Н" — от слова "нагрузка", а "К" — номер данной нагрузки. Если ввести выражение (3) в матрицу узловых проводимостей уравнения (2), получим

$$\begin{bmatrix} \dot I_m \\ \dot I_{нк} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{mm} & Y_{mk} \\ Y_{km} & Y^н_{kk} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot U_{m0} \\ \dot U^н_{k0} \end{bmatrix}, \qquad (4)$$

где

$$Y^н_{kk} = Y_{kk} + \mathrm{diag}(Y_{нк}). \qquad (5)$$

Представим матричное уравнение (4) в гибридной форме:

$$\begin{bmatrix} \dot I_m \\ \dot U^н_{k0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{mm} - Y_{mk} Z^н_{kk} Y_{km} & Y_{mk} Z^н_{kk} \\ -Z^н_{kk} Y_{km} & Z^н_{kk} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot U_{m0} \\ \dot I_{нк} \end{bmatrix}. \qquad (6)$$

Если ввести обозначения

$$Y_{m,n} = Y_{mk} Z^н_{kk} Y_{km},$$

$$\dot A_{m,k} = Y_{mk} Z^н_{kk},$$

$$\dot B_{k,m} = -Z^н_{kk} Y_{km}, \quad Z^н_{kk} = Z^*_{kk},$$

то матричное уравнение (6) примет следующий вид:

$$\begin{bmatrix} \dot I_m \\ \dot U^н_{k0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{mm} & \dot A_{m,k} \\ \dot B_{k,m} & Z^н_{kk} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot U_{m0} \\ \dot I^н_k \end{bmatrix}. \qquad (7)$$

Предположим, что $Y^н_{kk}$ были подсчитаны при строгом существовании установившегося режима, но не на основании номинальных величин. Тогда после введения комплексных проводимостей в Y-матрицу узловых проводимостей в качестве диагональных элементов нагрузочные узлы превратятся в пассивные, и матричное уравнение (7) примет вид:

$$\begin{bmatrix} \dot I_m \\ \dot U^н_{k0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{m,n} & \dot A_{m,k} \\ \dot B_{k,m} & Z^н_{kk} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot U_{m0} \\ 0 \end{bmatrix}. \qquad (8)$$

Из (8) можем написать

$$\dot I_m = Y_{m,n} \dot U_{n0}, \qquad (9)$$

$$\dot U^н_{k0} = \dot B_{k,m} \dot U_{m0}. \qquad (10)$$

Если определить столбцевую матрицу $\dot U_{m0}$, то с помощью матричного выражения (10) можно определить искомый вектор $\dot U^н_{k0}$.

Представим матричное уравнение (9) в алгебраической форме:

$$\dot{I}_m = \dot{I}_{Бm} + \sum_{n=1}^{Г} Y_{m.n}\dot{U}_n \,. \tag{11}$$

где

$$\dot{I}_{Бm} = -\sum_{n=1}^{Г} Y_{m.n}\dot{U}_0 \,. \tag{12}$$

При переходе из узловых комплексных токов к узловым комплексным мощностям уравнение (11) принимает вид

$$P_{m} - jQ_m = \dot{I}_{Бm}\hat{U}_m + \sum_{n=1}^{Г} Y_{m.n}\dot{U}_n\hat{U}_m . \tag{13}$$

или

$$\begin{cases} P_m = P_{Бm} + \sum\limits_{n=1}^{Г}[g_{m.n}(U'_m U'_n + U''_m U''_n) + h_{m.n}(U''_m U'_n - U'_m U''_n)]; \\ Q_m = Q_{Бm} + \sum\limits_{n=1}^{Г}[g_{m.n}(U''_m U'_n - U'_m U''_n) - b_{m.n}(U'_m U'_n + U''_m U''_n)], \end{cases} \tag{14}$$

