

2. Айсит В. В., Новик Я. А. Физический смысл расчетных уравнений метода конечных элементов при расчете стационарного магнитного поля и их связь с уравнением Максвелла // Изв. АН ЛатвССР. Сер. физ. и техн. наук. — 1976. — № 1. — С. 31—38.
3. Цыбенко А. С. и др. Автоматизированная система обслуживания конечно-элементных расчетов. — Киев: Высш. школа, 1986. — 211.
4. Новик Я. А. Алгоритм построения треугольной сетки для численного расчета магнитного поля методом конечных элементов // Сб.: Алгоритмы и программы. — Рига: РПИ. — Вып. 4. — С. 38—49.
5. Новик Я. А. Алгоритм построения уравнений для численного расчета магнитного поля методом конечных элементов. — Там же. — С. 49—57.
6. Бондариш С. Г. и др. Оценка влияния насыщения зубцов на поле в воздушном зазоре с использованием численных методов и физического моделирования // Электротехника: Межвуз. сб. науч. тр. — Ереван, ЕрПИИ. — 1978. — Сер. XIII. — вып. 4. — С. 62—69.

ЕрПИИ

10. 11. 1990

Изв. АН Армении (сер. ТН). т. 45, № 3—4, 1992, с. 108—113

СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

УДК 681.516.42

О. Н. ГАСПАРЯН, Г. А. МАНУКЯН

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ИССЛЕДОВАНИЯ АВТОКОЛЕБАНИЙ МСАУ НА ОСНОВЕ ФУНКЦИИ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ ГОДОГРАФОВ

Дан новый метод построения характеристических годографов гармонически линеаризованных МСАУ с произвольным числом входов и выходов. Метод основан на применении функции чувствительности характеристических передаточных функций и канонического базиса системы к малым изменениям частоты. Рассмотрен пример исследования автоколебаний в системе косвенного гидрирования телескопа.

Ил. 4. Библиогр.: 6 назв.

Ուսումնարկում է համալսարանի ինքնուրույն և արտադրական հարմարեցված զգայուն-
ված բաղադրիչ (բաղադրիչ) ուղղանկյուն համակարգերի քառադրիչ հազ-
արմիչից համարման երր մեթոդ: Այն հիմնված է համակարգի քառադրիչ ֆունկցիոնալ
ֆունկցիաների և կանոնական բազիսի օգտագործման վրա: Գրադիենտային մեթոդների և կոստանթ
գործակցության ֆունկցիաների էրադման վրա: Պատկերված է լինարիզացված համա-
կարգի ինքնուրույնության որոշումը:

Проблема исследования автоколебаний в нелинейных многомерных системах автоматического управления (МСАУ) является исклю-чительно сложной и многообразной. Различным аспектам данной проблемы посвящены работы [1, 2] и многие другие. Одним из наиболее удобных является метод, предложенный в [3], где получены необходимые условия существования одночастотных автоколебаний в нелинейных МСАУ. Коротко опишем данный метод.

Структура нелинейной МСАУ приведена на рис. 1, где $\bar{\varphi}(p)$, $\bar{x}(p)$, $\bar{y}(p)$ и $\bar{f}(p)$ — n -мерные векторы, $W(p) = \{W_{ik}(p)\}$ — $n \times n$ передаточная матрица линейной части системы, $F(\bar{x}, p\bar{x})$ — $n \times n$ функциональная матрица нелинейных элементов, зависящих от переменных x_k ($k = 1, 2, \dots, n$) и их производных. Приняв, что $\bar{\varphi}(t) = 0$ и в МСАУ установился режим автоколебаний с частотой Ω , осуществим гармоническую линеаризацию нелинейностей. В результате получим следующее векторное уравнение для приближенного определения амплитуд A_k , фаз γ_k и частоты Ω периодического режима:

$$[I + W(j\Omega) * G(\bar{A}, \Omega)] \bar{x} = 0, \quad (1)$$

где I — единичная матрица, $W(j\Omega)$ — частотное представление линейной части системы, $G(\bar{A}, \Omega)$ — матрица коэффициентов гармонической линеаризации нелинейных элементов, $\bar{x}$ — вектор комплексных амплитуд автоколебаний с компонентами $x_k = A_k \exp(j\gamma_k)$, $\gamma_1 = 0$, $\bar{A}$ — вещественный вектор с компонентами A_k .

