

УДК 621:319.12:534

Г. О. САРГСЯН, Р. Л. ПАРОНЯН

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСЧЕТА ПОПЕРЕЧНЫХ КОЛЕБАНИЙ РЕДУКТОРНЫХ МИКРОДВИГАТЕЛЕЙ С ПРЯМОЗУБЫМИ ПЕРЕДАЧАМИ

Разработана математическая модель поперечных колебаний редукторов с прямыми зубными передачами, используемыми в редукторных микродвигателях. Составлена и решена система дифференциальных уравнений вынужденных колебаний в матричной форме с учетом упруго-демпферных характеристик системы. Проведена сравнительная оценка расчетных и экспериментальных данных амплитудно-частотных характеристик вибраций.

Ил. 2. Библиогр.: 2 назв.

Աշակված է ուղղատամ փոխանցմամբ սեղուկտորների լայնական տատանումների մաթեմատիկական մոդելը, որն անհրաժեշտ է նախագծման ընթացքում սեղուկտորային շարժիչների տատանումների հաշվարկման համար: Կազմված և լուծված է ստիպողական տատանումների դիֆֆերենցիալ հավասարումների համակարգ մատրիցայի տեսքով՝ հաշվի առնելով համակարգի առածղական-տատանման ընդլայնումը: Տատանումների ամպլիտուդահաճախական ընթացքի հաշվարկային և փորձնական արդյունքների հիման վրա տրված է համեմատական գնահատական:

В настоящее время в технике все еще отсутствуют методы расчета виброакустических характеристик редукторных микродвигателей малой мощности (РДММ). Как показывает статистика экспериментальных измерений, общий уровень виброскорости РДММ, являющийся нормированным показателем качества, формируется за счет низкочастотных составляющих в диапазоне от 20 до 5000 Гц (рис. 1).

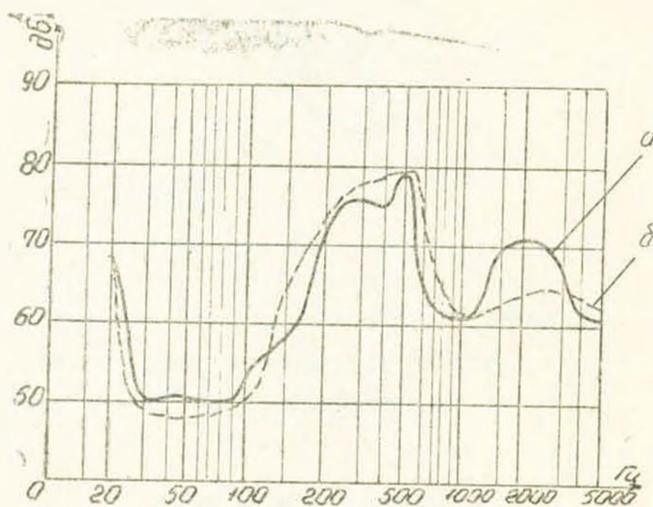


Рис. 1. АЧХ вибраций РДММ по результатам предложенной метод ки (а) и экспериментальных измерений (б)

Для разработки математической модели расчета поперечных и крутильных колебаний редукторный двигатель представляется в виде машинного агрегата [1], состоящего из двигателя и передаточного ме-

ханизма. Не нарушая общности задачи, рассматривается редуктор с двухступенчатой передачей (рис. 2), который имитируется системой с вязкоупругими связями и сосредоточенными параметрами масс, жесткостей и демпфирования, где приняты обозначения: I_M, I_1, \dots, I_4 — моменты инерции соответственно ротора двигателя и зубчатых колес редуктора; m_1, \dots, m_4 — массы зубчатых колес редуктора; $\varphi_M, \varphi_1, \dots, \varphi_4$ — углы поворота соответственно ротора двигателя и зубчатых колес редуктора; $C_{\varphi_1}, C_{\varphi_2} = C_{\varphi_3}$ — крутильные жесткости валов зубчатых колес; $C_{x_1}, C_{x_2}, C_{x_3}, C_{x_4}$ — жесткости валов при изгибе; ρ_{12}, ρ_{34} — расстояния между валами 1 и 2, 3 и 4; x_1, \dots, x_4 — поперечные перемещения вдоль линии зацепления; i_{12}, i_{34} — передаточные числа от вала 1 к валу 2, от вала 3 к валу 4.