где

$$\begin{cases} P_{Бm} = -\sum\limits_{n=1}^{Г}(g_{m.n}U'_m + b_{m.n}U''_m)U_0; \\ Q_{Бm} = -\sum\limits_{n=1}^{Г}(g_{m.n}U''_m - b_{m.n})U_0 . \end{cases} \tag{15}$$

Представим систему уравнений (14) в следующей компактной форме:

$$\begin{cases} \Phi_{pm} = P_m - [P_{Бm} + \varphi_{pm}(U'_n, U''_n)] = 0; \\ \Phi_{qm} = Q_m - [Q_{Бm} + \varphi_{qm}(U'_n, U''_n)] = 0, \end{cases} \tag{16}$$

где

$$\begin{cases} \varphi_{pm}(U'_n, U''_n) = \sum\limits_{n=1}^{Г}[g_{m.n}(U'_m U'_n + U''_m U''_n) + h_{m.n}(U''_m U'_n - U'_m U''_n)], \\ \varphi_{qm}(U'_n, U''_n) = \sum\limits_{n=1}^{Г}[g_{m.n}(U''_m U'_n - U'_m U''_n) - b_{m.n}(U'_m U'_n + U''_m U''_n)]. \end{cases} \tag{17}$$

Систему уравнений (16) представим в виде системы неявных векторных уравнений:

$$\begin{cases} \Phi_{pm}(U'_n, U''_n) = 0, \\ \Phi_{qm}(U'_n, U''_n) = 0. \end{cases} \tag{18}$$

Система (18) получена впервые и является системой нелинейных алгебраических уравнений наблюдаемой части ЭЭС, написанной относительно независимых станционных узлов.

Система уравнений (18) имеет порядок 2Г, и ее целесообразно решить методом Ньютона-Рафсона. Если предположим, что независимые станционные узлы являются узлами типа P-Q, то рекуррентное выражение для решения системы нелинейных алгебраических уравнений (18) относительно составляющих U'_m, U''_m, вытекающее из метода Ньютона-Рафсона, имеет следующий вид:

$$\begin{bmatrix} U'_m \\ U''_m \end{bmatrix}^{И+1} = \begin{bmatrix} U'_m \\ U''_m \end{bmatrix}^{И} - \begin{bmatrix} \dfrac{\partial \Phi_{pm}}{\partial U'_n} & \dfrac{\partial \Phi_{pm}}{\partial U''_n} \\ \dfrac{\partial \Phi_{qm}}{\partial U'_n} & \dfrac{\partial \Phi_{qm}}{\partial U''_n} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} \Phi_{pm}(U'_n, U''_n) \\ \Phi_{qm}(U'_n, U''_n) \end{bmatrix}, \qquad (19)$$

где И — номер итерации.

Как видно, для решения поставленной задачи согласно выражению (19) необходимо на каждой итерации лишь обратить матрицу Якоби порядка 2Г, что не вызывает никаких затруднений. Это обстоятельство вызвано тем, что нагрузки в виде комплексных проводимостей введены в диагональные элементы Y-матрицы. При этом пренебрегаются уравнительные токи нагрузочных узлов.

Для организации соответствующего итерационного процесса необходимо получить аналитические выражения частных производных, входящих в матрицу Якоби.

При одинаковых индексах, т.е. когда n=m, имеем

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Phi_{pm}}{\partial U'_m} &= -\left[-\sum_{n=1}^{Г} g_{m,n} U_0 + \sum_{n=1}^{Г} (g_{m,n} U'_n - b_{m,n} U''_n)\right]; \\
\frac{\partial \Phi_{pm}}{\partial U''_m} &= -\left[-\sum_{n=1}^{Г} b_{m,n} U_0 + \sum_{n=1}^{Г} (g_{m,n} U''_n + b_{m,n} U'_n)\right]; \\
\frac{\partial \Phi_{qm}}{\partial U'_m} &= -\left[\sum_{n=1}^{Г} b_{m,n} U_0 - \sum_{n=1}^{Г} (g_{m,n} U''_n + b_{m,n} U'_n)\right]; \qquad (20) \\
\frac{\partial \Phi_{qm}}{\partial U''_m} &= -\left[-\sum_{n=1}^{Г} g_{m,n} U_0 + \sum_{n=1}^{Г} (g_{m,n} U'_n + b_{m,n} U''_n)\right].
\end{aligned}$$