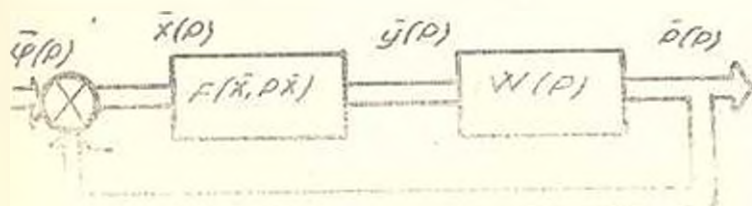


Рис. 1.

Обозначим через

$$Q(j\Omega, \bar{A}) = W(j\Omega) * G(j\Omega, \bar{A}) \quad (2)$$

передаточную матрицу разомкнутой гармонически линеаризованной системы, а через $q_i(j\Omega, \bar{A})$ и $\bar{C}_i(j\Omega, \bar{A})$ ($i = 1, 2, \dots, n$) — соответственно собственные числа, так называемые характеристические передаточные функции (ХПФ) и векторы (оси канонического базиса) матрицы (2).

Как показано в [3], для существования автоколебаний в МСАУ необходимо выполнение следующих условий:

$$q_r(j\Omega, \bar{A}) = -1, \quad (3)$$

$$x = \alpha \bar{C}_r(j\Omega, \bar{A}), \quad (4)$$

где (3) есть условия нахождения одной из ХПФ на границе устойчивости, а (4) — условие коллинеарности вектора комплексных амплитуд $\bar{x}$ и соответствующей оси канонического базиса $\bar{C}_r(j\Omega, \bar{A})$, α — вещественный скаляр, равный модулю вектора амплитуд $\bar{A}$, т. е. $\alpha = \|\bar{A}\|$. Из (4) однозначно вытекает

$$\bar{A} = \alpha [C_r(j\Omega, \bar{A})], \quad (5)$$

где $|\cdot|$ — символ, определяющий вещественный нормированный вектор, составленный из модулей компонент вектора $C_r(j\Omega, \bar{A})$.

Из [3] предложен следующий метод совместного решения уравнений (3) и (5). Для различных $\alpha = \text{const}$ и изменений с некоторым шагом $\Delta\Omega$ частоты Ω от 0 до бесконечности определяются решения нелинейного уравнения (5) и для этих решений на комплексной плоскости строится годограф ХПФ $g_r(j\Omega, \bar{A})$. Если при некотором $\alpha = |\bar{A}|$ соответствующий годограф $g_r(j\Omega, \bar{A})$ проходит через точку $-1, j0$, то эта точка дает решение системы (3), (5), причем частота Ω находится по годографу $g_r(j\Omega, \bar{A})$ в точке $-1, j0$ (рис. 2).

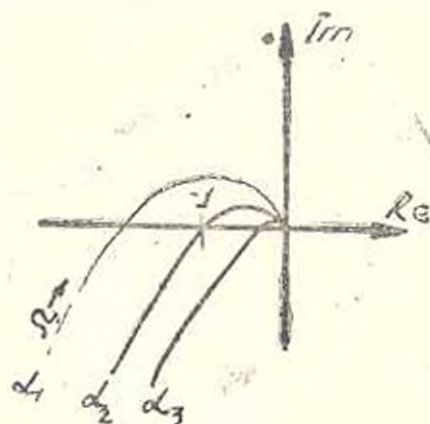


Рис. 2.

Осуществляя подобные построения для всех r , можно найти все возможные решения, удовлетворяющие необходимым условиям существования автоколебаний в МСАУ (3), (5). Однако, численное исследование автоколебаний при $n > 2$ сталкивается с существенными трудностями, т. к. в этом случае каждый шаг итерационной процедуры решения нелинейного уравнения (5) сопровождается итерационной же процедурой определения собственных векторов и чисел передаточной матрицы $Q(j\Omega, \bar{A})$ (2) и возникает сложная проблема выделения ХПФ $q_r(j\Omega, \bar{A})$ для выбранного r из всего множества составленных чисел $\{q_r(j\Omega, \bar{A})\}$.

В настоящей статье предлагается новый метод численного решения данной задачи, основанный на применении функций чувствительности ХПФ и осей канонического базиса к вариациям частоты Ω . Примем, что при $\Omega = \Omega_0$ и $\bar{A}_0$ условие коллинеарности (5) выполняется. Тогда при малом изменении частоты Ω ХПФ и собственные вектора матрицы $Q(j\Omega, \bar{A})$ получают некоторые приращения, что приводит к нарушению условия (5). Следовательно, для восстановления (5) необходимо найти новый соответствующий вектор $\bar{A}$.