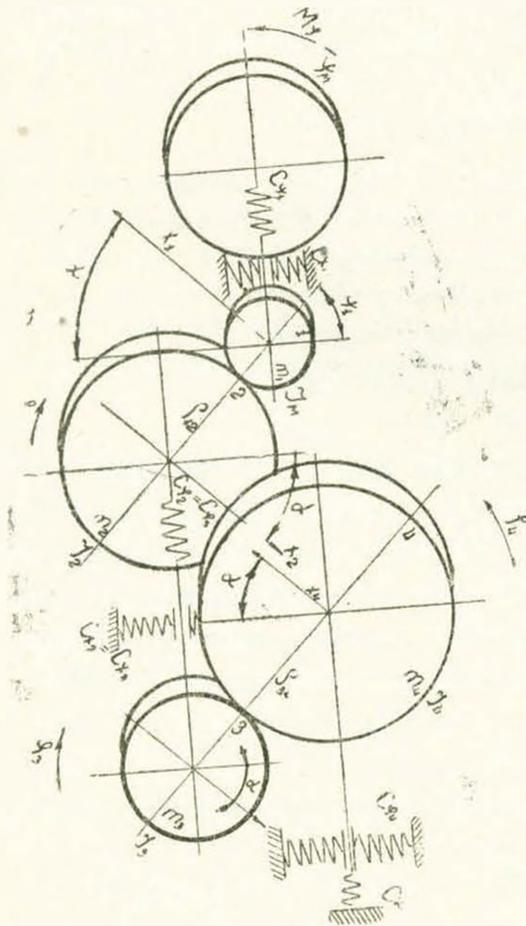


Рис. 2. Расчетная схема двухступенчатой передачи

Уравнение движения системы с учетом вязко-демпферных связей и возмущающих сил, обусловленных вращающим моментом двигателя и кинематическими возмущениями от погрешностей зацепления, в матричной форме имеет вид:

$$I\ddot{q} + K\dot{q} + Cq = Q, \quad (1)$$

где I, K, Q, C — матрицы коэффициентов соответственно инерции, демпфирования, воздействующих сил и жесткостей; q, \dot{q}, \ddot{q} — соответственно обобщенные координаты системы, их первые и вторые производные;

$$I = \begin{vmatrix} J_M & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_1 + J_{21} & 0 & -J_{21}R_{12} & -J_{21}R_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_3 + J_{43} & 0 & 0 & -J_{43}R_{34} & -J_{43}R_{34} \\ 0 & J_2R_{12} & 0 & m_1 + J_{21}R_{12}^2 & J_{21}R_{12}^2 & 0 & 0 \\ 0 & -J_{21}R_{12} & 0 & J_{21}R_{12}^2 & m_2 + J_{21}R_{12}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -J_{43}R_{34} & 0 & 0 & m_3 + J_{43}R_{34}^2 & J_{43}R_{34}^2 \\ 0 & 0 & -J_{43}R_{34} & 0 & 0 & J_{43}R_{34}^2 & m_4 + J_{43}R_{34}^2 \end{vmatrix};$$

$$K = \begin{vmatrix} K_{\varphi_1} & -K_{\varphi_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{\varphi_{21}} & -K_{\varphi_{21}} & -K_{\varphi_{21}}R_{12} & -K_{\varphi_{21}}R_{12} & 0 & 0 \\ 0 & -i_{12}K_{\varphi_{21}} & i_{12}^2K_{\varphi_{21}} + K_{\varphi_{24}} & i_{12}K_{\varphi_{21}}R_{12} & i_{12}K_{\varphi_{21}}R_{12} & -K_{\varphi_{43}}R_{34} & -K_{\varphi_{43}}R_{34} \\ 0 & -K_{\varphi_{21}}R_{12} & i_{12}K_{\varphi_{21}}R_{12} & K_{x_1} + K_{\varphi_{21}}R_{12}^2 & K_{\varphi_{21}}R_{12} & 0 & 0 \\ 0 & -K_{\varphi_{21}}R_{12} & i_{12}K_{\varphi_{21}}R_{12} & K_{\varphi_{21}}R_{12}^2 & K_{x_1} + R_{\varphi_{21}}R_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -K_{\varphi_{43}}R_{34} & 0 & 0 & K_{x_3} + K_{\varphi_{43}}R_{34}^2 & K_{\varphi_{43}}R_{34}^2 \\ 0 & 0 & -K_{\varphi_{43}}R_{34} & 0 & 0 & K_{\varphi_{43}}R_{34}^2 & K_{x_4} + K_{\varphi_{43}}R_{34}^2 \end{vmatrix};$$

