С учетом (2) окончательно запишем

$$\rho = [2d(A_2 + A_3)^2]/8(A_4 + A_5)(U_0 C_f^2 \omega_0^2)$$

или

$$\rho = [2dU_0 C_f^2/C^2][A_1 - (A_2 + A_4)/4 - (A_3 + A_2)^2/(A_4 + A_5)8].$$

Таким образом, получены выражения, в левой части которых находится искомое удельное сопротивление, а в правой—измеряемые величины A, U_0, ω_0, d и с помощью которых можно найти C

$$C = [2U_0 C_f^2 \omega_0^2/(A_2 + A_3)](2(A_4 + A_5)/(A_2 + A_3) \times$$

$$\times [A_1 - (A_3 + A_1)/4 - (A_2 + A_3)^2/(A_4 + A_3)8]]^{1/2}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. *Брайант, Ганн.* Бесконтактный метод измерения местного удельного сопротивления полупроводниковых материалов // Приборы для научных измерений.—1965.—№ 11.—С. 93—97.
2. *Ягудин Г. Х.* Бесконтактное измерение удельного сопротивления полупроводниковых образцов произвольной геометрии // Электронная техника.—1967.—Сер. II, вып. 2.—С. 129—139.
3. *Миямото, Нисидзава.* Бесконтактный метод измерения удельного сопротивления пластинок полупроводниковых материалов // Приборы для научных исследований.—1967.—№ 3.—С. 49—55.
4. *Хольм Р.* Электрические контакты.—М.: Изд-во ин. лит., 1961.—464 с.
5. *Бонч-Бруевич А. М.* Радиоэлектроника в экспериментальной физике.—М.: Наука, 1966.—766 с.
6. *Баскаков С. И.* Радиотехнические цепи и сигналы.—М.: Высш. школа, 1988—448 с.

ИРФЭ АН РА 25. XII. 1989

Изв. АН Армении (сер. ТН), т. XLIV, № 3, 1991, с. 136—141

ГИДРАВЛИКА

УДК 532.546

Э. К. МУРАДЯН

ФИЛЬТРАЦИЯ В МНОГОСЛОЙНОЙ ТОЛЩЕ БЕЗ ИНФИЛЬТРАЦИИ ПРИ МАЛЫХ И БОЛЬШИХ ВРЕМЕНАХ ОТКАЧКИ ЧЕРЕЗ СКВАЖИНЫ ИЗ ВОДОНОСНЫХ ГОРИЗОНТОВ

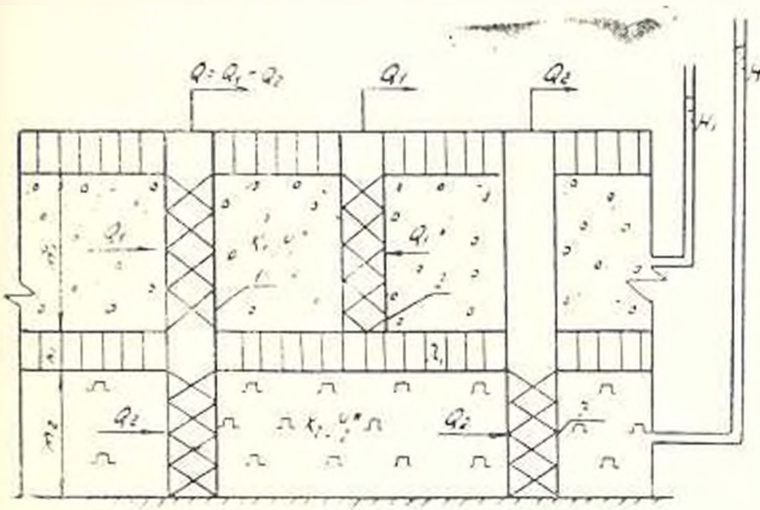
Рассматриваются задачи определения уровня подземных вод в двухслойной гидравлически связанной водоносной толще, разделенной слабоводопроницаемым слоем при различных режимах откачки из водоносных слоев в малых и больших временах без учета инфильтрации поверхностных стоков. Предлагаемые расчетные формулы будут использоваться для определения гидродинамических параметров и подсчета эксплуатационных запасов подземных вод.

