

УДК 532.546

Р. С. ИСАХАНИЯН, С. ДЖ. ХАЛЯТЯН

ОСЕСИММЕТРИЧНАЯ ЗАДАЧА ТЕОРИИ
ФИЛЬТРАЦИОННОЙ КОНСОЛИДАЦИИ ГРУНТОВ
С УЧЕТОМ ВОЗРАСТАЮЩЕЙ НАГРУЗКИ

Рассматривается решение осесимметричной задачи фильтрации, когда верхняя и нижняя поверхности грунта водонепроницаемы. Фильтрация происходит под действием равномерно распределенной возрастающей нагрузки, зависящей от времени. В процессе уплотнения меняется соотношение между фазами грунта, которое учтено в уравнении равновесия.

Ил. 1. Библиогр. 1 назв.

Պրոպոզիտ է ձեռնարկվել օսեսիմետրիկ խնդրի լուծումը, երբ ընտեղի վերին և ստորին մակերևույթները ջրանցքավոր չեն: Փնտքավոր ընթացում է նախաստացի բարձրացած առաջ բեռնվածքի ազդեցության տակ, որը կախված է ժամանակից: Փնտքավոր ընթացում փոփոխվում է ընտեղի փուլերի միջև փոխադարձաբեռնվածք, որը նախքան է առկա է փոփոխվում: Բալանսային հավասարումը մեզ:

Основные уравнения осесимметричной задачи фильтрации в деформируемых грунтах с учетом изменений соотношений между фазами грунта в процессе фильтрации даны в работе [1].

В данной работе рассматривается уравнение осесимметричной задачи фильтрации с учетом равномерно-распределенной нагрузки $q=q(t)$, зависящей от времени по заданному закону (рис.).

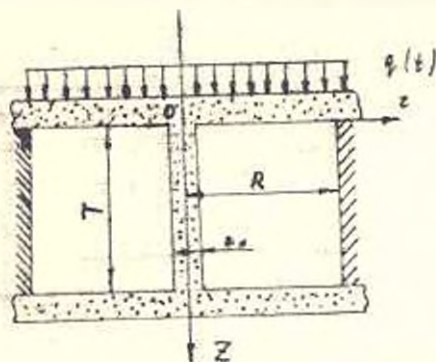


Рис.

Если в работе [1] применить грунт несильносжимаемый, а воду считать несжимаемой, то выведенное уравнение имеет вид

$$\frac{\partial H}{\partial t} = (\alpha + \beta z) \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} + \alpha \left(\frac{\partial^2 H}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H}{\partial r} \right) + f(t), \quad (1)$$

где

$$\alpha = \frac{k(1 + \epsilon_{cp})}{\gamma \epsilon}, \quad \beta = \frac{(\gamma - \gamma_{re})k}{\gamma(1 + \epsilon_{cp})}, \quad f(t) = \frac{1}{\gamma} \frac{dq}{dt},$$

$H = H(r, z, t)$ — искомый напор, z_0 — осредненный коэффициент пористости грунта, a — коэффициент уплотнения грунта, γ — объемный вес воды, $\gamma_{ск}$ — удельный вес скелета грунта, k — коэффициент фильтрации.

Допустим, что граничные поверхности $z=0$ и $z=T$ — водопроницаемые. При этом начальные и граничные условия будут

$$H(r, z, t)|_{t=0} = \frac{q(0)}{\gamma} = H_0, \\ H_{z=0} = H_{z=T} = 0, \quad H_{r=r_0} = 0, \quad \left. \frac{\partial H}{\partial r} \right|_{r=R} = 0. \quad (2)$$

Решение уравнения (1) с условиями (2) находим в виде

$$H(r, z, t) = H_1(r, z, t) + H_2(r, z, t),$$

где H_1 является решением однородного уравнения (3) с начальными и граничными условиями (4)

$$\frac{\partial H_1}{\partial t} = (\alpha + \beta z) \frac{\partial^2 H_1}{\partial z^2} + \alpha \left(\frac{\partial^2 H_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_1}{\partial r} \right), \quad (3)$$

$$H_1(r, z, t)|_{t=0}, \quad \left. \frac{\partial H_1}{\partial r} \right|_{r=R} = H_0,$$

$$H_1|_{z=0} = H_1|_{z=T} = 0, \quad H_1|_{r=r_0} = 0, \quad \left. \frac{\partial H_1}{\partial r} \right|_{r=R} = 0, \quad (4)$$

а H_2 является решением неоднородного уравнения (5) с начальными и граничными условиями (6)

$$\frac{\partial H_2}{\partial t} = (\alpha + \beta z) \frac{\partial^2 H_2}{\partial z^2} + \alpha \left(\frac{\partial^2 H_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_2}{\partial r} \right) + f(t), \quad (5)$$

$$H_2(r, z, t)|_{t=0} = 0,$$

$$H_2|_{z=0} = H_2|_{z=T} = 0, \quad H_2|_{r=r_0} = 0, \quad \left. \frac{\partial H_2}{\partial r} \right|_{r=R} = 0, \quad (6)$$

