

УДК 621.01

К. Г. СТЕПАНЯН, Г. С. АЙРАПЕТЯН, К. С. АРЗУМАНЯН

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПЛОСКИХ МАНИПУЛЯТОРОВ С ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ ТОПОЛОГИЕЙ ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ

В представляемой работе разработан метод решения задачи оптимального управления по быстродействию для плоских манипуляторов с параллельной топологией, где требуется определить управляющие силы так, чтобы объект перешел из начального состояния в конечное за кратчайшее время. Для упрощения решения задачи объект вместе с платформой выделяется из состава манипулятора и для них рассматривается аналогичная задача по быстродействию, откуда определяются законы движения объектов. Далее, путем решения задачи динамики оставшихся цепей определяются управляющие силы.

Ил. 3. Библиогр.: 1 назв.

Մշակված է զուգահեռ տողային հարթ մանիպուլյատորների բազմաշաղկապման համակարգի կառավարման խնդրի լուծման մեթոդ, որտեղ պահանջվում է որոշել ալիպիսի կառավարման ուժեր, որոնք կարճագույն ժամանակամիջոցում ապահովեն տեղաշարժվող օբյեկտի տեղափոխությունը սկզբնական վիճակից վերջնականը, ենդրի լուծումը պարզեցնելու համար օբյեկտը հենահարթակի հետ միասին առանձնացվում է մանիպուլյատորի կազմից և երեք համար դիտարկվում է բազմաշաղկապման համակարգի խնդիր, որտեղից որոշվում են օբյեկտի շարժման «րենքները» Այնուհետև մնացած շղթաների դինամիկայի խնդրի լուծումը որոշվում են կառավարման ուժերը:

1. **Постановка задачи.** В работе рассмотрен вопрос управления перемещениями объекта «Е», жестко связанного с платформой $C_1C_2C_3$ плоского манипулятора с параллельной топологией (рис. 1).

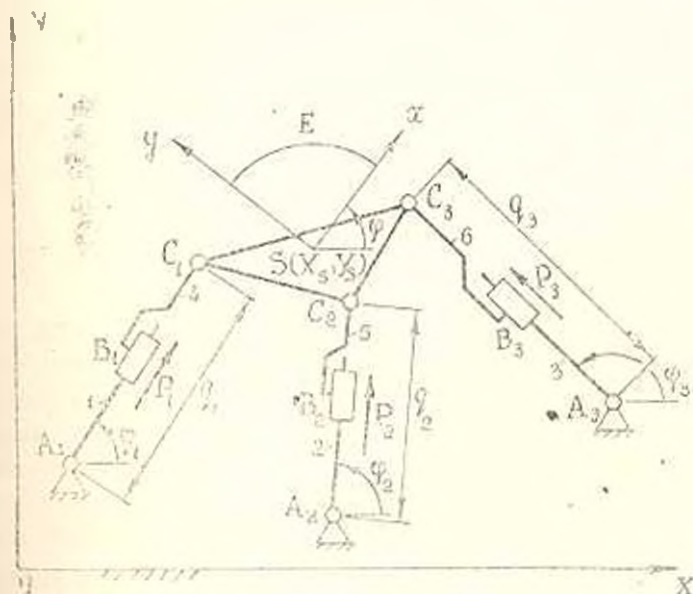


Рис. 1.

Для математического описания решаемой задачи с объектом «Е» жестко свяжем подвижную систему координат Sxy , начало S которой совпадает с общим центром масс объекта с платформой. В этом случае состояние объекта в любой момент времени определяется шестью величинами

$$X_s(t), Y_s(t), \varphi(t), X_s(t), Y_s(t), \dot{\varphi}(t),$$

где $X_s(t)$, $Y_s(t)$ и $X_s(t)$, $Y_s(t)$ — соответственно координаты и проекции вектора скорости точки S в инерционной системе отсчета OXY , а $\varphi(t)$ и $\dot{\varphi}(t)$ — соответственно угол, образованный положительными направлениями осей Sx и Ox , и угловая скорость объекта «Е».

Предположим, что заданы начальные

$$\begin{aligned} X_{s1} &= X_s(t_1), & Y_{s1} &= Y_s(t_1), & \varphi_1 &= \varphi(t_1), \\ \dot{X}_{s1} &= \dot{X}_s(t_1), & \dot{Y}_{s1} &= \dot{Y}_s(t_1), & \dot{\varphi}_1 &= \dot{\varphi}(t_1) \end{aligned} \quad (1)$$

и конечные

$$\begin{aligned} X_{s2} &= X_s(t_2), & Y_{s2} &= Y_s(t_2), & \varphi_2 &= \varphi(t_2), \\ \dot{X}_{s2} &= \dot{X}_s(t_2), & \dot{Y}_{s2} &= \dot{Y}_s(t_2), & \dot{\varphi}_2 &= \dot{\varphi}(t_2) \end{aligned} \quad (2)$$

состояние объекта «Е». Тогда задача оптимального управления по быстродействию формулируется следующим образом: определить законы изменения управляющих (движущих) сил P_j ($j=1, 2, 3$), действующих в поступательных парах B_j так, чтобы они обеспечили переход объекта «Е» из начального состояния (1) в конечное (2) за кратчайшее время $t_{\min} = t_2 - t_1$.

