

чений вибраций (рис. 1б) с экспериментальными (рис. 1а) показывает достаточную их сходимость. Методика внедрена в НИИЭлектромаш и включена в общий алгоритм расчета редукторных микродвигателей.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Глухарев Е. Г., Зубарев Н. И. Зубчатые соединения: Справочник.—Л.: Машиностроение, Ленингр. отд., 1983.—270 с.
2. Саргсян Г. О. Виброактивность электрических машин и ее влияние на работоспособность подшипниковых узлов качения. Дис. ... к. т. н. Тбилиси, 1988.—205 с.

НИИЭлектромаш

15. IV. 1991

Изв. НАН Армении (сер. ТН), т. XLVI, № 2—3, 1993, с. 62—67.

#### МАШИНОСТРОЕНИЕ

УДК 669:620.178—620.17

Т. Т. АРАКЕЛЯН

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧИСЛА УПРУГОЙ ТВЕРДОСТИ МАТЕРИАЛОВ

Определение числа неупругой твердости по шариковой пробе не может служить однозначной механической характеристикой испытуемого материала. Упругая твердость определяется предельной нагрузкой, которая соответствует началу появления остаточной деформации испытуемого материала. Выведены формулы теоретического и экспериментального определения числа упругой твердости материала, являющиеся однозначной мерой твердости и материальной постоянной. Предлагаемое число упругой твердости вносит уточнение при инженерных расчетах контактной прочности. Ил. 3. Библиогр.: 7 назв.

*Գնդակային փորձարկումով հետազոտվող նյութերի ոչ առաձգական կարծրության թիվը չի կարող հանդիսանալ միանշանակ մեխանիկական հատկանիշ: Առաձգական կարծրության թիվը որոշվում է սահմանային ընկնվածքով, որը համապատասխանում է փորձարկվող նյութի մեջ մնացորդային դեֆորմացիաներ առաջանալու սկզբնապահին: Արտածված են առաձգական կարծրության թվի տեսական և փորձարարական արժեքները որոշող բանաձևեր: Այդ թիվը փորձարկվող նյութի առաձգական կարծրության հաստատուն և միանշանակ շափն է: և կարող է ճշտել կոնտակտային ամրության ինժեներական հաշվարկները:*

Определение числа упругопластической твердости по шариковой пробе, а также результаты других многочисленных методов измерения твердости несопоставляемы и зависят от условий испытания. Они не могут служить однозначной механической характеристикой материалов. О необходимости введения единого числа твердости в научно-технической литературе высказывалось неоднократно [1, 2, 4].

Для установления предельной нагрузки и соответственного числа упругой твердости исходим из решения задачи Герца при вдавливании упругого шара (индентора) в упругое полупространство (контртела). На рис. 1 представлена схема нагружения и расположения координатных осей. При этом известны соотношения Герца [4]:

$$W = \frac{3}{4} \frac{F(1 - \mu^2)}{Ea}, \quad (1)$$

$$\delta = \left[ \frac{9}{16} \left( \frac{1 - \mu^2}{E} + \frac{1 - \mu_1^2}{E_1} \right)^2 \frac{F^2}{R} \right]^{1/3}, \quad (2)$$

$$a = \left[ \frac{3}{4} \left( \frac{1 - \mu^2}{E} + \frac{1 - \mu_1^2}{E_1} \right) FR \right]^{1/3}, \quad (3)$$

где  $F$  — сжимающая вертикальная нагрузка;  $W$  — упругое вертикальное перемещение контртела;  $\mu$ ,  $E$  и  $\mu_1$ ,  $E_1$  — коэффициенты Пуассона и модули упругости материалов контртела и индентора;  $a$ ,  $R$  — радиусы контура контактной поверхности и шарового индентора.

Из (2) и (3) непосредственно следует

$$a = \sqrt{R\delta}. \quad (4)$$

После вдавливания индентора в центре контактной поверхности в точке  $O$  (рис. 2) возникают главные напряжения сжатия [4]

$$\sigma_1 = \sigma_2 = -\frac{3}{4} \frac{F(1 + 2\mu)}{\pi a^2}, \quad \sigma_3 = -\frac{3}{2} \frac{F}{\pi a^2}.$$

При этом интенсивность напряжений (эквивалентное напряжение) имеет вид:

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} = \frac{3}{4} \frac{F(1 - 2\mu)}{\pi a^2}. \quad (5)$$