Ил. 1. Библиогр.: 3 назв.

Դիտարկվում է հիդրավլիկական կապի մեջ գտնվող երկու ջրատար շերտերում, որոնք իրարից բաժանվում են թույլ ջրաթափանցելիություն ունեցող շերտով, հորատանցքերի հաշվարկման խնդիրը, երբ ջրառումը ջրատար շերտից կատարվում է տարբեր ռեժիմներով մեծ և փոքր ժամանակներում, անտեսելով մակերեսային ջրերի ներծծանցումը։ Առաջարկված բանաձևերը կկիրառվեն հիդրոդինամիկական պարամետրերի և ստորերկրյա ջրերի պաշարների հաշվարկման համար։

Результаты решения задачи фильтрации для малых времен откачки будем использовать для определения гидродинамических параметров, а больших времен—для оценки эксплуатационных запасов подземных вод. Для получения асимптотического решения будем использовать решения задачи фильтрации, представленные в виде отображающих функций по преобразованию Лапласа. Используя свойства параметра p преобразования Лапласа, при котором большим значениям времени t соответствуют малые значения p и наоборот, можно получить значения отображающих функций для больших и малых p, откуда с применением теоремы обращения найдем соответствующие решения для малых и больших времен [1, 3]. Для любых времен откачки из водоносных горизонтов в виде отображающих функций получены следующие решения:

задача I—откачка воды через скважины осуществляется из двух напорных горизонтов с суммарным постоянным расходом Q [2] (рис.)



Рис

$$S_j(r,\ t) = \frac{2}{2\pi i} \int\limits_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} e^{\lambda t} \left\{ \frac{1}{1+\alpha_T} \left[\Phi_{j1}(\lambda) K_0(\omega_1 r) - \Phi_{j2}(\lambda) K_0(\omega_2 r) \right] - \right.$$

$$\left. - \frac{\Delta H}{1+\alpha_T} \left[\Phi_{j3}(\lambda) \frac{K_0(\omega_1 r)}{K_0(\omega_1 r_0)} - \Phi_{j4}(\lambda) \frac{K_0(\omega_2 r)}{K_0(\omega_1 r_0)} \right] \right\} d\lambda \quad (j = 1,\ 2), \quad (1)$$

где K_0 — функция Макдональда.

$$\Phi_{11}(\lambda) = LM^{-}, \quad \Phi_{12}(\lambda) = LM^{+}, \quad \Phi_{13}(\lambda) = LM_1^{+}, \quad \Phi_{14} = LM_1^{-},$$

$$\Phi_{22}(\lambda) = LM_2^{-}, \quad \Phi_{21}(\lambda) = LM_2^{+}, \quad \Phi_{23}(\lambda) = LM_3^{-}, \quad \Phi_{24} = CM_3^{-},$$

$$M^{\mp} = A_2^0 - N\lambda \mp f(\lambda), \quad L = 0{,}5\lambda^{-1} f(\lambda)^{-1}, \tag{2}$$

$$M_1^{\pm} = 2A^0 + \alpha_T (N^0\lambda + A_1^0 \mp f(\lambda)), \quad M_2^{\mp} = A_2^0 + N\lambda \pm f(\lambda),$$

$$M_3^{\mp} = A_3^0 + N\lambda \mp f(\lambda);$$

задача 2—откачка воды через скважины осуществляется только из верхнего напорного горизонта с расходом Q_1 [3] (рис.)

$$S_j^b(r, t) = \frac{1}{2\pi i} \cdot \frac{Q_1}{2\pi T_1} \int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} e^{\lambda\tau} [\Phi_{j1}^b(\lambda) K_0(\omega_1 r) - \Phi_{j2}^b(\lambda) K_0(\omega_2 r)] \, d\lambda; \tag{3}$$

задача 3—откачка воды через скважины осуществляется только из нижнего напорного горизонта с постоянным расходом Q_2 [3] (рис.)