При разных индексах, т.е. когда n≠m, имеем

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Phi_{pm}}{\partial U'_n} &= -(g_{m,n} U'_m + b_{m,n} U''_m), \\
\frac{\partial \Phi_{pm}}{\partial U''_n} &= -(g_{m,n} U''_m - b_{m,n} U'_m), \\
\frac{\partial \Phi_{qm}}{\partial U'_n} &= -(g_{m,n} U''_m - b_{m,n} U'_m), \qquad (21) \\
\frac{\partial \Phi_{qm}}{\partial U''_n} &= -(-g_{m,n} U'_m - b_{m,n} U''_m).
\end{aligned}$$

Имея аналитические выражения частных производных, входящих в матрицу Якоби рекуррентного выражения (19), можно перейти к описанию вычислительного алгоритма для организации итерационного процесса с целью решения численных примеров.

1. Устанавливая предварительное численное значение Y^{H}_{n}, строится численная (Y-Z)-матрица.

2. Принимая $U'_1 = U'_2 = \ldots = U'_r = U_0$ и $U''_1 = U''_2 = \ldots U''_r = 0$, вычисляются численные значения частных производных, входящих в матрицу Якоби выражения (19).

3. Осуществляется первая итерация и определяются новые значения U'_n и U''_n и, следовательно, $\dot{U}_m = U'_m + jU''_m$ или $\dot{U}_n = U'_n + jU''_n$.

4. На основе выражения (10) определяется $\bar{U}_{НК}$, т.е. комплексные напряжения ненаблюдаемых нагрузочных узлов.

5. Вычисляются новые численные значения Y^{H}_{K}. Вводя их в подматрицу, снова строится (Y-Z)-матрица с численными элементами.

6. Повторяются пункты 2-4, и итерационный процесс считается завершенным, если обеспечиваются следующие условия:

$$
\begin{aligned}
\Phi_{pm} &= P_m - [P_m + \varphi_{pm}(U'_n, U''_n)] \le \Delta\Phi_{pm}, \\
\Phi_{qm} &= Q_m - [Q_{Бm} + \varphi_{qm}(U'_n, U''_n)] \le \Delta\Phi_{qm},
\end{aligned}
\tag{22}
$$

где $\Delta\Phi_{pm}$ и $\Delta\Phi_{qm}$ — заданные положительные величины, которые характеризуют точность установления текущих значений активных и реактивных мощностей независимых станционных узлов.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Богданов В.А.** Информационная модель электрической сети автоматизированной системы диспетчерского управления // Электричество. - 1973. - № 5. - С. 1 - 7.
2. **Гамм А. З., Голуб И.И., Кессельман Д.Я.** Наблюдаемость электроэнергетических систем // Электричество. - 1975. - № 1. - С. 1-7.
3. **Гамм А.З.** Статические методы оценивания состояния электроэнергетической системы. - М.: Наука, 1976. - 219 с.
4. **Clements K.A., Krumpholz G.R., Dewis P.W.** Power System Observability: a practical algorithm using network topology // IEEE Trans. PAS. - 1980. № 4. - p. 1534 - 1542.
5. **Хачатрян В.С., Балабекян М.А.** Автоматизация разбивки больших систем на радиально связанные оптимальные подсистемы // Электричество. - 1977. - № 9. - С. 15 - 20.
6. **Мельников Н.А., Молохия И.М.** Возможности сокращения объема информации для определения рабочего режима электрической сети // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. - 1969. - № 1. - С. 143 - 147.

ГИУА 10.03.1997