Разложив q_r и C_r в ряд Тейлора в окрестности точки $q_r(\Omega_0, A_0)$ и $\bar{C}_r(\Omega_0, \bar{A}_0)$ и отбросив все члены выше первого порядка малости, получим

$$g_r(\bar{A}_0 + \Delta \bar{A}; \Omega_0 + \Delta \Omega) = \left. \frac{\partial q_r}{\partial \Omega} \right|_{\substack{\bar{A}=\bar{A}_0 \\ \Omega=\Omega_0}} \Delta \Omega + \\ + \sum_{i=1}^n \left. \frac{\partial q_r}{\partial A_i} \right|_{\substack{\bar{A}=\bar{A}_0 \\ \Omega=\Omega_0}} \Delta A_i + q_{r0}(\bar{A}_0, \Omega_0), \quad (6)$$

$$\bar{C}_r(\bar{A}_0 + \Delta \bar{A}, \Omega_0 + \Delta \Omega) = \left. \frac{\partial \bar{C}_r}{\partial \Omega} \right|_{\substack{\bar{A}=\bar{A}_0 \\ \Omega=\Omega_0}} \Delta \Omega + \\ + \sum_{i=1}^n \left. \frac{\partial \bar{C}_r}{\partial A_i} \right|_{\substack{\bar{A}=\bar{A}_0 \\ \Omega=\Omega_0}} \Delta A_i + \bar{C}_{r0}(\bar{A}_0, \Omega_0). \quad (7)$$

Вместо (7) можно записать

$$\bar{C}_r(\cdot) = \bar{C}_{r0}(\cdot) + \left. \frac{\partial \bar{C}_r}{\partial \Omega} \right|_{\substack{\bar{A}=\bar{A}_0 \\ \Omega=\Omega_0}} \Delta \Omega - \sum_{i=1}^n \left. \frac{\partial \bar{C}_r}{\partial A_i} \right|_{\substack{\bar{A}=\bar{A}_0 \\ \Omega=\Omega_0}} A_{i0} + \\ + \sum_{i=1}^n \left. \frac{\partial \bar{C}_r}{\partial A_i} \right|_{\substack{\bar{A}=\bar{A}_0 \\ \Omega=\Omega_0}} A_i, \quad (8)$$

где $\bar{C}_{r0}$, $\bar{A}_0$ — значения неварьированных собственного вектора и вектора амплитуд, а $\bar{C}_r$ и $\bar{A} = \bar{A}_0 + \Delta \bar{A}$ — варьированного, откуда с учетом (5) окончательно получим

$$\bar{A} = \alpha \left[\bar{C}_{r0} + \bar{b}_0 \Delta \Omega - \sum_{i=1}^n \bar{b}_i A_{i0} + \sum_{i=1}^n \bar{b}_i A_i \right], \quad \alpha = \text{const}, \quad (9)$$

где постоянные векторы

$$\bar{b}_0 = \left. \frac{\partial \bar{C}_r}{\partial \Omega} \right|_{\substack{\bar{A}=\bar{A}_0 \\ \Omega=\Omega_0}}, \quad \bar{b}_i = \left. \frac{\partial \bar{C}_r}{\partial A_i} \right|_{\substack{\bar{A}=\bar{A}_0 \\ \Omega=\Omega_0}} \quad (10)$$

известны и вычисляются через функции чувствительности собственного вектора $\bar{C}_r(\cdot)$ в исходной точке $\bar{A} = \bar{A}_0$, $\Omega = \Omega_0$. Новое значение $q_r(\cdot)$ при этом в первом приближении находится по уравнению (6).

Таким образом, получено нелинейное уравнение (9), решение которого дает в первом приближении вектор амплитуд $\bar{A}$ коллинеарный вектору $\bar{C}_r(\cdot)$ при малом изменении частоты Ω . При решении

(9) избегаем итерационной процедуры вычисления собственных чисел $q_r(\cdot)$ на каждом шаге и выделения из множества этих чисел числа $q_r(\cdot)$ с выбранным индексом r . Тем самым значительно упрощается задача численного исследования автоколебаний в нелинейной МСАУ. Имея решение уравнения (5) для любой одной частоты Ω , при помощи (9) и (6) можно легко проследить весь характер изменения годографа ХПФ $q_r(\cdot)$ на комплексной плоскости, уточняя решение только при необходимости по исходному уравнению (5).