В технических задачах управляющие силы P_j и обобщенные скорости $\dot{q}_j$ манипулятора не могут принимать произвольные значения и подчинены некоторым ограничениям

$$|P_j| \leq |P_{j\max}|, \quad |\dot{q}_j| \leq \dot{q}_{j\max}. \quad (3)$$

Поэтому поставленную задачу необходимо решать при ограничениях (3).

2. *Решение задачи оптимального управления.* Прежде чем привести алгоритм решения поставленной задачи, составим дифференциальные уравнения движения рассматриваемого манипулятора. Не нарушая общности рассуждений, предположим, что его звенья движутся в горизонтальной плоскости. Расчленим кинематические пары C_1 , C_2 и C_3 . В результате образуются три двухподвижные цепи $A_j B_j C_j$ ($j=1, 2, 3$) и с обобщенное твердое тело в виде платформы $C_1 C_2 C_3$ вместе с объектом «Е» (рис. 2). В расчлененных парах C_j приложим реакции $R_{C_1 X}$, $R_{C_1 Y}$ удаленных связей. Главный вектор и

главный момент этих реакций, приведенных к центру масс S , обозначим через $\bar{R}$ (R_x, R_y) и M , где

$$R_x(t) = \sum_{j=1}^3 R_{Cjx}, \quad R_y(t) = \sum_{j=1}^3 R_{Cjy}, \quad (4)$$

$$M(t) = \sum_{j=1}^3 [-(x_{Cj} \sin \varphi + y_{Cj} \cos \varphi) R_{Cjx} - (x_{Cj} \cos \varphi - y_{Cj} \sin \varphi) R_{Cjy}],$$

а x_{Cj} и y_{Cj} являются координатами точек C_j в подвижной системе координат Sxy . Далее составляем дифференциальные уравнения формы с объектом и двухчленными цепей, которые могут быть представлены в виде

$$m\ddot{X}_s = R_x(t), \quad m\ddot{Y}_s = R_y(t), \quad I\ddot{\varphi} = M(t), \quad (5)$$

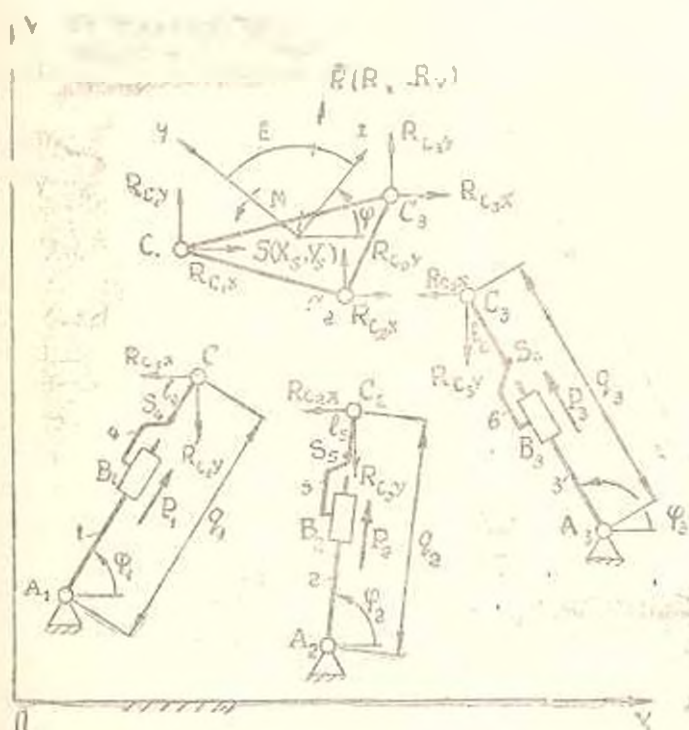


Рис. 3.

