При задании активных и реактивных мощностей независимых станционных узлов нетрудно определить численные значения комплексных напряжений этих же узлов, решая систему уравнений (30) итерационным методом.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Хачатрян В. С.* Определение собственных и взаимных сопротивлений энергосистемы относительно базисного узла // Электричество.—1963.—№ 12.—С. 36—38.
2. *Хачатрян В. С.* К методам расчета собственных и взаимных сопротивлений сложных энергосистем // Электричество.—1964.—№ 10.—С. 47—51.
3. *Хачатрян В. С.* К методам расчета рабочих режимов электрических сетей // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт.—1967.—№ 2.—С. 37—41.
4. *Хачатрян В. С., Суханов О. А.* Диакоптика и задача определения обобщенных параметров больших энергосистем // Электричество.—1973.—№ 4.—С. 1—10.
5. *Хачатрян В. С.* Метод и алгоритм расчета установившихся режимов больших энергосистем // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт.—1973.—№ 4.—С. 45—57.
6. *Хачатрян В. С.* Определение установившихся режимов больших электроэнергетических систем с применением метода Ньютона-Рафсона // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт.—1974.—№ 4.—С. 36—43.

ЕрПИ

5. XI. 1991

Изв. АН Армении (сер. ТН), т. 45, № 3—4, 1992, с. 97—102

ЭНЕРГЕТИКА

УДК 533.6.011.622

С. И. ЦАТУРЯН, С. С. МАРКЕЛОВ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАКОНОВ ИЗМЕНЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ И РАСХОДА ГАЗА ВДОЛЬ МАГИСТРАЛЬНОГО ГАЗОПРОВОДА ПРИ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОМ И НЕСТАЦИОНАРНОМ РЕЖИМЕ РАБОТЫ

Рассматривается нестационарное неизотермическое движение газа в магистральном газопроводе при заданных законах давления как в начале, так и в конце трубопровода. В рамках допускаемой линеаризации из системы дифференциальных уравнений, описывающей неизотермическое и неустановившееся движение газа в магистральном газопроводе, получено относительно давления дифференциальное уравнение с переменными коэффициентами, которое решено методом конечного интегрального преобразования Ханкеля. Получены формулы, позволяющие следить за ходом изменения давления и расхода вдоль газопровода с течением времени.

Ил. 2. Библиогр.: 6 назв.

Դիտվում է գլխավոր գազամուղում գազի ոչ իզոթերմիկ և չկայունացված շարժումը, երբ գազամուղի սկզբում ու վերջում տրվում են գազի ճնշման փոփոխության օրենքները։ Գլխավոր գազամուղում գազի չկայունացված ոչ իզոթերմիկ շարժումը բնութագրող հավասարումների համակարգից թույլատրվող գծայնացման սահմաններում գազի ճնշման նկատմամբ փոփոխական գործակիցներով ստացված է դիֆերենցիալ հավասարում, որը լուծվում է Հանկելի վերջավոր ինտեգրման ձևափոխությամբ։ Ստացված բանաձևերը հնարավորություն են տալիս գազամուղի երկարությամբ հետևել գազի ճնշման ու ծախսի փոփոխությանը, կախված տեղից ու ժամանակից։

Большие перепады давления в магистральных газопроводах создают весьма важную проблему охлаждения газа на пути. В связи с этим возникает необходимость исследования процесса неизотермического нестационарного движения газа в трубопроводах, который описывается следующей системой дифференциальных уравнений [1, 2]:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial x} = -\dfrac{\lambda u^2}{2D}, \quad p = \rho RT, \quad G = \rho u s, \\ \dfrac{\partial \rho}{\partial t} = -\dfrac{\partial(\rho v)}{\partial x} = -\dfrac{\alpha G}{s\partial x}, \quad \dfrac{dT}{dx} = \dfrac{\alpha D \alpha_c}{c G}(T_н - T). \end{cases} \qquad (1)$$

где p, ρ, u—средние значения по сечению соответственно давления, плотности и скорости, D—диаметр трубы, R—газовая постоянная, T—абсолютная температура газового потока, $T_н$—температура окружающей среды, s—площадь поперечного сечения газопровода, λ—безразмерный коэффициент сопротивления, G—массовый расход газа, α_c—суммарный коэффициент теплообмена, c—удельная теплоемкость при постоянном давлении, x—координата, отсчитываемая вдоль газопровода, t—время.

Пусть до момента времени $t=0$ движение газа было стационарным и неизотермическим. Тогда решение системы (1) при условиях

$$p|_{x=0} = p_н, \quad p|_{x=L} = p_к, \quad T_{x=0}$$

будет

$$P(x) = P_0(x) = p_0^2(x) = \frac{1}{1-e^{-b_1 x}}\left[(p_н^2 - p_к^2)e^{-b_1 x} + p_к^2 - p_н^2 e^{-b_1 L}\right],$$

$$T = T_0(x) = T_0 e^{-b_1 x}, \qquad \rho = \rho_0(x) = \frac{p_0(x)}{RT_0(x)}, \qquad (2)$$

$$G = G_0 = \sqrt{\frac{bDs^2(p_н^2 - p_к^2)}{(1-e^{-b_1 L})T_0 R}} = \text{const}, \qquad b_1 = \frac{\alpha D \alpha_c}{c_p G_0},$$

где $p_н$, $p_к$, G_0—соответственно давление в начале ($x=0$), в конце ($x=L$) газопровода и расход газа, L—длина трубопровода, T_0—абсолютная температура газового потока в начале газопровода. Для упрощения решения и расчетов принято $T_н = 0$. Допустим, что начиная с некоторого момента времени $t=0$ движение газа стало неустановившимся. Из системы уравнений (1) при помощи элементарных преобразований для определения давления и расхода газа получим

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(e^{bx}\frac{\partial P}{\partial x}\right) = \frac{\lambda u}{DT_0 R}e^{bx}\frac{\partial P}{\partial t}, \qquad (3)$$

$$G^2 = -\frac{2Ds^2 e^{bx}}{\lambda T_0 R}\frac{\partial P}{\partial x}, \qquad P = p^2. \qquad (4)$$

Уравнение (3) описывает ход изменения давления нестационарного неизотермического потока газа вдоль трубопровода. В работах [3, 4], где рассматриваются задачи о неустановившемся движении газа в трубопроводах с учетом реальных его свойств, скорость u заменена через $u_{ср} = 2(u_1 + 2u_0)/3$. Здесь u_0 и u_1—наибольшая и наименьшая скорости неустановившегося движения газа. Предположим, что с момента $t = 0$ как в начале, так и в конце трубопровода заданы законы изменения давления как функции времени

$$p|_{x=0} = p_н + \varphi(t), \qquad p|_{x=l} = p_к + \psi(t), \tag{5}$$

где $\varphi(t)$ и $\psi(t)$ — заданные функции, обращающиеся в нуль при $t=0$ и характеризующие изменение давления на концах трубопровода. Сущность настоящей работы заключается в следующем:

— на основе вышесказанного в работах [3, 4] уравнение (3) заменой u на $u_{ср}$ привести к простейшему виду;

— методом конечного интегрального преобразования Ханкеля решить это уравнение при условиях (5) и (2) с целью определения давления и расхода газа в любом сечении газопровода для любого момента времени.

1. Следуя работе [5], для удобства введем безразмерные величины, положив

$$G = G_0 G^*, \quad x = Lz, \quad t = t_0 t^*, \quad P = p_н^2 P^*, \quad b^1 = b_1 L,$$

где G_0, L, t_0 и $p_н$ — соответственно характерные расход, длина, время давление, т. е расход газа при стационарном неизотермическом режиме работы, длина газопровода и давление газа в начале газопровода при стационарном неизотермическом режиме работы. Для характерного времени из уравнения (3) получим

$$t_0 = 4u_{ср}L^2/DT_0R. \tag{6}$$

После перехода к безразмерным величинам уравнения (3) и (4) соответственно примут вид

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(e^{bz}\frac{\partial P}{\partial z}\right) = e^{bz}\frac{\partial P}{\partial t}, \tag{7}$$

$$G^2 = -\frac{1-e^{-b}}{1-k^2}\,be^{bz}\frac{\partial P}{\partial z}, \tag{8}$$

а краевые условия (2) и (5) в безразмерном виде будут:

$$\begin{aligned} &\text{при} \quad t = 0, && P_0(z) = ae^{-bz} + c; \\ &\text{при} \quad z = 0, && P = [1 + \varphi(t)/p_н]^2; \\ &\text{при} \quad z = 1, && P = [k + \psi(t)/p_н]^2, \end{aligned} \tag{9}$$

где

$$k = p_к/p_н < 1, \quad b = b_1 L, \quad a = (1-k^2)/(1-e^{-b}), \quad c = (k^2 - e^{-b})/(1-e^{-b}).$$

Здесь и в дальнейшем ради простоты звездочки опущены.

