

УДК 532.57

А. А. ГУРГЕНЯН

# АКУСТИЧЕСКИЙ ИНТЕРФЕРОМЕТР ФАБРИ-ПЕРО С НЕПРОВОДЯЩЕЙ ЖИДКОСТЬЮ С ПУЗЫРЬКАМИ ГАЗА В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Рассматривается задача о распространении пучков в электропроводящей жидкости с пузырьками газа в электрическом поле. Выведены уравнения коротких волн, которые в отличие от оптики, в акустических задачах независимы. Для равных и симметричных акустических зеркал получены уравнения модуляций и найдены их решения в виде Гауссовых пучков. По найденным разности фаз определяется пропускная способность акустического интерферометра Фабри-Перо. Получены ограничения для амплитуд начальных пучков, при котором имеет место явление бистабильности.

Ил. 2. Библиогр. 6 назв.

Ռսումնասիրում է հանդիպակաց փնջերի տարածման խնդիրը գազի պղպուղների պարունակող էլեկտրազատարչիչ հեղուկում, որը գտնվում է փնջերի առանցքով ուղղված էլեկտրական դաշտում: Փրված են կարճ ալիքների հաճախությունները, որոնք ի տարբերություն «պտիկայի» ձայնագիտական խնդիրներում իրարից անկախ են: Հաճախար և համաչափ փնջերը անդրադարձնող հայելիների համար ստացված են մոդուլյացիայի հաճախությունները և դրանք են նրանց լուծումները Գաուսյան փնջերի տեսքով: Հստ գտնված փուլերի տարբերության առաջարկվում է ստեղծել ձայնագիտական ինտերֆերոմետր և որոշվում է նրա քաղաքական գործակիցը: Ուղղակական փնջերի ամպլիտուդների համար ստացված են սահմանափակումներ, որոնց դեպքում տեղի ունի երկհաստատունության էրեկտներ:

В настоящее время большое внимание уделяется взаимодействию нелинейных волн и связи с созданием акустических приборов для генерации и излучения мощных волновых пучков. Особенно интересны резонаторы, в которых происходит взаимодействие пучков. Подобные устройства, имеющие многоволновой характер, изучаются в акустике и оптике, где нелинейность приводит к явлению бистабильности, имеющему важное значение для практики.

В настоящей работе исследуется влияние электрического поля на волновые движения непроводящей жидкости с пузырьками газа, находящимися в осевом электрическом поле при наличии встречных пучков. При этом наличие пузырьков приводит к дисперсии скорости звука и позволяет применять метод медленно-меняющихся амплитуд так, как было сделано в оптике [1]. Проводящая жидкость оказывается хорошим средством для усиления модуляций пучков и бистабильности, т. е. наличие скачка частоты происходит при весьма небольших амплитудах ультразвуковых волн, входящих в резонатор.

Как показано [2, 3], для анализа нелинейных волн в акустическом резонаторе, используя методы медленно-изменяющегося профиля и усреднения уравнений, для быстропереодических колебаний можно

представить колебания в виде суперпозиции двух встречных волн, причем, в первом порядке можно считать уравнения пучков независимыми. Уравнения для встречных пучков берутся в форме уравнения коротких волн [4, 5].

Полагая, что проекция возмущенной скорости частицы на ось пучков:  $u = u_1(\tau_{1,2}, y, t) = u_2(\tau_{1,2}, y, t)$ , где  $\tau_{1,2}$  — каналы пучков, причем  $\tau_{1,2} = (\pm x + t)/H_1 - t$ ,  $y$  — координата по нормали к оси пучка, вдоль которого направлена ось  $x$  (отсчет  $x$  ведется от середины резонатора,  $x = \pm l$  координаты акустических зеркал),  $H_1$  — линейная скорость распространения волны, вышеуказанные уравнения для одно-родной среды можно записать в виде [4, 5].

$$\frac{\partial^2 u_{1,2}}{\partial t \partial \tau_{1,2}} - \frac{1}{2} L(u_{1,2}) = - \frac{1}{H_1} \frac{\partial}{\partial \tau_{1,2}} \times \left\{ F u_{1,2} \frac{\partial u_{1,2}}{\partial \tau_{1,2}} + D \frac{\partial^2 u_{1,2}}{\partial \tau_{1,2}^2} + E \frac{\partial^3 u_{1,2}}{\partial \tau_{1,2}^3} \right\}. \quad (1)$$