$$Q = \begin{vmatrix} M_{\varphi} \\ -r_{10ш}^2 C_1 \sum_n f_{1n} \sin P_{1n} t - \frac{r_{20k}^2}{i_{12}} C_2 \sum_n f_{2n} \sin P_{2n} t \\ \varepsilon_{30ш}^2 C_2 \sum_n f_{3n} \sin P_{3n} t + \frac{\varepsilon_{40k}^2}{i_{34}} C_4 \sum_n f_{4n} \sin P_{4n} t \\ C_1 r_{10ш} \sum_n f_{1n} \sin P_{1n} t - \frac{r_{20k}^2}{\rho_{12}} \frac{1 + i_{12}}{i_{12}} C_2 \sum_n f_{2n} \sin P_{2n} t \\ - \left(1 - \frac{r_{20k}}{\rho_{12}} \frac{1 + i_{12}}{i_{12}} \right) C_2 r_{20k} \sum_n f_{2n} \sin P_{2n} t \\ C_3 r_{30ш} \sum_n f_{3n} \sin P_{3n} t - \frac{r_{40k}^2}{\rho_{24}} \frac{1 + i_{34}}{i_{24}} C_4 \sum_n f_{4n} \sin P_{4n} t \\ - \left(1 + \frac{r_{40k}}{\rho_{33}} \frac{1 + i_{34}}{i_{34}} \right) r_{40k} C_4 f_{4n} \sin P_{4n} t \end{vmatrix}$$

где $J_{21} = J_2/i_{12}^2$, $J_{43} = J_4/i_{34}^2$ — моменты инерции масс вала 2, приведенный к валу 1, и выходного вала, приведенный к валу 3; $R_{12} = \frac{1 + i_{12}}{\rho_{12}}$ — величина, обратная радиусу приведения угловых величин к линейным, при условно разомкнутых зубьях зацепления; $K_{\varphi_{21}} = \frac{K_{\varphi_2}}{i_{12}}$ — коэффициент демпфирования при кручении вала 2, приведенный к валу 1

K_{φ_1} — коэффициент демпфирования при кручении вала 1; $K_{\varphi_4} = \frac{K_{\varphi_{41}}}{i_{34}}$ — коэффициент демпфирования при кручении вала 4, приведенный к валу 3; $K_{x_1}, K_{x_2}, K_{x_3}, K_{x_4}$ — коэффициенты демпфирования при изгибе валов 1 .. 4;

$$\varphi_2 = \frac{1}{i_{12}} \varphi_1 - \frac{1}{\rho_{12}} \frac{1 + i_{12}}{i_{12}} (x_1 + x_2);$$

$$\varphi_4 = \frac{1}{i_{34}} \varphi_3 - \frac{1}{\rho_{34}} \frac{1 + i_{34}}{i_{34}} (x_3 + x_4).$$

Элементами матрицы жесткостей являются:

$$C = \|C_{ij}\|, \quad C_{11} = C_{\varphi_1}, \quad C_{12} = -C_{\varphi_1}, \quad C_{21} = -C_{\varphi_1},$$

$$C_{22} = C_{\varphi_{21}} + C_{\varphi_{21}} + \left(r_{10ш} - \frac{r_{20k}}{i_{12}}\right) \left(C_2 r_{10ш} - C_2 \frac{r_{20k}}{i_{12}}\right), \quad C_{23} = -C_{\varphi_{21}},$$

$$C_{24} = -C_{\varphi_{21}} R_{12} + C_1 \left(1 - \frac{r_{20k}}{\rho_{12}} \frac{1 + i_{12}}{i_{12}}\right),$$

$$C_{25} = C_{\varphi_{21}} R_{12} + C_1 \left(\frac{r_{20k}}{\rho_{12}} \frac{1 + i_{12}}{i_{12}} - 1\right),$$

$$C_{32} = i_{12} C_{\varphi_1}, \quad C_{33} + i_{12}^2 C_{\varphi_{21}} + C_{\varphi_{33}} - \left(r_{30ш} - \frac{r_{40k}}{i_{34}}\right) \left(C_3 r_{30ш} + \frac{r_{40k}}{i_{34}} C_4\right),$$

$$C_{34} = i_{12} C_{\varphi_{21}} R_{12}, \quad C_{35} = i_{12} C_{\varphi_{21}} R_{12},$$

$$C_{36} = -C_{\varphi_{33}} R_{34} - \left(1 - \frac{r_{30k}}{\rho_{34}} \frac{1 + i_{34}}{i_{34}}\right) \left(C_3 r_{30ш} + \frac{r_{40k}}{i_{34}} C_4\right),$$