Решение уравнения (7) ищем в форме

$$P(z, t) = P_0(z) + Q(z, t). \tag{10}$$

Тогда (7) примет вид

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial z^2} + b\frac{\partial Q}{\partial z} = e^{-bz}\frac{\partial Q}{\partial t}, \tag{11}$$

а краевые условия (9) будут:

$$\begin{aligned} &\text{при} \quad t = 0, && Q = 0; \\ &\text{при} \quad z = 0, && Q = 2\varphi(t)/p_{\text{н}} + \varphi^2(t)/p_{\text{н}}^2 = \Phi(t); \\ &\text{при} \quad z = 1, && Q = 2k\psi(t)/p_{\text{н}} + \psi^2(t)/p_{\text{н}}^2 = \Psi(t). \end{aligned} \tag{12}$$

Выражения (11) и (12) в силу следующей подстановки

$$Q = v/y, \qquad y = 2e^{bz/2}/b \tag{13}$$

соответственно примут вид

$$\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{1}{y}\frac{\partial V}{\partial y} - \frac{1}{y^2}v = \frac{\partial v}{\partial t} \tag{14}$$

$$\begin{aligned} &\text{при} \quad t = 0, && v = 0, \\ &\text{при} \quad y = y_1 = 2/b, && v = b\Phi(t)/2, \\ &\text{при} \quad y = y_2 = 2e^{b/2}/b, && v = b - e^{-b/2}\Psi(t)/2. \end{aligned} \tag{15}$$

2. Решая уравнение (14) методом конечного интегрального преобразования Ханкеля при краевых условиях (15) с учетом (10) и значений y, y_1, y_2, получаем

$$P(z, t) = P_0(z) + \frac{1}{(e^b - 1)e^{bz}}\left[e^b(e^{bz} - 1)\Psi(t) + (e^b - e^{bz})\Phi(t)\right] -$$

$$- \frac{b}{e^{b/2}}\sum_{n=1}^{\infty}\left\{\frac{I_1^2(\gamma_n, e^{b/2})}{I_1^2(\gamma_n) - I_1^2(\gamma_n, e^{b/2})} R(\gamma_n, z)\int_0^t e^{-\gamma_n^2 e^{b(t-\tau)}}\Omega(\gamma_n, \tau)\, d\tau\right\}, \tag{16}$$

где

$$\Omega(\gamma_n, \tau) = \frac{b}{2}\left[\Phi(\tau) - e^{b/2}\frac{I_1(\gamma_n)}{I_1(\gamma_n, e^{b/2})}\Psi(\tau)\right], \tag{17}$$

$$R(\gamma_n, z) = Y_1(\gamma_n) I_1(\gamma_n, e^{bz/2}) - I_1(\gamma_n) Y_1(\gamma_n, e^{bz/2}). \tag{18}$$

γ_n ($n = 1, 2, \ldots$) — корень уравнения $R(\gamma_n, 1) = 0$, который по порядку абсолютных величин дается формулой [6]

$$\gamma_n = \delta + \frac{\Delta}{\delta} + \frac{q - \Delta^2}{\Delta^2} + \cdots, \qquad \delta = \frac{\pi n}{r - 1}, \qquad \Delta = \frac{3}{8r},$$

$$q = \frac{21(r^2 + r + 1)}{128r^4}, \qquad r = e^{b/2}.$$

Пример. Пусть [1, 2]

$$G_0 = 140\ кг/с,\quad \lambda = 0{,}012,\quad u_{ср} = 14\ м/с,\quad c_p = 2{,}3\cdot 10^3\ дж/кгК,$$

$$\varkappa_c = 2{,}45\ вт/м^2К,\quad D = 1\ м,\quad R = 490{,}3\ дж/кгК,\quad l = 10^5\ м, \tag{19}$$

$$p_н = 39{,}24\cdot 10^5\ Па,\quad p_к = 29{,}43\cdot 10^5\ Па,\quad T_0 = 300^\circ\,К.$$

Допустим, что $\Phi(t) = 0$, $\Psi(t) = 1 - e^{-t}$, тогда в силу (12) получим

$$\varphi(t) = 0,\qquad \psi(t) = p_н + \sqrt{p_н^2 - p_к^2(1 - e^{-t})}. \tag{20}$$

Следовательно, (20) показывает, что газопровод работает с постоянным давлением $p_н$ в начале ($z = 0$) и переменным давлением $\psi(t)$ в конце ($z = 1$).