Здесь  $F, D, E$  — коэффициенты нелинейности, диссипации и дисперсии, а  $L(u)$  дает оператор по поперечным координатам, причем при электрическом поле, направленном по оси  $x$ , имеет место симметрия

$$L(u) = \frac{1}{\alpha_1} \frac{\partial^2 \tau_1}{\partial y^2} \left( \frac{\partial}{\partial y^2} + \frac{k}{y} \frac{\partial}{\partial y} \right), \quad (2)$$

где  $y$  — радиальная координата в задаче с осевой симметрией  $k = 1$  или декартова координата для плоской задачи  $k = 0$ ,  $\alpha$  — частота невозмущенной волны,  $(\alpha\alpha_1, \alpha\alpha_2)$  — волновые векторы, которые в силу того, что ось пучка совпадает с осью  $x$  и волны близки к плоским, имеют координаты  $\alpha_1 \approx 1/H_1$ ,  $\alpha_2 \approx 0$ .

Система уравнений, описывающая движение поляризующей среды в односкоростном приближении и с учетом того, что диэлектрическая проницаемость среды зависит только от плотности, можно записать в виде [5, 6]

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \bar{v} = 0, \quad \rho \frac{d\bar{v}}{dt} = -\nabla p + \rho \nabla \left( \frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho} \frac{E^2}{8\pi} \right), \quad \text{rot } E = 0, \\ \tau(\pm E) = 0, \quad \rho = \rho_f (1 - \beta), \quad \frac{1 - \beta}{\rho_f \beta} = \text{const}, \quad \rho_f^{\frac{1}{n}} R^3 = \text{const}, \quad (3)$$

$$p_\kappa = p - \frac{E^2}{8\pi} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \beta} + \rho_f R \frac{d^4 R}{dt^4} + \rho_f \frac{4\nu}{R} \frac{dR}{dt} + \frac{3}{2} \rho_f \left( \frac{dR}{dt} \right)^2,$$

где  $n$  — показатель адиабаты для пузырьков,  $\rho$  — плотность смеси,  $p$  — давление,  $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость,  $E$  — напряженность электрического поля,  $R$  и  $\beta$  — радиус и концентрация пузырьков,  $\rho_f$  и  $\rho_\kappa$  — плотности жидкости носителя и газового пузырька.

Чтобы конкретизировать коэффициенты в (1) для данной среды, следует рассматривать характеристики уравнений (3). Как и в [4, 6], заменяя в уравнении (3)  $\partial/\partial t \rightarrow -x\partial$ ,  $\partial/\partial x \rightarrow n\partial$ ,  $i = c_n + v_n$  — скорость распространения волны по нормали,  $n$  — единичный вектор нормали к волне,  $\lambda$  — скачок производных по нормали к волне,  $v_n$  — нормальная скорость частицы, можно получить

$$\Gamma = \gamma + 1 = \frac{\alpha_0}{H_1} x^0 - \frac{2 - \beta_0}{2H_1^2} \frac{E_0^2}{8\pi\epsilon_0} \left[ \frac{\partial^2 x_0}{\partial \beta_0^2} - (2 - \beta_0) \frac{\partial^2 x_0}{\partial \beta_0^2} - \frac{2}{\epsilon_0} \left( \frac{\partial x_0}{\partial \beta_0} \right)^2 + \right. \\ \left. + 6(2 - \beta_0) \frac{1}{\epsilon_0} \frac{\partial x_0}{\partial \beta_0} \left( \frac{\partial^2 x_0}{\partial \beta_0^2} - \frac{1}{\epsilon_0} \frac{\partial x_0}{\partial \beta_0} \right) \right]. \quad (4)$$

$$D = - \frac{2\epsilon_0}{3\beta_0(1 - \beta_0)H_1}, \quad E = \frac{R_0^2}{6\beta_0(1 - \beta_0)H_1}, \quad x^0 = \frac{1}{\beta_0}.$$

В дальнейшем изучаются волны, которые мало отличаются от плоской, имеющей при  $f=0$  уравнений  $x=0$  и для простоты выбирается начальное электрическое поле по оси, т. е.  $E_{x_1} = E_{x_2} = 0$ ,  $E_{x_1} = E_0$ . Тогда коэффициенты (4) упрощаются.