$$S_i^n(r, t) = -\frac{1}{2\pi i} \cdot \frac{Q_2}{2\pi T_2} \int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} e^{\lambda\tau} [\Phi_{j1}^n(\lambda) K_0(\omega_1 r) - \Phi_{j2}^n(\lambda) K_0(\omega_2 r)] \, d\lambda, \tag{4}$$

где

$$\Phi_{11}^n(\lambda) = LM_n^{+}, \quad \Phi_{12}^n(\lambda) = LM_n^{-}, \quad \Phi_{21}^n(\lambda) = \Phi_{22}^n(\lambda) = 2LM_{1n},$$

$$\Phi_{11}^n(\lambda) = \Phi_{12}^n(\lambda) = 2LM_{2n}, \quad \Phi_{21}^n(\lambda) = LM_n^{-}, \quad \Phi_{22}^n(\lambda) = LM_n^{+}. \tag{5}$$

$$M_n^{\pm} = A_1^0 + N\lambda \mp f(\lambda), \quad M_{1n} = -B^0, \quad M_{2n} = A^0.$$

В (2) и (5) имеются следующие обозначения:

$$A^0 = a_2/a_1, \quad A_1^0 = A^0 - B^0, \quad B^0 = b_2/b_1, \quad N^0 = A^0 - 1, \quad a^0 = A^0 + 1,$$

$$B_1^0 = B^0 + 1, \quad f(\lambda) = [(A_2^0 + a\lambda)^2 - 4A^0\lambda(\lambda + B_1^0)]^{1/2}, \quad A_2^0 = A^0 + B^0,$$

$$\tau = b_1 t, \quad p = \lambda b_1, \quad \omega_{1,2} = \left| \frac{b_1}{2a_2} (A_2^0 + a^0\lambda) \pm f(\lambda) \right|^{1/2}, \quad a_i = \left(\frac{km}{\mu^*}\right)_i, \tag{6}$$

$$b_i = \frac{k_1}{h_1 \mu_i^*}, \quad S_i(r, t) = H_i(r, t) - H_{ie}, \quad A_3^0 = A^0 - B^0(1 + \alpha_T),$$

$$\alpha_T = T_2/T_1, \quad T = T_1 + T_2, \quad T_i = \left(\frac{km}{\mu^*}\right)_i.$$

Здесь a_i—коэффициент пьезопроводности верхнего ($i = 1$) и нижнего ($i = 2$) напорных слоев; b_i—коэффициент перетекания; $S_i(r, t)$—понижения уровня подземных вод на расстояние r от скважины в первом и втором напорных водоносных слоях в момент времени t ($i = 1, 2$); $H_i(r, t)$—пьезометрические напоры для этих же слоев в течение отбора воды; H_{ie}—их значение в естественных условиях; m_i, k_i, μ_i^*, Q_i—соответственно мощности, коэффициенты фильтрации, упругой водоотдачи и расхода жидкости, поступающей в скважины для водоносных слоев; h_1, λ_1 – мощность и коэффициент фильтрации раздельного слоя (рис.).

После построения асимптотических решений вблизи момента $t=0$ (т. е. для малых времен откачки) [1], расчетные формулы для вышеуказанных задач представлены в следующем виде:

$$1. \quad S_i^{м}(r,\ t) = \frac{Q}{4\pi T} R_{1м}^{(1)}(r,\ t) - \frac{\Delta H}{T} T_1 R_{1м}^{(2)}(r,\ t), \tag{7}$$

где

$$R_{1м}^{(1)}(r,\ t) = -E_i\left(-\frac{r^2}{4a_1 t}\right) - \frac{A^0 B^0 b_1}{2(A^0-1)} \varphi_1\left(\frac{r^2}{A^0 a_1},\ t\right),$$

$$R_{1м}^{(2)}(r,\ t) = \alpha_T r_1^* Erf\left(\sqrt{\frac{r'^2}{4a_1 t}}\right) -$$

$$- \frac{2A^0 + \alpha_T(A^0 - B^0)}{2(A^0-1)} b_1 r_2^* \varphi_1'\left(\frac{r''^2}{A^0 a_1},\ t\right),$$

$$R_{2м}^{(1)}(r,\ t) = \frac{A^0 + B^0}{2(A^0-1)} b_1 \varphi_1\left(\frac{r^2}{a_1},\ t\right) - E_i\left(-\frac{r^2}{4A^0 a_1 t}\right), \tag{8}$$

$$R_{2м}^{(2)}(r,\ t) = \frac{A_3^0 r_1^*}{2(A^0-1)} b_1 \varphi_1'\left(\frac{r'^2}{a_1},\ t\right) - r_2^* \mathrm{Erf}\left(\sqrt{\frac{r'^2}{4A^0 a_1 t}}\right).$$

