

УДК 621.313.333.3.018

Г. Л. АРТЕМЯН

ВИБРОНАДЕЖНОСТЬ ЩИТОВ АСИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ МАЛОЙ МОЩНОСТИ

Для определения напряженно-деформированного состояния щитов решена задача поперечных колебаний кольцевых пластинок с тремя симметрично расположенными радиальными стрингерами. Решение уравнений колебаний построено методом последовательного разделения переменных с применением рядов по функциям Бесселя. Получены формулы расчета виброндежности щитов, приведены сравнительные результаты расчетов и экспериментальных исследований.

Ил. 2. Табл. 1. Библиогр.: 5 назв.

Վահանիկների լարվածության-դեֆորմացիոն վիճակի որոշման համար լուծված է երեք համաչափ շառավղային ամրակցումներ ունեցող օղակաձև թիթեղի լայնական տատանման խնդիրը: Տատանման հավասարումների լուծումը կառուցված է փոփոխականների հաջորդական անջատման «եղանակով» կիրառելով բաց Բեսելի ֆունկցիաների շարքերի վերածման մեթոդը: Ստացված են վահանիկների թրթռահոսալիություն հաշվարկի բանաձևերը, բերված են հաշվարկային և փորձնական ուսումնասիրությունների համեմատման արդյունքները:

Вибрационная надежность—это свойство конструкции выполнять свое функциональное значение с сохранением выходных параметров в пределах установленных норм при их длительной эксплуатации в условиях вибрационных нагрузок. Щиты асинхронных двигателей малой мощности (АДММ) относятся к тем элементам, которые непосредственно воспринимают вибронгрузки эксплуатационной среды, в том числе сочленяемых с двигателями механизмов и агрегатов, в связи с чем виброндежность АДММ во многом обусловлена виброндежностью щитов. В работах [1—3] были рассмотрены задачи виброндежности роторов и контактных соединений АДММ. Базируясь на общей концепции решения задач виброндежности [4], ниже приводятся основные результаты исследований по расчетно-экспериментальной оценке виброндежности щитов АДММ. Задача сводится прежде всего к выбору наиболее приемлемой теоретической модели расчета напряженно-деформированного состояния щитов, с учетом, что с точки зрения их прочности и жесткости поперечные колебания являются более неблагоприятными, чем радиальные колебания. Исходя из особенностей конструктивного исполнения АДММ, в качестве адекватной динамической системы, имитирующей условия нагружения щитов, можно принять модель колебания кольцевой пластинки, усиленной тремя радиальными стрингерами, с заземленным наружным и нагруженным внутренним контурами (рис. 1). Дифференциальное уравнение колебания пластинки будет

$$\Delta^2 w + \frac{q}{D} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \sum_{i=1}^3 \frac{1}{D h_0} \left[EI \frac{\partial^2 w}{\partial r^4} + \rho F \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right] \Big|_{r=r_i} \cdot f(\theta) = 0, \quad (1)$$

где $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$ — оператор Лапласа в полярных координатах, q — масса единицы объема пластинки, D — цилиндрическая жесткость пластинки, h_0 — ширина ребра, I — момент инерции сечения ребра, ρ — плотность материала ребра (для АДММ пластинки и ребра отливаются из одного и того же алюминиевого сплава), F — площадь поперечного сечения ребра, а последние слагаемые в левой части уравнения — соответственно упруго-восстанавливающая сила и сила инерции ребер; $\theta_1 = 0$, $\theta_2 = \frac{2}{3} \pi$, $\theta_3 = \frac{4}{3} \pi$.

$$f(\theta) = \begin{cases} 1 & \text{при } \theta \in \left[\frac{2}{3} \pi i - \varphi, \frac{2}{3} \pi i + \varphi \right], \quad i = 0, 1, 2, \\ 2 & \text{при } \theta \in \left[\frac{2}{3} \pi i - \varphi, \frac{2}{3} \pi i + \varphi \right], \quad i = 0, 1, 2. \end{cases}$$

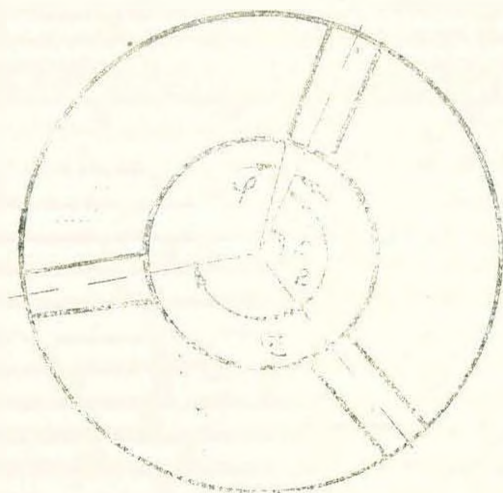


Рис. 1. Динамическая модель щитов АДММ.

Граничные условия задачи определяются из реальных условий закрепления щитов в двигателе

$$w|_{r=a} = 0, \quad w|_{r=b} = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial r} \Big|_{r=b} = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial r} \Big|_{r=a} = \alpha \cos \theta \cdot \sin \omega t, \quad (2)$$

где $2a$ и $2b$ — внутренний и наружный диаметры пластинки, α — угол в соответствии с рис. 2. Разлагая $f(\theta)$ в ряд Фурье

$$f(\theta) = A_0 + \sum_{n=1}^3 A_n \cos n\theta + B_n \sin n\theta, \quad (3)$$

решение уравнения (1) представится в виде

$$w(r, \theta, t) = W(r, \theta) \sin \omega t. \quad (4)$$

Подставив (4) в (1), получим

$$\Delta^2 W - \frac{q\omega^2}{D} W = - \sum_{i=1}^3 \frac{1}{Dh_0} \left[EI \frac{\partial^4 W}{\partial r^4} - qF\omega^2 W \right] \bigg|_{\theta=\theta_i} \cdot f(\theta). \quad (5)$$



Рис. 2. К выбору граничных условий задачи колебания шфта: 1 — шфт до изгиба, 2 — шфт после изгиба, 3 — ротор до изгиба, 4 — ротор после изгиба.

Решение уравнения (5) ищем методом последовательных приближений.

Нулевое приближение —

$$D \Delta^2 W_0 - q\omega^2 W_0 = 0. \quad (6)$$

Граничные условия (2) позволяют представить решение уравнения (6) в виде

$$W_0(r, \theta) = U_0(r) \cos \theta, \quad (7)$$

где

$$U_0(r) = A_0' J_1(kr) + B_0' N_1(kr) + C_0' I_1(kr) + D_0' K_1(kr), \quad (8)$$

$K^1 = \frac{q\omega^2}{D}$, а J_1 , N_1 и I_1 , K_1 соответственно функции Бесселя действительного и мнимого аргументов. Граничные условия (2) дают систему алгебраических уравнений для определения коэффициентов A_0' , B_0' , C_0' и D_0' .

Первое приближение — подставим в (7) в правую часть уравнения (5) и получим

$$\Delta^2 W_1 - k^4 W_1 = - \sum_{i=1}^3 \frac{1}{Dh_0} \left[EI \frac{\partial^4 U_0}{\partial r^4} - qF\omega^2 U_0 \right] \cos \theta_i \cdot f(\theta), \quad (9)$$

решение которого можно представить через функции Бесселя

$$W_1(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} R_{1n}(r) \cos n\theta + \sum_{n=1}^{\infty} R_{2n}(r) \sin n\theta + V(r, \theta), \quad (10)$$

где

$$R_{jn} = A_{jn} J_n(kr) + B_{jn} N_n(kr) + C_{jn} I_n(kr) + D_{jn} K_n(kr), \quad (11)$$

при $j = 1$ и 2 , $n = 0, 1, 2, \dots$.

Частное решение $V(r, \theta)$ с учетом (3) представляется в виде

$$V(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} X_n(r) \cos n\theta + \sum_{n=1}^{\infty} Y_n(r) \sin n\theta, \quad (12)$$

где $X_n(r)$ и $Y_n(r)$ — соответственно частные решения уравнений

$$\begin{aligned} \Delta_n^2 R_{1n} - k^4 R_{1n} &= T_n(r), \quad n = 0, 1, 2, \dots, \\ \Delta_n^2 R_{2n} - k^4 R_{2n} &= Z_n(r), \quad n = 1, 2, 3, \dots, \end{aligned} \quad (13)$$

где

$$\Delta_n = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{n^2}{r^2}, \quad Z_n(r) = B_n \varphi(r), \quad (14)$$

$$T_n(r) = A_n \varphi(r) = A_n \sum_{i=1}^3 \frac{EI}{Dh_0} \left[\frac{\partial^4 U_0}{\partial r^4} - \chi^5 U_0 \right] \cos \theta_i.$$

Определение частного решения $Z_n(r)$ уравнения (13) осуществляется методом вариации постоянных с использованием функции Грина

$$X_n(r) = \int_a^b G_n(r, \xi) T_n(\xi) d\xi, \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned} G_n(r, \xi) = & \left[\frac{\Delta_{1n}(\xi)}{\Delta_n(\xi)} J_n(k\xi) + \frac{\Delta_{2n}(\xi)}{\Delta_n(\xi)} N_n(k\xi) + \right. \\ & \left. + \frac{\Delta_{3n}(\xi)}{\Delta(\xi)} I_n(kr) + \frac{\Delta_{4n}(\xi)}{\Delta(\xi)} K_n(kr) \right] U(r - \xi). \end{aligned}$$

Здесь $U(r - \xi)$ — единичная функция

$$U(r - \xi) = \begin{cases} 0, & r < \xi, \\ 1, & r > \xi, \end{cases}$$

$\Delta_n(\xi)$ — вронскиан от функций Бесселя n -го порядка J_n , N_n , I_n и K_n , а Δ_{1n} , Δ_{2n} , Δ_{3n} и Δ_{4n} — соответствующие миноры. Аналогичным образом определяются $Y_n(r)$.

Удовлетворение общего решения (10) граничным условиям (2) сводится к их удовлетворению для выражения $R_{1n}(r) + X_n(r)$, которые приведут к системе алгебраических уравнений для определения коэффициентов A_{1n} , B_{1n} , C_{1n} и D_{1n} . Аналогичным образом определяются A_{2n} , B_{2n} , C_{2n} и D_{2n} .

Отметим, что точное решение задачи сводится к линейным интегральным уравнениям, при этом ядром уравнений служит функция

Грина (15). Так как она ограничена ($\Delta_n > 0$), то применяемый метод последовательных приближений справедлив [5].

Напряжения σ_r и σ_0 при известном выражении прогиба можно определить по классическим соотношениям теории поперечного изгиба пластинок.

Вибронадежность щитов определяется как безотказность с точки зрения сохранения прочности за период наработки t с учетом, что предел выносливости материала щитов σ_{-1} снижается в процессе наработки [4]:

$$P(t) = \left\{ \sigma \leq \frac{\sigma_{-1}}{n_0} \exp(-2,5 \cdot 10^{-5} A t) \right\}, \quad (16)$$

где A — амплитуда ускорения вибрационной нагрузки в единицах g , $\sigma = \max(\sigma_r, \sigma_0)$. В частности, если в произвольный момент времени t величин σ и σ_{-1} имеют нормальные распределения, то для вероятности безотказной работы щитов $P(t)$ будем иметь

$$P(t) = 1 - \Phi \left[- \frac{\mu_{\sigma_{-1}} - \mu_{\sigma}}{\sqrt{\delta_{\sigma_{-1}}^2 + \delta_{\sigma}^2}} \right], \quad (17)$$

где Φ — функция нормального распределения Лапласа, а $\mu_{\sigma_{-1}}$, μ_{σ} и $\delta_{\sigma_{-1}}$, δ_{σ} — соответственно математические ожидания и средние квадратические отклонения величин σ_{-1} и σ .

Также получены формулы при произвольных сочетаниях плотностей распределений случайных величин σ_{-1} и σ — Вейбулла, логарифмически-нормальные, экспоненциальные, Рэлея и др.

Таблица

Тип двигателя	Виброннагрузка		$P(t=10000 \text{ ч})$	
	амплитуда ускорения A, g	частота $f, \text{Гц}$	расчетное	экспериментальное
4ААМ56	15	30	0,992	0,991
АИ63	15	30	0,999	0,997
АА50А16Н	40	100	0,998	0,998

Сравнение результатов расчетов и лабораторных испытаний (таблица) показали их высокую практическую сходимость. Изложенный метод запрограммирован на ЭВМ ЕС 1032, внедрен в НИИЭлектромаше и включен в общий алгоритм расчета надежности АДММ на стадии их проектирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Артемян Г. Л. К вопросу вибронадежности роторов асинхронных двигателей малой мощности // Изв. вузов. Электромеханика. — № 9. — 1989. — С. 43—49.
2. Артемян Г. Л. Вибронадежность роторов асинхронных двигателей малой мощности // Изв. АН АрмССР. Сер. ТН. — 1989. — Т. XLII, № 5. — С. 209—213.

3. Артемян Г. Л. Вибронадёжность контактных соединений асинхронных двигателей малой мощности//Изв. вузов. Электромеханика.—1990.—№ 3.—С. 34—39.
4. Артемян Г. Л. Вибрационная надёжность асинхронных двигателей малой мощности//Электротехника.—1990.—№ 8.—С. 19—23.
5. Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа.—М.: Наука, 1921.—544 с.

НИИЭлектромаш

29. I. 1991

Изв. АН Армении (сер. ТН), т. XLVI, № 1, 1993, с. 8—12.

МАШИНОСТРОЕНИЕ

УДК 621.791.052

Г. М. САРКИСЯН

ДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ БАЛКИ—ПРОТОТИПА СТЕБЛЕЙ РАСТЕНИЙ С ПЕРЕМЕННЫМ МОДУЛЕМ УПРУГОСТИ ПО ДЛИНЕ

Разработана методика расчета напряжений и деформаций при изгибных колебаниях консольной балки с переменным модулем упругости. Результаты исследования могут быть использованы для конструкций, имеющих балки и стержни с переменным модулем упругости при динамическом воздействии (мобильные машины, ядро жесткости высотных сооружений и др.).

Ил. 1. Библиогр.: 6 назв.

Մշակված է լայնական տատանումների դեպքում փոփոխական առաձգականության մոդուլ ունեցող կոնսոլային հեծանի լարումների և դեֆորմացիաների հաշվարկի մեթոդիկա: Հետադրական արդյունքները կարող են օգտագործվել փոփոխական մոդուլ ունեցող կոնսոլավորներում, որոնք ենթարկվում են դինամիկ ուժերի ազդեցությանը (շարժունակ մեքենաներ, բարձրահարկ շենքերի կոշտության միջուկներ և այլն):

Идея исследования консольной балки с переменным модулем упругости возникла в процессе бионического изучения стеблей растений, жесткость которых меняется от комля к вершине по определенным канонам [1—3]. Использование принципов строения стеблей растений, наиболее успешно сопротивляющихся механическим воздействиям внешней среды—ветру, атмосферным осадкам и др., приобретенных в течение длительной эволюции, представляет интерес и является перспективным.

Теоретические и экспериментальные исследования консольных балок с переменным модулем упругости по длине выявили их высокие динамические качества по сравнению с балками постоянного модуля упругости [4]. При этом переменная жесткость балок достигается не за счет изменения поперечного сечения, а изменением модуля упругости, причем, по закону, характерному для стеблей. Отметить, что сохранение поперечного сечения постоянным при переменной жесткости балки является целесообразным с конструктивной точки зрения.