$$\begin{aligned} f_{X_1}^{(1)} R_{Cjx} - f_{Y_1}^{(1)} R_{Cjy} - f_{\varphi_1}^{(1)} P_j + f_j^{(1)} &= 0, \\ f_{X_1}^{(2)} R_{Cjx} - f_{Y_1}^{(2)} R_{Cjy} - f_{\varphi_1}^{(2)} P_j + f_j^{(2)} &= 0, \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} f_{X_1}^{(1)} &= -\cos \varphi_1, & f_{Y_1}^{(1)} &= -\sin \varphi_1, & f_{\varphi_1}^{(1)} &= 1, \\ f_j^{(1)} &= -(l_{(j+3)} - q_j) m_{(j-3)} \varphi_j^2 - m_{(j+3)} q_j, & f_{X_1}^{(2)} &= q \sin \varphi_1, \\ f_{Y_1}^{(2)} &= -q_j \cos \varphi_1, & f_{\varphi_1}^{(2)} &= 0, \end{aligned}$$

$$J\ddot{\varphi} = -(l_{1j+1} - q_j)^2 m_{1 \dots j} \ddot{\varphi}_j + 2(l_{1j+1} - q_j) m_{1 \dots j} \dot{q}_j \dot{\varphi}_j - \\ - I_{2(j-1)} \ddot{\varphi}_{j-1} + I_{1j} \ddot{\varphi}_j,$$

$m, m_{1 \dots j}, I_1, I_{2 \dots j}, I_{1j}$ — массы и соответствующие моменты инерции звеньев манипулятора.

Уравнения, восстанавливающие удаленные связи, представим в виде

$$X_{cj} - X_{c,j} = 0, \quad Y_{cj} - Y_{c,j} = 0, \quad X_{cj} - X_{c,j} = 0, \quad Y_{cj} - Y_{c,j} = 0, \\ X_{c,j} - X_{c,j} = 0, \quad Y_{c,j} - Y_{c,j} = 0, \quad (7)$$

где

$$X_{cj} = q_j \cos \varphi_j - X_{Aj}, \quad Y_{cj} = q_j \sin \varphi_j + Y_{Aj}, \\ X_{c,j} = X_s + x_{cj} \cos \varphi - y_{cj} \sin \varphi, \quad Y_{c,j} = Y_s - x_{cj} \sin \varphi + y_{cj} \cos \varphi.$$

Объединив (5) — (7), получим дифференциальные уравнения движения исходного манипулятора, выраженные через лишние переменные параметры $X_s, Y_s, \varphi, \varphi_1, \varphi_2$ и φ_3 .

Структура уравнений (5) — (7) достаточно сложна, что препятствует эффективному использованию принципа максимума Понтрягина [1] для определения вышеуказанных управляющих сил P_j . В связи с этим ниже предлагается упрощенный алгоритм решения поставленной задачи, который основан на следующих соображениях. В уравнениях (5), характеризующих поступательные движения платформы с объектом и вращательное движение относительно центра масс S , переменные X_s, Y_s и φ разделены. Это позволяет достаточно просто решать задачу оптимального управления по быстрдействию отдельно взятого объекта и найти закон $X_s = X_s(t), Y_s = Y_s(t), \varphi = \varphi(t)$ его движения. Подставляя эти функции и их первые и вторые производные по времени в уравнения (5) — (7), можем определить управляющие силы P_j . Согласно принципу максимума Понтрягина каждую функцию закона $X_s(t), Y_s(t), \varphi(t)$ движения объекта, соответствующего оптимальному управлению по быстрдействию, в системе фазовых координат $t(q)$ ($q = X_s, Y_s, \varphi$) необходимо искать в виде двух соприкасающихся парабол рис. 3).

$$q = at^2 + bt + c, \quad q = -at^2 + dt + e,$$

коэффициенты a, b, c, d и e которых удовлетворяют условиям

$$q_1 = at_1^2 + bt_1 + c, \quad \dot{q}_1 = 2at_1 + b, \quad q_2 = -at_2^2 + dt_2 + e, \\ q_2 = -2at_2 - d, \quad at_2^2 + bt_2 + c = -at_2^2 + dt_2 + e, \\ 2at_2 + b = -2at_2 + d. \quad (8)$$

Решением системы (8) относительно искоемых параметров a, b, c, d, e и t_1 определим закон движения объекта

$$q = \begin{cases} at^2 + bt + c, & \text{если } t_1 \leq t \leq t_2, \\ -at^2 + dt + e, & \text{если } t_2 \leq t \leq t_3. \end{cases} \quad (9)$$

С учетом изложенного предлагается следующий алгоритм решения исходной задачи оптимального управления по быстродействию.