При медленном и непрерывном нарастании нагрузки  $F$  между интенсивностями напряжений  $\sigma_i$  и деформаций  $\epsilon_i$  существует зависимость, подобная зависимости между напряжением  $\sigma$  и деформацией  $\epsilon$  при одноосном растяжении [5, 6]. Когда нагрузка  $F$  достигает предельной упругой нагрузки  $F_n$ , согласно (5), интенсивность напряжений  $\sigma_i$  достигает предела упругости материала контртела  $\sigma_y$  при одноосном растяжении и (5) принимает вид

$$\sigma_y = \frac{3}{4} \frac{F(1 - 2\mu)}{\pi a^2}. \quad (6)$$

Подставляя из (3) значение  $a$  в (6) и зная стандартные механические характеристики материалов контртела и индентора до вдавливания, получаем искомое соотношение для предельной нагрузки

$$F_n = \frac{1}{6} \frac{\pi R^2 \sigma_y^3}{(1 - 2\mu)^3} \left( \frac{1 - \mu^2}{E} + \frac{1 - \mu_1^2}{E_1} \right)^2. \quad (7)$$

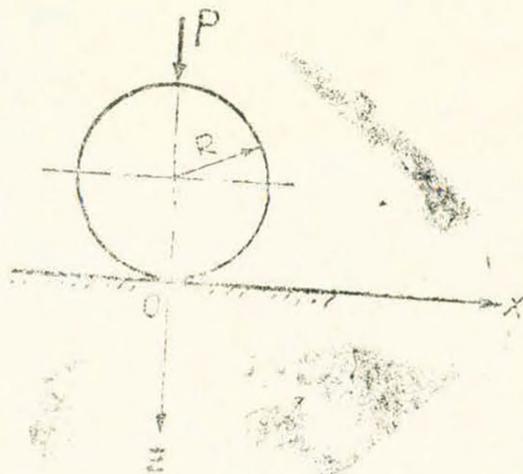


Рис. 1



Для отделения из общего упругопластического перемещения только части упругих перемещений производится частичная разгрузка на величину  $F$  — до точки  $B$  фиксируется имевшее при этом место упругое восстановление  $\delta$ , вызванное только разгрузением. Кривая разгрузки  $ABC$  одновременно является кривой упругого нагружения, поэтому нагрузка  $F$  представляет собой предельную упругую нагрузку  $F = F_n$ , а  $\delta$  — упругое сближение (рис. 3). Значение  $\delta$  получается как разница двух отсчетов по индикатору,  $\delta = t_1 - t_2$ , где  $t_1, t_2$  — упругопластические сближения под действием максимальной нагрузки  $F_{max}$  и после снятия нагрузки  $F_n$ . Исходя из (4) и (6), находим

$$F_n = \frac{4}{3} \frac{\pi R \delta \sigma_y}{1 - 2\mu},$$

при этом практически принимается  $\sigma_y = \sigma_{пл}$ , где  $\sigma_{пл}$  — предел пропорциональности материала контртела. Тогда получим

$$F_n = \frac{4}{3} \frac{\pi R \delta \sigma_{пл}}{1 - 2\mu}. \quad (8)$$

Целесообразно при разгрузке принять  $F_n = \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3}\right) F_{max}$ .

Понятие упругой твердости материала можно сформулировать как способность испытуемого контртела сопротивляться проникновению в него более твердого тела (индентора), когда в контртеле возникают только местные (упругие) контактные деформации. При этом число упругой твердости  $H_y$  равняется величине среднего давления на поверхности контакта, как мера только упругого предельного взаимодействия контактирующих тел:

$$H_y = \frac{F_n}{S}, \quad (9)$$

где  $S$  — площадь контактной поверхности невосстановленного упругого отпечатка под действием предельной нагрузки  $F_n$  (рис. 2). Определим эту площадь  $S$ .

После вдавливания индентора в контртеле образуется осесимметричная поверхность — параболоид вращения, с вершиной в точке  $O$  (рис. 2). Она описывается уравнением [4]

$$z = \frac{3F_n(1 - \mu^2)}{8Ea^3} (2a^2 - x^2 - y^2), \quad (10)$$

где  $x, y, z$  — координаты указанной поверхности. Все нормальные к оси  $z$  сечения поверхности образуют окружности с радиусом  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ . Тогда (10) принимает вид

$$z = \frac{1}{2} \frac{b}{a} (2a^2 - r^2), \quad (11)$$

где  $b$  — безразмерная величина,

$$b = \frac{3}{4} \frac{F_n (1 - \mu^2)}{Ea^2} = \frac{W}{a}. \quad (12)$$

При  $z = 0$  радиус наружной окружности отпечатка, согласно (11), будет (рис. 2):  $r_0 = \sqrt{2}a$ .