$$C_{37} = -C_{\varphi_{33}} R_{34} - \left(\frac{r_{40k}}{\rho_{34}} - 1\right) \left(C_3 r_{30ш} + \frac{r_{40k}}{i_{34}} C_4\right),$$

$$C_{42} = -C_{\varphi_{21}} R_{12} - \left(r_{10ш} - \frac{r_{20k}}{\rho_{12}} \frac{1 + i_{12}}{i_{12}} C_2\right), \quad C_{43} = C_{\varphi_{21}} R_{12} i_{12}$$

$$C_{44} = C_{x_1} C_{\varphi_{21}} R_{12}^2 - \left(1 - \frac{r_{20k}}{\rho_{12}} \frac{1 + i_{12}}{i_{12}}\right) \left(C_1 - \frac{r_{20k}}{\rho_{12}} \frac{1 + i_{12}}{i_{12}} C_2\right),$$

$$C_{45} = C_{\varphi_{21}} R_{12} - \left(\frac{r_{20k}}{\rho_{12}} \frac{1 + i_{12}}{i_{12}} - 1\right) \left(C_1 - \frac{r_{20k}}{\rho_{12}} \frac{1 + i_{12}}{i_{12}} C_2\right),$$

$$C_{52} = -C_{\varphi_{21}} + C_2 \left(1 - \frac{r_{20k}}{\rho_{12}} \frac{1 + i_{12}}{i_{12}}\right) \left(r_{10ш} - \frac{r_{20k}}{i_{12}}\right), \quad C_{53} = C_{\varphi_{21}} R_{12} i_{12}$$

$$C_{54} = C_{\varphi_{21}} R_{12}^2 + C_2 \left(1 + \frac{r_{20k}}{\rho_{12}} \frac{1 + i_{12}}{i_{12}}\right)^2,$$

$$C_{55} = (C_{x_1} + C_{\varphi_{21}} R_{12}^2) - C_2 \left(1 - \frac{r_{20k}}{\rho_{12}} \frac{1 + i_{12}}{i_{12}}\right)^2,$$

$$C_{63} = -C_{\varphi_{43}} R_{34} - \left(r_{30ш} - \frac{r_{40k}}{i_{34}} \right) \left(C_3 - \frac{r_{40k}}{\rho_{34}} \frac{1+i_{34}}{i_{34}} C_4 \right),$$

$$C_{66} = (C_{x_3} + C_{\varphi_{43}} R_{34}^2) - \left(1 - \frac{r_{30k}}{\rho_{34}} \frac{1+i_{34}}{i_{34}} \right) \left(C_3 - \frac{r_{40k}}{\rho_{34}} C_4 \right),$$

$$C_{67} = -C_{\varphi_{43}} R_{34}^2 - \left(\frac{r_{40k}}{\rho_{34}} \frac{1+i_{34}}{i_{34}} - 1 \right) \left(C_3 - \frac{r_{40k}}{\rho_{34}} \frac{1+i_{34}}{i_{34}} C_4 \right),$$

$$C_{72} = -C_{\varphi_{43}} R_{34}^2 = C_4 \left(1 + \frac{r_{40k}}{\rho_{34}} \frac{1+i_{34}}{i_{34}} \right) \left(r_{30ш} - \frac{r_{40k}}{i_{34}} \right),$$

$$C_{76} = C_{\varphi_{34}} R_{34}^2 + C_4 \left(1 + \frac{r_{40k}}{\rho_{34}} \frac{1+i_{34}}{i_{34}} \right) \left(1 - \frac{r_{30ш}}{\rho_{34}} \frac{1+i_{34}}{i_{34}} \right),$$

$$C_{77} = C_{x_4} + C_{\varphi_{34}} R_{34}^2 - \left[1 - \left(\frac{r_{40k}}{\rho_{34}} \frac{1+i_{34}}{i_{34}} \right)^2 \right] C_4,$$

$$C_{13} = C_{14} = C_{15} = C_{17} = C_{26} = C_{27} = C_{31} = C_{41} = C_{46} = C_{47} = C_{51} = \\ = C_{56} = C_{57} = C_{61} = C_{62} = C_{64} = C_{65} = C_{71} = C_{72} = C_{74} = C_{75} = 0,$$

где $r_{10ш}$ и $r_{30ш}$, $r_{20к}$ и $r_{40к}$ — радиусы длительных окружностей шестерен и зубчатых колес первой и второй ступеней; C_i ($i=1, 2, 3, 4$) — жесткость зубьев зубчатых колес; f_{in} — амплитуды гармоник разложения в ряд Фурье геометрических погрешностей профиля зуба; P_{in} — частоты собственных колебаний системы; M_{φ} — вращающий момент, передаваемый от ротора двигателя к редуктору.