Пример. Исследуем трехосную систему косвенного гидрирования телескопа с учетом насыщения астродатчиков, структурная схема которой дана на рис. 3, где

$$\begin{vmatrix} \cos \alpha_1 & \sin \alpha_1 & 0 \\ \sin \alpha_1 \cos \alpha_2 & \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 & \sin \alpha_2 \\ \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 & -\cos \alpha_1 \sin \alpha_2 & \cos \alpha_2 \end{vmatrix} \quad \alpha_1 = 20^\circ, \quad \alpha_2 = 30^\circ.$$

Каналы гидрирования приведем к различным:

$$W_1 = \frac{1317,17(p+1)}{p(0,03p+1)D(p)}, \quad W_2 = \frac{124,21(0,17p+1)}{p(0,03p+1)D(p)},$$

$$W_3 = \frac{55,39(0,17p+1)}{p(0,025p+1)D(p)},$$

где

$$D(p) = (6,869 \cdot 10^{-3} p^3 + 6,44 \cdot 10^{-3} p^2 + 0,5023p + 1).$$



рис. 3.

Применяя вышесказанную методику и используя пакет прикладных программ EISPASK [5], для решения систем нелинейных уравнений на ЦВМ СМ-4 были построены ХПФ системы косвенного гидрирования.

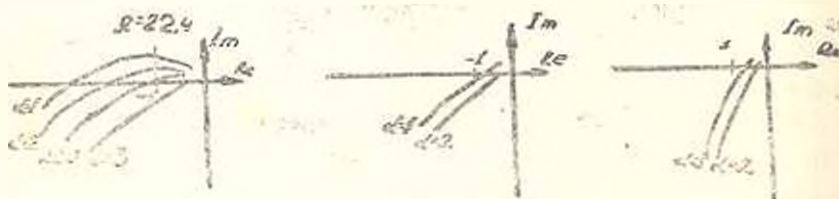


Рис. 4.

Как видно из рис. 4, при $\alpha = 2,59$ годограф первой ХПФ проходит через точку $-1, 0$, следовательно, в системе могут существо-

вать автоколебания с частотой $\Omega = 22,4$ и амплитудами $A_1 = 1,27$, $A_2 = 1,88$, $A_3 = 1,26$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Amami N., Atherton D. P.* Frequency response methods for nonlinear multivariable systems//Proc. Canadian Conf. Aut. Control. — 1973. — P. 9.2-1 — 9.2-15.
2. *Gray J. O., Taylor P. B.* Computer aided design of multivariable nonlinear control systems using frequency domain techniques//Automatica. 1979. — Vol. 15. — P. 281-297.
3. *Гаспарян О. Н.* Исследование автоколебаний в нелинейных многомерных системах регулирования методом характеристических передаточных функций//Изв. АН АрмССР. Сер. ТН.—1984.—Т. 37.—№ 5.—С. 34-39.
4. *Smith B. T.* Mathematical modelling — EISENACK (study edition) Notes in Computer Science — Berlin: Springer-Verlag, 1976. — Vol. 6-551p.
5. *Бакли Б.* Методы оптимизации. — М.: Радио и связь. 1988 — 128 с.

ЕрПН

15 IV. 1991

Изв. АН Армении (сер. ТН), т. 45, № 3-4, 1992, с. 113-117

СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

УДК 658.51:62—52

В. Г. АЛЕКСАНДРЯН, С. Е. ЧИМИШКЯН

ИССЛЕДОВАНИЕ АБСОЛЮТНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ОДНОТИПНЫХ СИСТЕМ КОСВЕННОГО ГИДИРОВАНИЯ

Предложен новый критерий анализа абсолютной устойчивости многомерной однотипной нелинейной системы автоматического управления, являющейся аналогом известного кругового критерия устойчивости. Приведенная теорема абсолютной устойчивости позволяет также определить меру быстродействия (степень устойчивости) системы. При доказательстве критерия абсолютной устойчивости использованы методы теории робастности.

Ил. 4. Библиогр.: 5 назв.

Անալիզի համար է բերվում միջավայրի ալ գծերի շփումներին համապատասխան բազմադրական շրջանային շափումները, որը հանգեցնում է հայտնաբերված հայտնի շրջանային շափումների մեծանիս: Բացարձակ կայունության չնչին ինքնակից բաշխ է առկա որոշիչ նաև համապատասխան շափում: Բացարձակ կայունության շափումների արագության համար ապացուցվում են որոշումների մեծանիս մեթոդներ:

В настоящее время общепризнаны достоинства внеатмосферных астрофизических наблюдений, осуществляемых с искусственных спутников Земли (ИСЗ). Для таких наблюдений на ИСЗ устанавливают прецизионные системы, осуществляющие автоматическое наведение ортовых приборов. Основной задачей управления является наведение оптической оси прибора (телескопа) на исследуемый объект. Применяемые с этой целью системы косвенного гидирования являются многосвязными (трехосными) системами автоматического регули-