Исходя из площади элементарного кольца радиусом  $r$  (рис. 2), имеем

$$ds = 2\pi r \sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dr}\right)^2} dr = 2\pi r \sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}r\right)^2} dr.$$

Производя интегрирование, получаем

$$S = 2\pi r \int_0^a \sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}r\right)^2} r dr = \frac{2}{3} \pi \left(\frac{a}{b}\right)^2 \left[ (1 + b^2) \sqrt{1 + b^2} \right]. \quad (13)$$

Для упрощения полученного выражения  $S$ , где  $b < 1$ , разлагая значение радикала в биномальный ряд и учитывая (12) и (13), получаем

$$S = \pi a^2 \left( 1 + \frac{1}{4} b^2 - \frac{1}{24} b^4 + \dots \right) = \pi \left( a^2 + \frac{1}{4} W^2 - \frac{1}{24} \frac{W^4}{a^2} + \dots \right). \quad (14)$$

Для оценки остатка ряда (14) рассмотрим в качестве материала контртела Ст. 30ХГСА ( $E = 1,94 \cdot 10^5$  МПа,  $\mu = 0,27$ ,  $\sigma_{\text{пл}} \approx 750$  МПа) и индентора Ст. ШХ15 ( $E_1 = 2,11 \cdot 10^5$  МПа,  $\mu = 0,30$ ,  $R = 1,25$  мм). На основе (1), (2), (4) и (8) получаем:  $W = 0,0016$  мм,  $\delta = 0,0031$  мм,  $a = 0,0620$  мм,  $F = 28,26$  Н. Тогда сумма первых двух членов ряда (14) отличается от суммы ряда остатком  $C_2 < \left| -\frac{1}{24} b^4 \right| = 2 \cdot 10^{-8}$ , чем можно пренебречь. В результате получаем выражение

$$S = \pi a^2 \left( 1 + \frac{1}{4} b^2 \right) = \pi \left( a^2 + \frac{1}{4} W^2 \right).$$

Следовательно, число упругой твердости испытуемого материала будет

$$H_y = \frac{4}{3} \frac{\sigma_{\text{пл}}}{\left( 1 + \frac{1}{4} \frac{W^2}{a^2} (1 - 2\mu) \right)}. \quad (15)$$

В случае рассматриваемого материала (сталь 30ХГСА) безразмерная величина равна  $b = 0,0222$ , поэтому окончательная расчетная формула числа упругой твердости принимает вид

$$H_y = \frac{\sigma_{\text{пл}}}{1 - 2\mu} = \frac{4}{3} \frac{G \sigma_{\text{пл}}}{3G - E}, \quad (16)$$

где  $G$  — модуль сдвига материала контртела.

Таким образом, установлена однозначная количественная характеристика упругой твердости, которая инвариантна относительно нагрузки и размеров индентора. При начальном точечном соприкосновении индентора  $H_y$  оказывается постоянной, ибо зависит только от механических свойств исследуемого материала и не имеет ни нижних, ни верхних ограничений. Это гарантирует справедливость сопоставления упругой твердости различных материалов.

Из соотношений (4), (6) и (16) следует выражение

$$H_y = \frac{F_n}{\pi R \delta} = \frac{F_n}{\pi R (t_1 - t_2)}, \quad (17)$$

позволяющее путем разгрузки экспериментально определить упругую твердость. Например, для стали марки 30ХГСА по расчетной формуле (16), согласно (17), получают близкие числа упругой твердости  $H_y$  — 221,6 и 222,4. Упругопластическая твердость для этой же стали по Бринелю, Роквеллу и Виккерсу соответственно равна: 229 НВ, 20 НРС и 228 НV.

Действуя аналогичным образом, в случае цилиндрического индентора бесконечной длины приближенно получаем

$$H_y = \frac{\pi}{4} \frac{\sigma_{\text{нц}}}{1 - 2\mu} = \frac{\pi}{4} \frac{G\sigma_{\text{нц}}}{3G - E}. \quad (18)$$

Соотношения (16) и (18) отличаются только постоянным коэффициентом. Это связано с тем, что шаровой индентор конечных размеров заменен цилиндрическим бесконечной длины. Однако оба соотношения выражают одинаковую физическую сущность упругой твердости.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гогоберидзе Д. Б. Твердость и методы ее измерения.—М.: Гос. науч.-техн. изд., 1952.—320 с.
2. Григорович В. К. Твердость и микротвердость металлов.—М.: Наука, 1976.—232 с.
3. Гудков А. А., Славский Ю. А. Методы измерения твердости металлов и сплавов.—М.: Машиностроение, 1982.—168 с.
4. Пономарев и др. Расчеты на прочность в машиностроении. Том II.—М.: Гос. науч.-техн. изд., 1958—974 с.
5. Самуль В. И. Основы теории упругости и пластичности.—М.: Выс. школа, 1982.—264 с.
6. Марковец М. П. Определение механических свойств металлов по твердости.—М.: Машиностроение, 1979.—192 с.
7. Шоршоров М. Х. и др. Методические рекомендации по исследованию физико-механических свойств металлов непрерывным вдавливанием наконечника. — М.: Металлургия, 1980.—с.