вательного приближения и алгоритма случайного поиска—поиска с возвратом.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Понкидопуло Г. А.* Детальные исследование пространственно-временных вариаций скоростных параметров и прогноз землетрясений.—Автореф. ... дисс. канд. техн. наук.—М., 1984.—18 с.
2. *Растригин Л. А.* Случайный поиск.—Рига: Зинатне, 1965.—374 с.

ИПИиА АН РА 29. VII. 1992

Изв. НАН Армении (сер. ТН), т. XLVII, № 1—2, 1994, с. 33—40

АВТОМАТИЗАЦИЯ И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

УДК 658.564:531.75

С. Г. КЮРЕГЯН, Н. С. КЮРЕГЯН

АЛГОРИТМЫ ОПТИМАЛЬНОГО ИЗМЕРЕНИЯ МАССЫ ЖИДКИХ ПРОДУКТОВ В РЕЗЕРВУАРАХ

Разработаны алгоритмы, позволяющие осуществлять оптимальное распределение начальной и товарной массы продукта в резервуарах с целью минимизации погрешности измерения массы продукта при товарных операциях. Расчеты показывают, что с помощью указанных алгоритмов можно значительно снизить погрешность измерения массы.

Ил. 1. Табл. 1. Библиогр.: 3 назв.

Մշակված են ալգորիթմներ, որոնք թույլ են տալիս իրականացնել նյութի սկզբնական և ապրանքային զանգվածի լավարկված տեղաբաշխումը պահեստարաններում՝ ապրանքային գործարքների ընթացքում նյութի զանգվածի չափման սխալը նվազարկելու նպատակով։ Հաշվարկները ցույց են տալիս, որ նշված ալգորիթմների միջոցով հնարավոր է զգալիորեն ցածրացնել զանգվածի չափման սխալը։

Количественный учет жидких продуктов, в частности, нефтепродуктов, при проведении товарных операций в резервуарах представляет важную экономическую задачу. Как показано в [1], относительная погрешность измерения товарной массы продукта зависит не только от величин самой массы и погрешностей средств измерения, но и от уровня начального заполнения резервуара. Если товарная операция осуществляется одновременно в нескольких резервуарах с известными средствами измерения, то погрешность измерения всей массы будет зависеть от распределения начальной и товарной масс жидкости в резервуарах. Ранее в [2] была решена задача оптимального распределения товарной массы продукта при произвольно заданном распределении начальной массы продукта в резервуарах. В качестве критерия оптимальности был принят минимум относительной погрешности δM измерения всей товарной массы продукта

$$\delta M = \left(\sum_{i=1}^{n} (M_i \delta M_i / M)^2\right)^{1/2}, \qquad (1)$$

где M_i, δM_i — товарная масса и относительная погрешность ее измерения (ГОСТ 26976—86) в i-ом резервуаре; M — общая товарная масса продукта:

$$M = \sum_{i=1}^{n} M_i, \qquad (2)$$

n — количество резервуаров в товарной операции.

Обозначим через M_{0i} и M_0 начальные значения массы продукта соответственно в i-ом резервуаре и во всех резервуарах

$$M_0 = \sum_{i=1}^{n} M_{0i} \qquad (3)$$

и поставим новую задачу минимизации погрешности (1) по переменным M_i и M_0 с учетом физической реализуемости операции

$$0 \leqslant M_{0i} \leqslant M_{мi}, \qquad 0 \leqslant M_i \leqslant M_{зi}, \qquad (4)$$

для всех $i = 1, 2, \ldots, n$, где

$$M_{зi} = \begin{cases} M_{0i} & \text{— при отпуске,} \\ M_{мi} - M_{0i} & \text{— при приеме продукта.} \end{cases}$$

$M_{мi}$ — максимальное значение массы продукта в i-ом резервуаре.

Для формализации задачи введем относительные значения масс

$$x_i = M_i / M_{мi}, \qquad x_{0i} = M_{0i}/M_{мi}, \qquad x_{зi} = M_{зi}/M_{мi}.$$

Составим минимизируемую функцию из членов подкоренного выражения (1), зависящих от x_i и x_{0i}, которую представим в матричной форме

$$f(x, x_0) = x^T A x + 2x^T A_0 x + 2x_0^T A_0 x_0 - 2B^T x - 4B^T x_0 \qquad (5)$$

при условии (2) и (3):

$$g_{01}(x) = 1 - \Lambda^T x = 0, \qquad g_{02}(x_0) = D_0 - \Lambda^T x_0 = 0 \qquad (6)$$

и в области (4):

$$\begin{aligned} &g_1(x, x_0) = x_з - x \geqslant 0, \qquad g_2(x) = x \geqslant 0, \\ &g_3(x_0) = x_0 \geqslant 0, \qquad g_4(x_0) = x_з \geqslant 0, \end{aligned} \qquad (7)$$

где x, x_0, $x_з$ — n-мерные векторы с компонентами x_i, x_{0i} и $x_{зi}$ соответственно; $A = \operatorname{diag}\{a_i\}$, $A_0 = \operatorname{diag}\{a_{0i}\}$ — диагональные матрицы; B, Λ — матрицы-столбцы с элементами b_i и λ_i соответственно; $D_0 = M_0/M$, $\lambda_i = M_{мi}/M$, $a_i = \lambda_i^2 \alpha_i$, $a_{0i} = \lambda_i^2 \alpha_{0i}$, $b_i = \lambda_i^2 \beta_i$, $\beta_i = (c_i - d_i) \times$

$\times d_i \frac{k_м^2}{k_c^2}$, $\alpha_{0i} = \left(\delta V_i \frac{k_м}{k_V}\right)^2 + \left((c_i - d_i)\frac{k_м}{k_c}\right)^2 + \left(\delta\rho \frac{k_м}{k_\rho}\right)^2$, $\alpha_i = \alpha_{0i} + \left(\delta N \frac{k_м}{k_N}\right)^2$; δV_i, $\delta\rho$, δN — нормируемые относительные погрешности соответственно градуировки i-го резервуара, плотномера и вычислительной системы; c_i, d_i — нормируемые двучленные погрешности средств измерения уровня или давления жидкости в i-ом резервуаре; k_V, k_c, k_ρ, k_N, $k_м$ — квантильные коэффициенты, зависящие от законов распределения погрешностей и выбранного значения доверительной вероятности и устанавливающие взаимосвязь между нормируемыми значениями и среднеквадратическими отклонениями погрешностей соответственно градуировки резервуара, средств измерения уровня (давления), плотности, вычислительной системы и массы.

Задача (5) — (7) относится к классу задач нелинейного программирования и может быть решена методом Куна-Таккера [3]. Однако поиск граничных решений, если экстремальные выходят за допустимую область (7), оказывается весьма громоздким. Решая задачу условного экстремума (5) — (6) методом множителей Лагранжа, получаем

$$Sx_0^* = R, \qquad x^* = \frac{1}{p}(1 \mp l)A^{-1}\Lambda - (\mp A^{-1}A_0 x_0 \mp A^{-1}P), \tag{8}$$

где x_0^*, x^* — экстремальные значения векторов, обеспечивающие минимум

(5); $S = I_n - \frac{1}{2}A^{-1}A_0 + \frac{1}{2p}A^{-1}\Lambda\Lambda^T A^{-1}A_0$, I_n — единичная матрица;

$R = -\frac{1}{2p}(l_0 \mp 1)A^{-1}\Lambda - \frac{1}{2p_0}(2l_0 + 2l_{00} \mp 1)A_0^{-1}\Lambda + \frac{1}{2}A^{-1}B - A_0^{-1}B$,

$p = \Lambda^T A^{-1}\Lambda$; $p_0 = \Lambda^T A_0\Lambda$; $l = \Lambda^T A^{-1}(A_0 x_0 + B)$; $l_0 = \Lambda^T A^{-1}B$; $l_{00} = A_0^{-1}B$.

Вначале рассмотрим частный случай, когда все резервуары и установленные на них средства измерения одного класса точности равны: $\alpha_i = \alpha$, $\alpha_{0i} = \alpha_0$, $\beta_i = \beta$, $d_i = d$ для всех $i = 1, 2, \ldots, n$. Тогда

$$A = \alpha\Lambda_n^2, \quad A_0 = \alpha_0\Lambda_n^2, \quad p = \frac{n}{\alpha}, \quad p_0 = \frac{n}{\alpha_0}, \quad l = \frac{\alpha_0 M_0 + \beta M_м}{\alpha M},$$

$$l_0 = \frac{\beta}{\alpha}\frac{M_м}{M}, \qquad l_{00} = \frac{\beta}{\alpha_0}\frac{M_м}{M},$$

где $\Lambda_n = \mathrm{diag}\{\lambda_i\}$, $M_м = \sum_{i=1}^{n} M_{мi}$. Экстремальные решения из (8) для абсолютных значений масс будут равны

$$M_{0i}^* = \frac{M_0}{n} + \frac{\beta}{\alpha_0}\left(\frac{M_м}{n} - M_{мi}\right), \qquad M_i^* = \frac{M}{n}. \tag{9}$$

Минимальное значение погрешности измерения при этом равно

$$\delta M = \left\{ \frac{\alpha}{n} + \frac{1}{M^2} \left[2\frac{\alpha_0}{n} M_0 (M_0 \mp M) + 2d^2 \sum_{i=1}^{n} M_{\text{м}i}^2 + \right.\right.$$

$$\left.\left. + 2\frac{\beta}{n} M_{\text{м}} (2M_0 \mp M) + 2\frac{\beta^2}{\varepsilon_0}\left(\frac{M_{\text{м}}^2}{n} - \sum_{i=1}^{n} M_{\text{м}i}^2 \right) \right] \right\}^{1/2},$$

откуда видно, что наименьшее значение достигается, когда исходные данные принимают следующие значения: $M_0 = M$ при отпуске продукта и $M_0 = 0$ при приеме. В случае, когда нормированы относительные или приведенные погрешности средств измерения уровня или давления ($\beta = 0$), либо все резервуары одинаковой вместимости, оптимальным является равномерное распределение начальной и товарной массы продукта в резервуарах: $M_{0i}^* = M_0/n$, $M_i^* = M/n$.

Если оба решения (9) удовлетворяют условиям (4), то оптимальные решения найдены. Если же нарушается первое неравенство (4), то распределение начальной массы надо искать на границах этого неравенства, а оптимальное распределение товарной массы определять по выражению

$$M_i^* = \frac{M}{n} \mp \frac{\alpha_0}{\alpha}\left(\frac{M_0}{n} - M_{0i} \right) \mp \frac{\beta}{\alpha}\left(\frac{M_{\text{м}}}{n} - M_{\text{м}i} \right). \qquad (10)$$

Теперь рассмотрим случай, когда товарные операции совершаются в резервуарах разных классов точности. Условно резервуарный парк разобьем на первый и второй классы с погрешностями градуировки соответственно $\pm 0{,}1$ и $\pm 0{,}2\%$. Предположим, что резервуары одного класса оснащены средствами измерения одинакового класса точности. Обозначим количество и параметры резервуаров первого и второго классов соответственно через n_1, α_1, α_{01}, β_1 и n_2, α_2, α_{02}, β_2, начальные и товарные массы продукта во всех резервуарах первого и второго классов — M_{01}, M_1 и M_{02}, M_2. Введем n_1- и n_2-мерные векторы x_{01}, x_1 и x_{02}, x_2 распределения относительных значений масс продукта для резервуаров первого и второго классов. Тогда