Решение системы (1) ищем в следующем виде [2]:

$$q_j = \sum_{k=1}^n A_{kj} \sin P_{kj} t + B_{kj} \cos P_{kj} t. \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1), получаем систему линейных уравнений для определения неизвестных коэффициентов A_{kj} и B_{kj} , которая в матричной форме имеет вид

$$\begin{cases} \|C - IP_{jk}^2\| \{A_{kj}\} - \|K\| \{B_{kj}\} = \{a_{kj}\}, \\ \|C - IP_{jk}^2\| \{B_{kj}\} - \|K\| \{A_{kj}\} = \{b_{kj}\}. \end{cases}$$

Решение системы линейных уравнений дает

$$\{A_{kj}\} = \|D\|^{-1} (\|K\|^{-1} \{a_{kj}\} + \|G - IP_{kj}^2\|^{-1} \{b_{kj}\}),$$

$$\{B_{kj}\} = \|D\|^{-1} (\|K\|^{-1} \{b_{kj}\} + \|C - IP_{kj}^2\|^{-1} \{a_{kj}\}),$$

где

$$\|D\|^{-1} = \|K\|^{-1} \|C - IP_{jk}^2\| - \|C - IP_{jk}^2\|^{-1} \|K\|.$$

Эти коэффициенты являются амплитудами спектральных составляющих вибраций рассматриваемых узлов. Сравнение расчетных зна-

чений вибраций (рис. 1б) с экспериментальными (рис. 1а) показывает достаточную их сходимость. Методика внедрена в НИИЭлектромаш и включена в общий алгоритм расчета редукторных микродвигателей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Глухарев Е. Г., Зубарев Н. И. Зубчатые соединения: Справочник.—Л.: Машиностроение, Ленингр. отд., 1983.—270 с.
2. Саргсян Г. О. Виброактивность электрических машин и ее влияние на работоспособность подшипниковых узлов качения. Дис. ... к. т. н. Тбилиси, 1988.—205 с.

НИИЭлектромаш

15. IV. 1991

Изв. НАН Армении (сер. ТН), т. XLVI, № 2—3, 1993, с. 62—67.

МАШИНОСТРОЕНИЕ

УДК 669:620.178—620.17

Т. Т. АРАКЕЛЯН

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧИСЛА УПРУГОЙ ТВЕРДОСТИ МАТЕРИАЛОВ

Определение числа неупругой твердости по шариковой пробе не может служить однозначной механической характеристикой испытуемого материала. Упругая твердость определяется предельной нагрузкой, которая соответствует началу появления остаточной деформации испытуемого материала. Выведены формулы теоретического и экспериментального определения числа упругой твердости материала, являющиеся однозначной мерой твердости и материальной постоянной. Предлагаемое число упругой твердости вносит уточнение при инженерных расчетах контактной прочности. Ил. 3. Библиогр.: 7 назв.

Գնդակային փորձարկումով հետազոտվող նյութերի ոչ առաձգական կարծրության թիվը չի կարող հանդիսանալ միանշանակ մեխանիկական հատկանիշ: Առաձգական կարծրության թիվը որոշվում է սահմանային ընկնվածքով, որը համապատասխանում է փորձարկվող նյութի մեջ մնացորդային դեֆորմացիաներ առաջանալու սկզբնապահին: Արտածված են առաձգական կարծրության թվի տեսական և փորձարարական արժեքները որոշող բանաձևեր: Այդ թիվը փորձարկվող նյութի առաձգական կարծրության հաստատուն և միանշանակ շափն է: և կարող է ճշտել կոնտակտային ամրության ինժեներական հաշվարկները:

Определение числа упругопластической твердости по шариковой пробе, а также результаты других многочисленных методов измерения твердости несопоставляемы и зависят от условий испытания. Они не могут служить однозначной механической характеристикой материалов. О необходимости введения единого числа твердости в научно-технической литературе высказывалось неоднократно [1, 2, 4].

Для установления предельной нагрузки и соответственного числа упругой твердости исходим из решения задачи Герца при вдавливании упругого шара (индентора) в упругое полупространство (контртела). На рис. 1 представлена схема нагружения и расположения координатных осей. При этом известны соотношения Герца [4]: