на 2 С. с вытекающими отсюда последствиями для показателей работы энергоблока.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кулоян Л.Т., Марухян В.З., Оганесян Л.С.* Интенсификация работы конденсационно-охладительной установки // Изв. вузов. Энергетика. - 1981. №1 - С. 53-60.
2. *Кулоян Л.Т., Марухян В.З., Оганесян Л.С.* Экспериментальное исследование конденсационно-охладительной установки с предварительным увлажнением воздуха // Изв. вузов. Энергетика. - 1983. - № 1 - С. 80-86.

ГИУА 10.IX.1995

Изв. НАН и ГИУ Армении (сер. ТН), т. XLIX, №2, 1995, с. 97-100.

УДК 621.396.671

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

М.А. АРАМЯН

РАСЧЕТ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ НЕОДНОРОДНЫХ СИСТЕМ С НЕОДНОРОДНЫМИ ВКЛЮЧЕНИЯМИ

Դիտարկվում են դիսպերսային համակարգեր, որոնց գնդաձև և գլանաձև ներառումները պատված են թաղանթով: Վեկտորական դաշտի թեորեմի հիման վրա հաշվարկված են իրական համակարգի և դրա մոդելի էներգիաները և այդ էներգիաների հավասարությունից որոշվում է խառնուրդի ε դիէլեկտրիկական թափանցելիության միջին արժեքը: Դիպոլային փոխազդեցությունները հաշվի առնելու դեպքում առաջարկված են ε-ի հաշվարկի նոր բանաձևեր:

Рассматриваются дисперсные системы, сферические и цилиндрические включения, покрытые пленкой. На основе теоремы векторного поля рассчитываются энергии реальной системы и ее модели. Из равенства этих энергии вычисляется усредненное значение диэлектрической проницаемости ε смеси. При учете дипольного взаимодействия получены новые формулы для расчета ε.

Библиогр.: 6 назв.

Dispersion systems, spherical and cylindrical inclusions covered with films are considered in this paper. On the basis of the vector field theorem the real system energies and its model are designed. From equality of this energies the average value of ε mixing permittivity is calculated. New formulas for ε design are obtained by dipole interaction.

Ref. 6.

Структура неоднородных систем весьма сложна, а расчет электрического поля и вычисление усредненных (интегральных) параметров таких систем, за редким исключением, производят приближенными методами. Если теория расчета поля в двухкомпонентных средах и вычисление средних параметров смесей достигли достаточного уровня [1-3], то задача для неоднородных сред с неоднородными включениями пока не получила своего удовлетворительного решения. Такими средами являются суспензии, в которых инородные частицы покрыты пленкой. Расчет поля в таких средах и вычисление их усредненных параметров представляют значительный интерес при изучении свойств биологических клеток.

В статье предлагается метод расчета усредненного параметра неоднородной среды с неоднородными включениями. С использованием теоремы векторного поля и нового определения интегрального параметра смесей [4...6] дается расчет указанных параметров суспензий, который в первом приближении совпадает с теорией Паули и Швана [3].

Предположим, имеем сферическую частицу радиусом r_1 и диэлектрической проницаемостью (ДП) ε_1, покрытую пленкой толщиной $h = r_2 - r_1$ с ДП ε_2. Диэлектрическая проницаемость дисперсионной среды равна ε_3, а приложенное внешнее поле с напряженностью $\bar{E}_0$ однородное. Пусть неоднородные включения расположены в узлах пространственной кубической решетки. Вначале предположим, что объемная концентрация сферических неоднородных частиц мала и пренебрегается взаимодействием частиц. Выделим из дисперсной системы физически бесконечно малый объем V_0 радиусом R_0, в котором помещены n неоднородных частиц. Производя в объеме V_0 лоренцово усреднение, получим эквивалентную систему, в которой внутри объема V_0 имеем уже n однородных сферических частиц радиусом r_2 с ДП ε_{12}. Назовем эту систему промежуточной. Теперь реальную среду и промежуточную модель (в объеме V_0 имеются сферические однородные включения) поочередно поместим в дисперсионную среду с ДП ε_2. В соответствии с [4, 5] энергия покрытых пленкой диэлектрических n частиц, помещенных в поле $\bar{E}_0$, будет равна

$$W_1 + W_2 = \frac{1}{2}(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)nV_1\bar{E}_0\bar{E}_1 , \qquad (1)$$

а для модели -

$$W_{12} = \frac{1}{2}(\varepsilon_2 - \varepsilon_{12})nV_{12}\bar{E}_0\bar{E}_{12} , \qquad (2)$$

где $\bar{E}_1$, $\bar{E}_{12}$ - соответственно напряженность внутри внутренней и однородной сферической частиц с ДП ε_1 и ε_{12}; V_1, V_{12} - объемы этих частиц.

Так как взаимодействием частиц пренебрегаем, то они находятся под воздействием внешнего однородного поля $\bar{E}_0$. В соответствии с [4, 5] имеем

$$\bar{E}_1 = 3\varepsilon_2\bar{E}_0 / (\varepsilon_1 + 2\varepsilon_2), \quad \bar{E}_{12} = 3\varepsilon_2\bar{E}_0 / (\varepsilon_{12} + 2\varepsilon_2) \qquad (3)$$

Используя предложенное в [4, 5] определение интегральных параметров смесей и совместно решая (1) - (3), получаем

$$(\varepsilon_2 - \varepsilon_{12}) / (2\varepsilon_2 + \varepsilon_{12}) = f_1(\varepsilon_2 - \varepsilon_1) / (2\varepsilon_2 + \varepsilon_1) , \qquad (4)$$

где $f_1 = (r_1 / (r_1 + h))^3$.

Из промежуточной модели выделим сферическую область радиусом R_0, которая включает в себя n однородных частиц радиусом $r_1 = r_{12}$ с ДП ε_{12}. Производя аналогичное усреднение в физически малом объеме V_0, получим модель, эквивалентную реальной дисперсионной среде, в которой обьем V_0 представляет собой однородную среду с неизвестной ДП ε. Эти промежуточную и окончательную модели поочередно внесем в дисперсионную среду, диэлектрическая проницаемость которой равна ε_1. Энергия промежуточной модели W_{12} в поле $\bar{E}_0$ будет равна

$$W_{12} = \frac{1}{2}\left(\varepsilon_1 - \varepsilon_{12}\right) n V_{12} \bar{E}_0 \bar{E}_{12}, \tag{5}$$

а энергия W последней модели –

$$W = \frac{1}{2}\left(\varepsilon_1 - \varepsilon\right) V_0 \bar{E}_0 \bar{E}, \tag{6}$$

где

$$\bar{E}_{12} = 3\varepsilon_1 \bar{E}_0 / (\varepsilon_{12} + 2\varepsilon_1), \quad \bar{E} = 3\varepsilon_1 \bar{E}_0 / (\varepsilon + 2\varepsilon_1). \tag{7}$$

Приравнивая (5) и (6), с учетом (7) получаем

$$(\varepsilon_1 - \varepsilon) / (2\varepsilon_1 + \varepsilon) = f_{12} (\varepsilon_1 - \varepsilon_{12}) / (2\varepsilon_1 + \varepsilon_{12}), \tag{8}$$

где $f_{12} = nV_{12} / V_0$, а ε_{12} определяется из (4). Подставляя ε_{12} в (8), получаем формулу расчета усредненного значения ε реальной дисперсной системы, совпадающую с [3].

Рассмотрим ту же задачу, но при достаточно больших концентрациях включений, когда учет взаимодействия частиц необходим. В этом случае включения поляризуются полем Лоренца, и определяемые по (3) и (7) напряженности $\bar{E}_1$ и $\bar{E}_{12}$ имеют значения [4,5]:

$$\bar{E}_1 = \frac{3\varepsilon_2 \bar{E}_0}{2\varepsilon_2 + \varepsilon_1 - f_1(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}, \quad \bar{E}_{12} = \frac{3\varepsilon_2 \bar{E}_0}{2\varepsilon_2 + \varepsilon_1 - f_{12}(\varepsilon_{12} - \varepsilon_2)}, \tag{9}$$

где $f_{12} = nV_{12} / V_0$.

Приравнивая энергии (1) и (2) с учетом (9), вместо (4) получаем

$$\varepsilon_{12} = \varepsilon_2 \frac{\varepsilon_1 + 2\varepsilon_2 + f_1(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) + f_{11} f_{12}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{\varepsilon_1 + 2\varepsilon_2 - 2f_1(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) + f_{11} f_{12}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}. \tag{10}$$

Теперь при расчете энергии (5) промежуточной модели, помещенной в дисперсионную среду с ДП ε_3, значение напряженности $\bar{E}_{12}$ определяется по (9) заменой ε_2 на ε_3. Совместно решая (5), (6) и (9), для ε суспензии получаем

$$\varepsilon = \varepsilon_3 \frac{\varepsilon_{12} + 2\varepsilon_3 + f_{12}(\varepsilon_{12} - \varepsilon_3)}{\varepsilon_{12} + 2\varepsilon_3 - 2f_{12}(\varepsilon_{12} - \varepsilon_3)}, \tag{11}$$

при этом ε_{12} определяется по (10). Подставив ε_{12} в (11), получим новую формулу, точность которой выше точности формулы Паули и Швана, так как она выведена с учетом дипольных взаимодействий. Это подтверждается также результатами, полученными при рассмотрении аналогичных задач, но с включениями без покрытий [6].