$$x_0 = \left[\frac{x_{01}}{x_{02}} \right], \qquad x = \left[\frac{x_1}{x_2} \right], \qquad A = \left[\begin{array}{c|c} \alpha_1 \Lambda_{\text{д}1}^2 & 0 \\ \hline 0 & \alpha_2 \Lambda_{\text{д}2}^2 \end{array} \right],$$

$$A_0 = \left[\begin{array}{c|c} \alpha_{01} \Lambda_{\text{д}1}^2 & 0 \\ \hline 0 & \alpha_{02} \Lambda_{\text{д}2}^2 \end{array} \right], \qquad \Lambda = \left[\frac{\Lambda_1}{\Lambda_2} \right], \qquad B = \left[\frac{\beta_1 \Lambda_{\text{д}1} \Lambda_1}{\beta_2 \Lambda_{\text{д}2} \Lambda_2} \right],$$

$$p = \frac{n_1}{\alpha_1} + \frac{n_2}{\alpha_2}, \qquad p_0 = \frac{n_1}{\alpha_{01}} + \frac{n_2}{\alpha_{02}}, \qquad l_0 = \frac{\beta_1}{\alpha_1}\frac{M_{\text{м}1}}{M} + \frac{\beta_2}{\alpha_2}\frac{M_{\text{м}2}}{M},$$

$$l_{00} = \frac{\beta_1}{\alpha_{01}}\frac{M_{\text{м}1}}{M} + \frac{\beta_2}{\alpha_{02}}\frac{M_{\text{м}2}}{M},$$

я из системы (8) можно найти оптимальные значения x_{01}^*, x_{02}^*, x_1^* и x_2^*. Достаточно определить значения масс продукта резервуаров какого-либо одного класса, например, второго. Тогда значения масс, приходящихся на все резервуары первого класса, можно найти из соотношений: $M_{01} = M_0 - M_{02}$, $M_1 = M - M_2$. Учитывая, что $\Lambda_2^T x_{02} = M_{02}/M$ и $\Lambda_2^T x_2 = M_2/M$, определим

$$M_{02}^* = \frac{1}{n_1\alpha_{02} + n_2\alpha_{01}}(M_0 n_2 \alpha_{01} - F_0), \qquad M_2^* = \frac{1}{n_1\alpha_2 + n_2\alpha_1}(M n_2 \alpha_1 - F), \tag{11}$$

где

$$F_0 = \mp M n_1 n_2 \frac{\alpha_1\alpha_{02} - \alpha_2\alpha_{01}}{n_1(2\alpha_2 - \alpha_{02}) + n_2(2\alpha_1 - \alpha_{01})} + (M_{м2} n_1 \beta_2 - M_{м1} n_2 \beta_1),$$

$$F = \mp (M_{02} n_1 \alpha_{02} - M_{01} n_2 \alpha_{01}) \mp (M_{м2} n_1 \beta_2 - M_{м1} n_2 \beta_1).$$

Перейдем к организации поиска граничных решений. Если нарушаются условия (4), то решения на нижней и верхней границах соответственно при отпуске и приеме продукта означают исключение рассматриваемого резервуара из операции. Поэтому для определения оптимального граничного распределения массы продукта будем искать решения на верхней границе при отпуске и на нижней—при приеме продукта. Рассматривая оптимальные решения M_{0i}^* из (9) и M_i^* из (10) совместно с (4), получаем следующие неравенства:

$$\frac{\alpha_0 M_0 + \beta M_м}{\beta n} \leqslant M_{мi} \leqslant \frac{\alpha_0 M_0 + \beta M_м}{(\alpha_0 + \beta)\, n}, \qquad M_{pi} \geqslant 0, \tag{12}$$