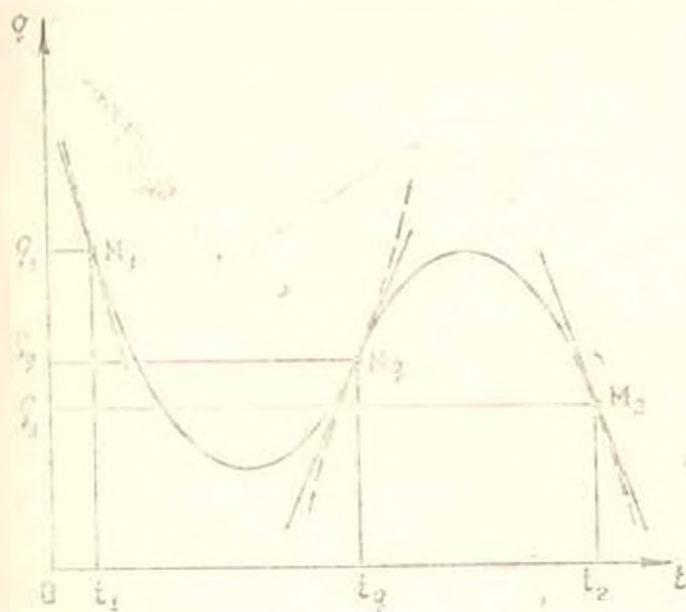


Рис. 3.

2.1. Для заданного начального значения времени t_1 выбираем некоторое его конечное значение t_2 и трехкратным решением системы (8) по формулам (9) определяем закон $X_s(t), Y_s(t), \varphi(t)$ движения объекта "Б".

2.2. Подставляя эти функции, их первые и вторые производные в уравнения (7) и решая эту систему, определяем обобщенные координаты $q_1(t), \varphi_1(t)$, скорости $\dot{q}_1(t), \dot{\varphi}_1(t)$ и ускорения $\ddot{q}_1(t), \ddot{\varphi}_1(t)$ кинематических цепей A, B, C.

2.3. Подставляя в (5) и (6) найденные в п. п. 2.1 и 2.2 кинематические параметры $q_1(t), \dot{q}_1(t), \ddot{q}_1(t), \varphi_1(t), \dot{\varphi}_1(t), \ddot{\varphi}_1(t)$, с учетом (1) получаем систему линейных уравнений относительно девяти неизвестных параметров $R_{c,jx}, R_{c,jy}$ и P_j . Решая эту систему, определяем законы изменения управляющих сил $P_j = P_j(t)$, которые обеспечивают переход объекта из начального состояния (1) в конечное (2) за выбранное время $t_{\text{вы}} = t_3 - t_1$.

2.4. Вычисляем величины

$$\tilde{P}_j = \max_{t \in [t_1, t_3]} |P_j(t)|, \quad q_j = \max_{t \in [t_1, t_3]} |q_j(t)| \quad (10)$$

и проверяем условия

$$\tilde{P}_j \leq P_{\max}, \quad \tilde{q}_j \leq q_{\max} \quad (11)$$

Если они выполняются и хотя для одного из них имеет место равенство, то процесс прекращаем, а полученные в п. 2.3 силы $P_j(t)$ будут теми оптимальными управлениями, которые являются решением поставленной задачи. Если же сказанное не выполняется, то выбираем новое значение t_2 и осуществляем переход к п. 2.1 настоящего алгоритма. При этом следует иметь ввиду, что уменьшение $t_{\min}$ приводит к увеличению величины (10) и наоборот. Варьируя таким образом $t_{\min}$, добиваемся выполнения условий (11) и решения задачи оптимального управления по быстродействию.

ЛИТЕРАТУРА

1. Понтрягин Л. С. Математическая теория оптимальных процессов.—М.: Наука, 1976.—392 с.

ЕрIII

29. III. 1990

Изв. АН Армении (сер. III). т. 45, № 3—4, 1992, с. 78—82

МАШИНОСТРОЕНИЕ

УДК 621.762

Г. К. АСКИДЖЯН, Г. Л. ПЕТРОСЯН

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ СПЕЧЕННОЙ ПОЛОСЫ ПРИ ПРОКАТКЕ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Работа посвящена решению задачи прокатки спеченных полос с использованием теории пластичности реальных пористых материалов и зависимостей метода конечных элементов, учитывающих особенности пористости материала. Для учета сложных контактных условий между вращающимися вальцами и прокатываемой заготовкой применена модель прокатки с фрикционным слоем.

Ил. 3. Библиогр.: 7 назв.

Աշխատանքում լուծվում է ծանափեն նյութերի պլաստիկ խեղդր իրական մոդելով և նյութերի պլաստիկության տեսության և վերջավոր տարրերի մեթոդի կախազործումով, որոնք հայտնի են առկում նյութի ծանափելիության առանձնահատկությունը Պոտրոսի իրականների և պլաստիկ նախապատրաստումների միջև ընդհանուր պայմանները հայտնի առկում համար պլաստիկության է ընդհանուր ընդհանուր պլաստիկ մոդելը:

До настоящего времени при решении задачи прокатки пористых спеченных полос применялся широко известный метод тонких сечений [1—3]. Однако данный метод является приближенным и не мо-