Для узких пучков квазимонохроматических волн решение (1) можно искать в виде

$$u_{1,2} = \frac{1}{2} \left\{ u_{1,2}^{(0)} + u_{1,2}^{(1)} e^{i\theta_{1,2} - \gamma_1 t} + u_{1,2}^{(2)} e^{2i\theta_{1,2} - 2\gamma_1 t} + kc \right\} \quad (5)$$

и получить уравнения для гармоник  $u_{1,2}$ , которые после подстановки  $u_{1,2} = ae^{i\theta}$  принимают одинаковые по форме уравнения для обоих пучков, решение которых можно записать в виде [4, 5]

$$a = \frac{k}{f(\zeta)} \exp(-y^2 y_0^2 f^2), \quad \theta = \theta(\zeta) + \frac{1}{2R_0^2(\zeta)} y^2, \\ \zeta = \alpha\tau', \quad \tau' = \frac{-|x| + f}{H_1}, \quad K = \text{const.} \quad (6)$$

В приближении узких пучков для случая осевой симметрии в главном порядке для безразмерной ширины пучка получается

$$\frac{d^2 f}{d\tau'^2} = \frac{\tilde{\zeta}}{f^2}, \quad \tilde{\zeta} = - \frac{4K^2 \epsilon_0}{2} \gamma_1 + 4\epsilon_0 \mu^2, \quad \tilde{\zeta} = \frac{\Gamma^2 x \exp(-2\gamma_1 t)}{8H_1(9E^2 x^4 + \gamma_1^2 H_1^2)}, \\ \gamma_1 = \frac{1}{2H_1} \frac{\partial^2 x_1}{\partial x_2^2}, \quad \mu = \frac{H_1^2}{x^2 y_0^2}, \quad \gamma_1 = 3E\alpha^2 \tilde{\zeta}, \quad \gamma_2 = -\gamma_1 H_1 \tilde{\zeta}. \quad (7)$$

Решение (7) при граничных данных  $\tilde{\zeta}=0$ ,  $f=1$  записываем в следующем форме:

$$-\bar{\xi} = \frac{\sqrt{C' f^2 - \bar{\xi}}}{C'} - \frac{\sqrt{C' - \bar{\xi}}}{C'}, \quad (8)$$

$$C' = \left( \frac{1}{R_0^2} \frac{H_1^2}{z^2} \lambda + \frac{\gamma^2 K^2}{H_1^2 z^2} \right)^2 + \bar{\xi}.$$

Из полученного решения и (7) видно, что фокус  $f = 0$  будет при  $\bar{\xi} < 0$ , а последнее возможно при  $\lambda > 0$  и в предположении, что первое слагаемое в  $\bar{\xi}$  или нелинейность больше дифракции. Схождение пучка также будет при  $\lambda < 0$ ,  $\frac{1}{R_0^2} < 0$ , но фокус не получится.

Решение уравнения пучков для  $z(\tau)$  имеет вид

$$\frac{dz}{d\tau} = \frac{2}{z^2 z_1 f^2 y_0^2} \frac{\partial^2 z_1}{\partial z_1^2} - \frac{\gamma^2 K^2}{f^2}. \quad (9)$$

Допустим, что дифракция больше, чем нелинейность, тогда кривизна кривой  $f(\tau)$  больше нуля и имеется для пучков фокальное пятно

$$f_{\Phi, n}^2 = \frac{\bar{\xi}}{C'}, \quad z_{\Phi, n} = \sqrt{\frac{C' - \bar{\xi}}{C'}}. \quad (10)$$

Для того, чтобы имелся гладкий переход пучков при  $x = 0$ , значения  $z_{\Phi, n}$  для них должны совпадать, откуда следует

$$f^2 = \frac{\bar{\xi}}{C'} + x^2 \frac{C' x^2}{H_1^2}, \quad f_{\Phi}^2 = \frac{\bar{\xi}}{C'}. \quad (11)$$

Используя (11), решение уравнения (9) можно записать в виде при

$$\frac{1}{2} (z_1 - z_0) = -\frac{\pi}{H_1} l - \frac{\pi}{4} \frac{2A'}{H_1 f_0^2} \sqrt{\bar{\xi} H_1^2 C' z_1^2}. \quad (12)$$