Если включения - соосные цилиндры, расположенные регулярно, оси которых перпендикулярны направлению внешнего поля $\bar{E}_0$, то без учета дипольного взаимодействия напряженности внутри цилиндрических включений вместо (3) имеют вид

$$\bar{E}_1 = 2\varepsilon_2\bar{E}_0 / (\varepsilon_1 + \varepsilon_2), \quad \bar{E}_{12} = 2\varepsilon_2\bar{E}_0 / (\varepsilon_{12} + \varepsilon_2) . \qquad (12)$$

При вычислении $\bar{E}_1$ и $\bar{E}_{12}$ было принято, что напряженность $\bar{E}_0$ направлена по оси x. Производя аналогичные расчеты для неоднородных сферических частиц, получим

$$(\varepsilon_2 - \varepsilon_{12}) / (\varepsilon_2 + \varepsilon_{12}) = f_1(\varepsilon_2 - \varepsilon_1) / (\varepsilon_2 + \varepsilon_1) . \qquad (13)$$

где f_1 - отношение объема внутреннего цилиндра к объему неоднородного цилиндра. Из вычислений для промежуточной и конечной моделей имеем

$$(\varepsilon_3 - \varepsilon) / (\varepsilon_3 + \varepsilon) = f_{12}(\varepsilon_3 - \varepsilon_{12}) / (\varepsilon_3 + \varepsilon_{12}) . \qquad (14)$$

где ε_{12} определяется по (13), а $f_{12} = nV_2 / V_0$. При выводе (13) и (14) физически бесконечно малый объем V_0, в котором производится усреднение, имеет форму цилиндра. При дипольном взаимодействии [2] имеем

$$\bar{E}_1 = 2\varepsilon_0\bar{E}_0 / (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - f_{11}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)),$$
$$\bar{E}_{12} = 2\varepsilon_2\bar{E}_0 / (\varepsilon_{12} + \varepsilon_2 - f_{12}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)). \qquad (15)$$

Производя аналогичные вычисления для неоднородных сферических включений, вместо (10) и (11) получим

$$\varepsilon_{12} = \varepsilon_2 \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + f_1(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) + f_{11}f_{12}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - 2f_1(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) + f_{11}f_{12}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)} . \qquad (16)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_3 \frac{\varepsilon_{12} + \varepsilon_3 + f_{12}(\varepsilon_{12} - \varepsilon_3)}{\varepsilon_{12} + \varepsilon_3 - 2f_{12}(\varepsilon_{12} - \varepsilon_3)} . \qquad (17)$$

Таким образом, получены новые зависимости для расчета интегральных параметров неоднородных систем с неоднородными сферическими и цилиндрическими включениями.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Нетушил А.В.* Модели электрических полей в гетерогенных средах нерегулярных структур // Электричество. 1975. № 10. - С. 1-8.
2. *Духин С.С., Шилов В.Н.* Диэлектрические явления и двойной слой в дисперсных системах и полиэлектролитах. - Киев: Наукова Думка, 1972. - 205 с.
3. *Ханаи Т.* Электрические свойства эмульсий // Эмульсии: Кн. / Пер. с англ. - Л. 1972. - С. 313-415.
4. *Арамян М.А., Карапетян М.А.* К расчету диэлектрической проницаемости дисперсной системы // Коллоид. журн. АН СССР. - 1989. - Т. 51. № 5. - С. 963-968.
5. *Арамян М.А.* Расчет поля в кубической пространственной системе сферических частиц, помещенных во внешнее однородное поле // Теоретическая электротехника / Львовский Гос. ун-т. - 1990. - № 12. - С. 107-118.
6. *Арамян М.А.* Уточнение в теории расчета диэлектрической проницаемости Максвелла-Вагнера // Коллоид. журн. РАН. - 1992. - Т. 54. № 5. - С. 24-33.

ПГУА 9. II. 1994