выполнение которых обеспечивает нахождение оптимального решения в допустимой области, где

$$M_{pi} = \begin{cases} M_{мi} + A_i, & \text{если } A_i < 0, \\ M_{мi} - \dfrac{\alpha_0}{\alpha - \alpha_0} A_i, & \text{если } A_i > 0, \end{cases}$$

$$A_i = \begin{cases} \dfrac{1}{n}\left(\dfrac{\alpha}{\alpha_0} M - M_0 - \dfrac{\beta}{\alpha_0} M_м\right) + \dfrac{\beta}{\alpha_0} M_{мi} & \text{— при отпуске,} \\ \dfrac{1}{n}\left(\dfrac{\alpha}{\alpha_0} M + M_0 + \dfrac{\beta}{\alpha_0} M_м\right) - \dfrac{\alpha_0 + \beta}{\alpha_0} M_{мi} & \text{— при приеме.} \end{cases}$$

Если в соответствии с полученными неравенствами расположить резервуары в упорядоченный ряд так, чтобы граничные решения, если они имеют место, выполнялись для резервуаров, находящихся в начале ряда, то исключая каждый i-ый резервуар с граничным решением, можно продолжить поиск экстремальных решений для оставшихся $(n - i)$ резервуаров при новых значениях M_0, $M_м$ и M.

Если найденные решения (11) не удовлетворяют условиям реализуемости:

$$0 \leqslant M_{02}^{*} \leqslant M_{м2}, \qquad 0 \leqslant M_{2}^{*} \leqslant M_{л1}, \qquad (13)$$

то оптимальные решения надо искать на границах (13):

$$M_{02} = \begin{cases} M_{м2} \text{ — при отпуске,} \\ 0 \text{ — при приеме} \end{cases} \quad \text{и} \quad M_{2} = M_{л2} = \begin{cases} M_{л1} \text{ — при приеме,} \\ M_{м2} - M_{02} \text{ — при приеме.} \end{cases}$$

Изложенное позволяет построить алгоритмы оптимального распределения начальной и товарной масс продукта в резервуарах одного (РМ—1) и обоих (РМ—2) классов точности (схема алгоритма РМ—2 представлена на рисунке).

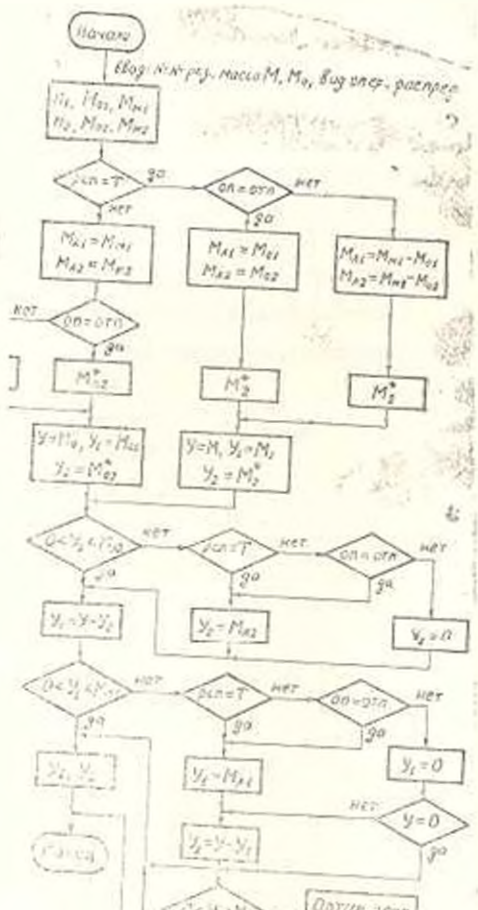

Рис. Блок-схема алгоритма РМ-2

Приведенная таблица иллюстрирует результаты оптимальных распределений масс продукта в резервуарах, полученные с помощью алгоритмов РМ—1 и РМ—2. В расчетах принят гидростатический метод измерения массы нефтепродуктов в вертикальных цилиндрических резервуарах, снабженных датчиками давления с приведенной погрешностью $c_i = d_i = \pm 0{,}1\%$, $\delta V = \pm 0{,}1\%$, $\frac{k_M}{k_c} = \frac{k_M}{k_V} = \frac{k_M}{k_N} = 1{,}1$. Расчет погрешности измерения массы продукта в резервуаре проводился по ГОСТ 26976–86, а погрешность измерения массы продукта в парке резервуаров — по формуле (1).