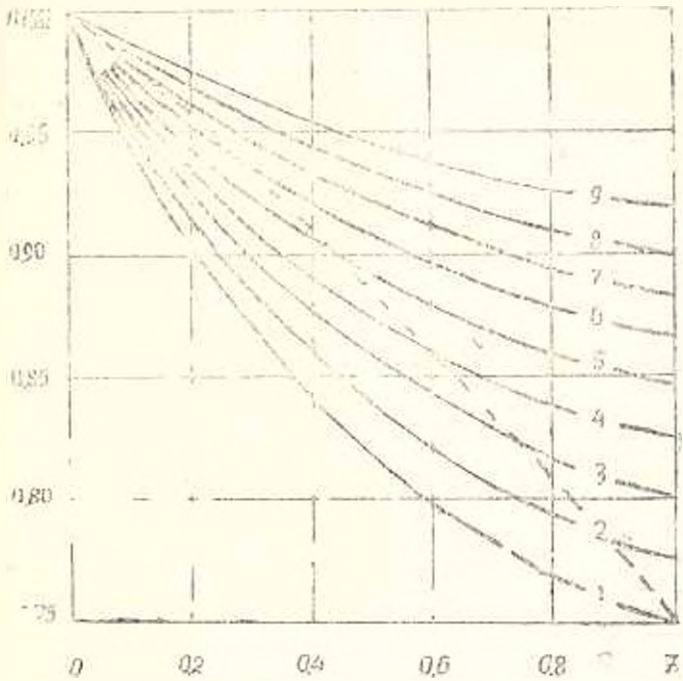

Рис. 1. Изменение давления p в зависимости от z для различных моментов времени: кривые 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9 — $t = 0$, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21 и 24 ч.

По формуле (16) и данным (19) выполнены расчеты и построены кривые (рис. 1, 2). Кривые рис. 1 (сплошные линии) характеризуют изменение давления газа вдоль трубопровода для заданных моментов времени. Пунктирная линия характеризует изменение давления при установившемся изотермическом режиме работы газопровода. Кривые рис. 2 характеризуют изменение давления газа в зависимости от времени в фиксированных сечениях газопровода.

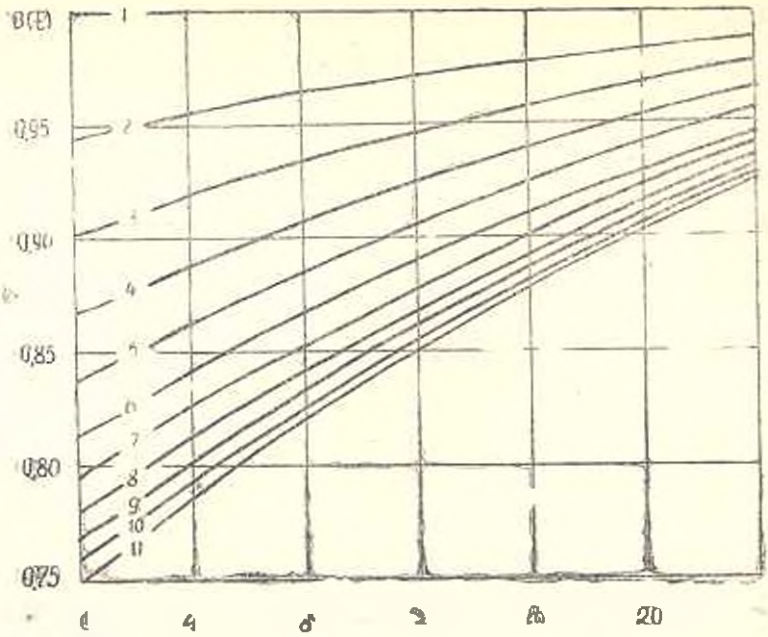

Рис. 2. Изменения давления p в зависимости от t в фиксированных сечениях газопровода: кривые *1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10* и *11* — t=0,1, 0,5, 0,6, 0,7, 0,8, 0,9 и 1,0.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Чарный И. А.* Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах.—М.: Гостехиздат, 1951.—250 с.
2. Неизотермическое течение газа в трубах/Под. О. Ф. Васильева.—Новосибирск: Наука, 1978.—128с.
3. *Чарный И. А.* Основы газовой динамики.— М.: Гостехиздат, 1961.—200 с.
4. *Бобровский С. А., Яковлев Е. И.* Влияние параметров на переходные процессы в магистральном газопроводе. Транспорт и хранение нефти и газа/Тр. МИНХиГП.—М.: Недра, 1971.—Вып. 97.—С. 43—49.
5. *Натурян С. И., Маркелов С. С.* К задаче о нестационарных движениях газа в магистральных газопроводах // Изв. вузов. Нефть и газ.—1972.—№ 10.—С. 77—82.
6. *Грей Э., Мэтьюз Г. Б.* Функции Бесселя и их приложения к физике и механике.—М.: Изд-во ин. лит., 1953.—371 с.

Тульский политехн. ин-т

2. V. 1990