Следуя работе [1], где рассмотрена круговая поляризация для звуковой волны, имеющей почти линейную поляризацию по оси  $x$  ( $v \parallel x$ ), можно вычислить коэффициент пропускной способности интерферометра Фабри-Перо, используя значение разности фаз (12) и определение коэффициента пропускной способности интерферометра Фабри-Перо

$$P = \frac{|U_1|^2 (1 - R)}{|K_0|^2}. \quad (13)$$

Используя (12) и свойства конфокальных зеркал, можно получить

$$P = \left[ 1 + \frac{4R}{(1 - R)^2} \sin^2 (k + F(x')) \right]^{-1}, \quad k = -\frac{2\pi l}{H_1}, \quad (14)$$

$$F(x') = -\frac{\pi}{4} \frac{2 + x'}{1 + x'}, \quad x' = \frac{\gamma_1 K^2}{z_1^2 |\lambda|}, \quad K = |U_1|.$$

Уравнения (13) и (14) дают конкретные значения для  $x'$ .

Ход пучков указан на рис. 1, где принято  $\epsilon > 0$ , что выполнено для сред  $\lambda < 0$ , например, для электропроводящей жидкости с пузырьками газа. При выполненных соотношениях нет фокусировки и обеспечена равномерная работа интерферометра.

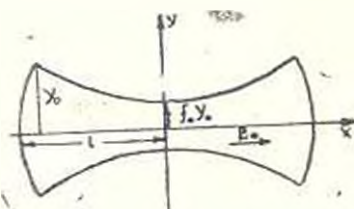


Рис. 1.

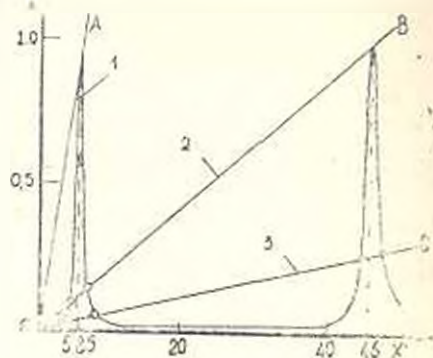


Рис. 2.

При больших  $K_0$  левая часть (1-1), являющаяся прямой линией (рис. 2), имеет несколько пересечений с функцией, получаемой правой частью, что приводит к возможным многим амплитудам в интерферометре, приводя к появлению бистабильности [1]. Для выяснения влияния электрического поля на явления бистабильности напишем  $x'$  в развернутой форме

$$x' = \frac{(1 - \beta_0)(\epsilon_2 - 1)}{4\beta_0 R_0^2} K^2, \quad (15)$$

где введены обозначения:  $\epsilon_2 = a_2^2/a_1^2$ ,  $a_1^2 = E_0^2/4\beta_0$ .

Из (14) и (15) следует, что при  $\epsilon_2 > 1$ ,  $x' < 1$  и для  $K$  получается меньшее значение при увеличении напряженности электрического поля, т. е. электрическое поле усиливает бистабильность интерферометра.

Таким образом, как и в [1], можно с помощью акустических зеркал, между которыми находится проводящая жидкость с пузырьками газа, получить прибор для преобразования частот и ограничения мощности.

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Marburger J. H., Felber F. S. Theory of a lossless nonlinear Fabry-Perot interferometer // Phys. Rev. — 1978. — A, vol. 17, № 1. — P. 336—342.
2. Hunter J. K., Keller J. B. Weakly non linear high frequency waves // Comm. Pure Appl. Math. — 1983. — № 2, 36. — P. 547—563.
3. Choquet-Bruhat V. Ondes asymptotique et approches pour systemes d'equations aux derivees partielles nonlinear // J. Math. Pures et Appl. — 1969. — 48. — P. 117—158.
4. Багдоев А. Г., Петросян Л. Г. Распространение волн в микрополяриной электропроводящей жидкости // Изв. АН АрмССР. Сер. Мех. — 1983. — Т. 36, № 5. — С. 3—16.
5. Багдоев А. Г., Гургенян А. А. Распространение волн в непроводящей магнитной жидкости // Магнитная гидродинамика. — 1986. — № 3. — С. 9—13.
6. Гогосов В. В., Налетова В. А., Шапошникова Г. А. Диффузионная и многокросовая модели двухфазных сред в электрическом поле // ПММ — 1980. — Т. 44, вып. 2. — С. 5—20.