Приняв $\alpha + \beta z = V$ и применяя к уравнению (3) метод Фурье, получим его решение в виде

$$H_1(r, z, t) = \frac{2H_0}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{\exp(-\lambda_{nl}^2 \beta t)}{\omega_n^2 \gamma_l \beta_l (\omega_n)^2 \beta_l (\gamma_l)} \left| \frac{1}{z \gamma_l \sqrt{\alpha}} \right| + \\ + F_0(2\gamma_l \sqrt{\alpha + \beta T}) \left| 1 - \frac{\beta z}{\alpha + \beta T} F_1(2\gamma_l \sqrt{\alpha + \beta T}) U_0(\omega_n r) \right|, \quad (7)$$

где

$$F_0(2\gamma_l \sqrt{\alpha + \beta T}) = J_0(2\gamma_l \sqrt{\alpha + \beta T}) Y_1(2\gamma_l \sqrt{\alpha}) - \\ - J_1(2\gamma_l \sqrt{\alpha}) Y_0(2\gamma_l \sqrt{\alpha + \beta T}),$$

$$F_1(2\nu_1 \sqrt{z + \beta z}) = J_1(2\nu_1 \sqrt{z + \beta z}) Y_1(2\nu_1 \sqrt{z}) - \\ - J_1(2\nu_1 \sqrt{z}) Y_1(2\nu_1 \sqrt{z + \beta z}),$$

$$U_0(\omega_k r) = J_0(\omega_k r) Y_0(\omega_k R) - J_0(\omega_k R) Y_0(\omega_k r),$$

$$\Phi(\nu_1) = (z + \beta T) F_1^2(2\nu_1 \sqrt{z + \beta T}) - V z(z + \beta T) F_1(2\nu_1 \sqrt{z + \beta T}) \times \\ \times [J_0(2\nu_1 \sqrt{z + \beta T}) Y_0(2\nu_1 \sqrt{z}) - Y_0(2\nu_1 \sqrt{z + \beta T}) J_0(2\nu_1 \sqrt{z})],$$

$$C_1(\omega_k) = \frac{2[J_0^2(\omega_k R) - J_1^2(\omega_k R)]}{(\pi \nu_k)^2 F_1^2(\omega_k R)},$$

ω_k — корни характеристического уравнения

$$J_0(\omega R) Y_1(\omega R) - Y_0(\omega R) J_1(\omega R) = 0,$$

а ν_1 — корни характеристического уравнения

$$J_1(2\nu \sqrt{z + \beta T}) Y_1(2\nu \sqrt{z}) - J_1(2\nu \sqrt{z}) Y_1(2\nu \sqrt{z + \beta T}) = 0,$$

$$\omega_k = \frac{M_2 \beta}{\sqrt{z}}, \quad k_{k_0}^2 = \nu_k^2 + \nu_1^2.$$

Приняв $z + \beta z = v$, будем искать решение задачи (5), (6) в виде

$$H_2(r, z, t) = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} T_{kl}(t) U_k(\omega_k r) V_l F_1(2\nu_l \sqrt{v}).$$

Решение задачи (4), (6) будет

$$H_2(r, z, t) = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} T_{kl}(t) \sqrt{z + \beta z} F_1(2\nu_l \sqrt{z + \beta z}) U_k(\omega_k r),$$

где

$$T_{kl}(t) = \int_0^t \exp(-\beta^2 \nu_l^2 - \omega_k^2)(t - \tau) f_{kl}(\tau) d\tau,$$

$$f_{kl}(\tau) = \frac{2f(\tau)}{\pi \nu_l \omega_k^2 \Phi(\nu_l) U_1(\omega_k)} \left[F_0(2\nu_l \sqrt{z + \beta T}) + \frac{1}{\pi \nu_l \sqrt{z}} \right].$$

Для примера рассмотрим случай, когда нагрузка возрастает экспоненциально по линейному закону $q(t) = \alpha_1 t + \beta_1$. Тогда распределение напряжений для любого заданного момента времени t будет

$$H(r, z, t) = H_1(r, z, t) + H_2(r, z, t),$$

где H_1 определяется из выражения (7), а H_2 имеет вид

$$H_2(r, z, t) = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \varphi_{kl}(t) \sqrt{z + \beta z} F_1(2\nu_l \sqrt{z + \beta z}) U_k(\omega_k r),$$

где

$$T_M = \frac{2a_1(1 - \exp(-\beta^2 v_f^2 - \alpha \omega_1^2) t)}{\pi \gamma v_f \omega_1^2 \Phi(v_f) \theta_1(\omega_1) (\beta^2 v_f^2 + \alpha \omega_1^2)} \left[F_0(2v_f \sqrt{\alpha + \beta t'}) + \frac{1}{\pi v_f \sqrt{\alpha}} \right]$$

Полученные зависимости могут быть использованы при строительстве аэродромных покрытий, промышленных зданий, автомобильных дорог и др.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Барсегян Р. М. Осесимметричная задача теории фильтрации в неоднородных деформируемых грунтах // Докл. АН АрмССР.—1983—Т. I.XXVI, № 3—С. 120—124.

ЕРПИ

28.11.1991