Для большого понижения уравнение (7) принимает вид

$$S_{1,2}(r_0,\ t) = \frac{Q}{4\pi T} R_{м}(r_0,\ t) \mp \frac{\Delta H}{T} T_{2,1}, \tag{9}$$

где

$$R_{м}(r_0,\ t) = -E_i\left(-\frac{r_0^2}{4A^0 a_1 t}\right) = \ln\frac{225 A^0 a_1 t}{r_0^2}; \tag{10}$$

$$2. \quad S_{м}^{п}(r,\ t) = \frac{Q_1}{4\pi T_1} R_{м1}^{п}(r_0,\ t), \tag{11}$$

где

$$R_{1м}^{п}(r_0,\ t) = -E_i\left(-\frac{r_0^2}{4a_1 t}\right) + \frac{A^0}{N} b_1 \varphi_1\left(\frac{r^2}{A^0 a_1},\ t\right),$$

$$R_{2м}^{п}(r,\ t) = \frac{B}{N^0} b_1 \left|\varphi_1\left(\frac{r^2}{a_1},\ t\right) - \varphi_1\left(\frac{r^2}{A^0 a_1},\ t\right)\right|. \tag{12}$$

Для большого понижения имеем

$$S_{1м}^{п}(r_0,\ t) = \frac{Q_1}{4\pi T_1} R_{м}^{п}(r_0,\ t), \tag{13}$$

где

$$R_{м}^{п}(r_0,\ t) = -E_i\left(-\frac{r_0^2}{4a_1 t}\right) = \ln\frac{225 a_1 t}{r_0^2};$$

$$3.\quad S''_{\text{м}}(r_0,\ t) = \frac{Q_2}{4\pi T_2} R''_{i\text{м}}(r_0,\ t) \quad (i = 1,\ 2). \tag{14}$$

где

$$R''_{1\text{м}}(r_0,\ t) = A^0 b_1 \left| \varphi_1\left(\frac{r^2}{a_1},\ t\right) - \varphi_1\left(\frac{r^2}{A^0 a_1},\ t\right)\right|,$$

$$R''_{2\text{м}}(r,\ t) = \frac{A_1^0 b_1}{2A^0} \varphi_1\left(\frac{r^2}{a_1},\ t\right) - E_i\left(\frac{r^2}{4A^0 a_1 t}\right). \tag{15}$$

Для большого понижения имеем

$$S''_{\text{м}}(r_0,\ t) = \frac{Q_2}{4\pi T_2} R''_{\text{м}}(r_0,\ t), \tag{16}$$

где

$$R''_{\text{м}}(r_0,\ t) = -E_i\left(-\frac{r_0^2}{4A^0 a_1 t}\right) = \ln\frac{2{,}25 A^0 a_1 t}{r_0^2}.$$

В (8), (10), (12) и (15) введены следующие обозначения: Ei— интегральная показательная функция; Erf—интеграл вероятности (функция ошибок Гаусса), [1]: $\varphi_1\left(\frac{r^2}{a_1},\ t\right)$ — табулированные функции, значения которых даются в [1]:

$$\varphi_1'\left(\frac{r^2}{a},\ t\right) = \int\limits_0^t \mathrm{Erf}\left(\sqrt{\frac{r^2}{4a_1 u}}\right) du; \quad \varphi_1\left(\frac{r^2}{a_1},\ t\right) = \int\limits_0^t E_i\left(-\frac{r^2}{4au}\right) du;$$

$$r' = r - r_0; \quad r_1^* = \sqrt{\frac{r}{r_0}}; \quad r'' = r + r_0\sqrt{A^0}; \quad r_2^* = r_1^*\sqrt[4]{A^0}.$$