Таблица

Оптимальное распределение при отпуске массы $M = 2000$ т

	№ вар	№ резерв.	1	2	3	4	5	δM, %
Исходные данные		V_i, м³	200	500	1000	2000	5000	
		M_{ui}, т	160	400	800	1600	4000	
		M_{0i}, т	80	100	240	1280	1600	
Результаты расчетов	1	M_i, т	80	100	240	—	1580	0,341
		δM_i, %	0,40	0,67	0,57	—	0,42	
	2	M_i, т	—	—	—	1074	926	0,354
		δM_i, %	—	—	—	0,37	0,71	
	3	M_{0i}, т	160	400	469	1300	971	0,332
		M_i, т	160	400	469	—	971	
		δM_i, %	0,29	0,29	0,36	—	0,65	
	4	M_{0i}, т	160	400	800	520	1480	0,361
		M_i, т	—	—	—	520	1480	
		δM_i, %	—	—	—	0,54	0,45	
	5	M_{0i}, т	—	—	—	1300	2000	0,348
		M_i, т	—	—	—	—	2000	
		δM_i, %	—	—	—	—	0,348	
	6	M_{0i}, т	—	400	—	1600	1300	0,239
		M_i, т	—	400	—	1600	—	
		δM_i, %	—	0,29	—	0,29	—	
	7	M_{0i}, т	—	400	800	800	1300	0,206
		M_i, т	—	400	800	800	—	
		δM_i, %	—	0,29	0,29	0,40	—	
	8	M_{0i}, т	160	400	720	720	1300	0,197
		M_i, т	160	400	720	720	—	
		δM_i, %	0,29	0,29	0,30	0,42	—	

Расчеты показывают, что погрешность измерения всей массы продукта можно значительно снизить.

Таким образом, разработанные алгоритмы РМ—1 и РМ—2 позволяют с помощью ЭВМ достаточно просто находить оптимальные распределения в резервуарах отпускаемой или принимаемой массы продукта, что приводит к значительному снижению погрешности измерения указанной массы и экономии ресурсов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кюрегян С. Г.* Пределы измерения массы жидкости в вертикальных резервуарах гидростатическим методом // Измерительная техника.—1990.—№ 10.—С. 18—20.
2. *Кюрегян С. Г.* К вопросу о построении автоматизированной системы распределения и учета жидких продуктов в резервуарах // Изв. АН АрмССР. Сер. ТН.—1990.—Т. XLIII.—№ 6.—С. 273—277.
3. *Дегтяров Ю. И.* Исследование операций.—М.: Высш. шк., 19[illegible].—[illegible] с.

ГИУА

3. X. 1992

Изв. НАН Армении (сер. ТН), т. XLVII, № 1—2, 1994, с. 40—43

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

УДК 621.51:621.64:622.692.4.001

Н. А. ЖУЧЕНКО, Л. А. УНАНЯН

ДИНАМИЧЕСКАЯ ВАРИАНТНАЯ ЗАДАЧА ОПТИМИЗАЦИИ МАГИСТРАЛЬНЫХ ГАЗОРАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫХ СЕТЕЙ

Рассматривается динамическая задача оптимизации технических решений магистральных сетей распределения газа. Выбор оптимальных технических решений участков сети производится среди заданных множеств вариантов, которые включают технические решения, соответствующие рассматриваемым временным уровням периода проектирования сети. Сформулирована математическая модель задачи программирования. Решение задачи оптимизации осуществляется методом «ветвей и границ».

Библиогр.: 4 назв.

[illegible]

Оптимизация развития газотранспортных систем включает две основные задачи — оптимизацию потокораспределения в сети и выбор технических решений элементов системы. Такая модель является задачей нелинейного математического программирования с непрерывными