Аналогично предыдущему после построения асимптотических решений вблизи момента $t = \infty$ (т. е. для больших времен откачки) расчетные формулы для рассматриваемых задач представляются в виде

$$1.\quad S_i\ (r,\ t) = \frac{Q}{4\pi T} R_0\ (r,\ t) + \frac{\Delta H}{T} T_1 (M_i R_0 (r,\ t) + U_i \beta). \tag{17}$$

где

$$R_0\ (r,\ t) = -\mathrm{Ei}\left(-\frac{r^2}{4a^* t}\right), \quad M_1 = \frac{D_3^0}{2\beta^0}, \quad M_2 = \frac{D_4^0}{2\beta^0}, \quad U_1 = D_1 \frac{1}{\beta^0},$$

$$U_2 = -D_2 \frac{1}{\beta^0}, \quad D_1 = \frac{A^0(1+\alpha_T)}{A^0 + B^0}, \quad D_2 = \frac{A^0 - \alpha_T B^0}{A^0 + B^0},$$

$$D_3 = \frac{B^0(1+\alpha_T)}{A^0 + B^0}, \quad D_4 = \frac{A^0 - \alpha_T B^0}{A^0 + B^0},$$

$$\beta^0 = K_0\left(\sqrt{\frac{A_2^0 b_1 r_0^2}{A^0 a_1}}\right), \quad \beta = K_0\left(\sqrt{\frac{A_2^0 b_1 r^2}{A^0 a_1}}\right).$$

Для максимального понижения имеем

$$S_{1,2}(r_0, t) = \frac{Q}{4\pi T} R_1(r_0, t) \mp \frac{\Delta H}{T} T_{2,1} \quad (i = 1, 2). \tag{18}$$

где

$$R_1(r_0, t) = \ln \frac{225a^* t}{r_0^2}.$$

$$2. \quad S_{i\kappa}^{\text{п}}(r, t) = \frac{Q_2}{4\pi T_2} [M_i^{\text{п}} R_1(r, t) + U_i^{\text{п}} \beta] \quad (i = 1, 2), \tag{19}$$

где

$$M_{1,2}^{\text{п}} = \frac{A^0}{A^0 + B^0}, \quad U_1^{\text{п}} = -\frac{2A^0}{A^0 + B^0}, \quad U_2^{\text{п}} = \frac{2B^0}{A^0 + B^0}, \quad a^* = \frac{T}{\mu^*},$$

$$\mu^* = \mu_1^* + \mu_2^*.$$

Для максимального понижения имеем

$$S_2^{\text{п}}(r_0, t) = \frac{Q}{4\pi T_2} R_1(r, t). \tag{20}$$

$$3. \quad S_{i\kappa}^{\text{п}}(r, t) = \frac{Q_1}{4\pi T_1} [M_i^{\text{п}} R_1(r, t) + U_i^{\text{п}} \beta], \tag{21}$$

где

$$M_{1,2} = \frac{B_0}{A^0 + B^0}, \quad U_1^{\text{п}} = \frac{2A^0}{A^0 + B^0}, \quad U_2^{\text{п}} = -\frac{2B^0}{A^0 + B^0}.$$

Для максимального понижения имеем

$$S_k^{\text{п}}(r_0, t) = \frac{Q_1}{4\pi T_1} R_1(r_0, t). \tag{22}$$

Полученные расчетные формулы для фильтрации в многослойной толще при малых и больших откачки воды в различных режимах из водоносных горизонтов будут иметь большое применение при решении важных гидродинамических задач.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Казарян С. М.* Водный обмен на фоне вертикального дренажа.—Ереван: Айастан, 1988.—268 с.
2. *Казарян С. М., Мурадян Э. К.* Движение подземных вод к скважине в неоднородно-слоистом пласте без инфильтрации при откачке из двух слоев.—Изв. АН Армении. Сер. ТН.—1991.—Т. XLIV, № 1.—С. 30—34.

АрмСХИ

4 IX 1990