

УДК 681.513

С. Е. ЧИМИШКЯН, Е. А. МЕРОЯН

ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛЕЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЕЙ
МНОГОСВЯЗНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ ДЛЯ
СИНТЕЗА МНОГОРЕЖИМНЫХ САУ

Предложенный способ построения моделей многосвязных динамических объектов с учетом неопределенностей позволяет проектировать многорежимные системы автоматического управления. Рассмотрен иллюстративный пример построения модели и синтеза корректирующего устройства для астроследящей системы.

Ил. 3. Библиогр.: 4 назв.

Մոշարկված է բազմակապ դինամիկ օբյեկտների անորոշությունների մոդելների կառուցման եղանակ. որը թույլ է տալիս նախագծել բազմաոբյեկտ ավտոմատ կառավարման համակարգեր: Դիտված է աստղահետող համակարգի մոդելի կառուցման և հետզ հետո ուղղորդման ցուցադրական օրինակ:

В практических задачах автоматического управления характеристики линейризованной модели объекта управления часто оказываются переменными, будь то в силу смещения рабочей точки (точки линеаризации) либо явного изменения объекта (программное перестроение объекта, дрейф параметров и др.). При этом традиционные методы синтеза систем автоматического управления (САУ) с неперестраиваемыми (постоянными) регуляторами обычно не позволяют подучить приемлемые свойства устойчивости и качества. В этом случае одним из применяемых подходов является синтез многорежимного регулятора, позволяющего без перестроения достичь компромиссных свойств устойчивости и качества в определенной ограниченной области пространства параметров объекта. Среди известных концепций многорежимного управления весьма привлекательны своей «классичностью» частотные методы теории робастности [1]. В рамках последних отправным этапом проектирования САУ вида рис. 1 является построение специфичной линейной модели многосвязного объекта в виде номинальной частотной передаточной матрицы (ПМ) $G(j\omega)$ и характеристики неструктуризованной неопределенности $\Delta_G(\omega)$, т. е. верхней границы отклонения реальной модели (частотной ПМ $G(\gamma, j\omega)$) от номинальной. Здесь γ — вектор параметров, определяющих режим работы объекта, а $\gamma \in \Gamma$, Γ — рассматриваемая область режимов.

Среди традиционных форм описания неопределенности [1] наиболее употребительными являются следующие:

а) аддитивная неопределенность —

$$G(\gamma, j\omega) = G(j\omega) + \Delta_{ad}(\gamma, j\omega), \quad \Delta_{ad}(\omega) = \sup_{\gamma \in \Gamma} \|G(\gamma, j\omega) - G(j\omega)\|, \quad (1)$$

б) мультипликативная неопределенность на входе объекта —

$$G(\gamma, j\omega) = G(j\omega) [I - \Delta G_{M1}(\gamma, j\omega)], \quad (2)$$

$$\Delta G_{M1}(\omega) = \sup_{\gamma \in \Gamma} \|G(j\omega)^{-1} G(\gamma, j\omega) - I\|_2;$$

в) мультипликативная неопределенность на выходе объекта —

$$G(\gamma, j\omega) = [I + \Delta G_{M2}(\gamma, j\omega)] G(j\omega), \quad (3)$$

$$\Delta G_{M2}(\omega) = \sup_{\gamma \in \Gamma} \|G(\gamma, j\omega) G(j\omega)^{-1} - I\|_2.$$

где $\|A\|_2$ — спектральная норма матрицы A [2].

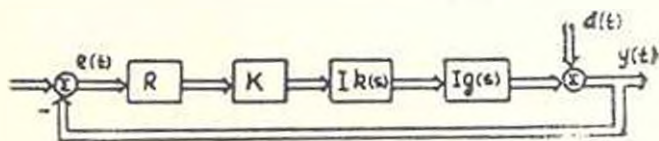


Рис. 1. Структурная схема САУ.

Процедура поиска частотной модели объекта в одной из указанных выше форм сводится к решению минимаксной задачи:

а) для аддитивной формы (1) —

$$\inf_{G(j\omega) \in \Gamma} \sup_{\gamma \in \Gamma} \|G(\gamma, j\omega) - G(j\omega)\|_2 = \Delta G_A(\omega), \quad \forall \omega \geq 0; \quad (4)$$

б) для мультипликативной формы (2) —

$$\inf_{G(j\omega) \in \Gamma} \sup_{\gamma \in \Gamma} \|G(j\omega)^{-1} G(\gamma, j\omega) - I\|_2 = \Delta G_{M1}(\omega), \quad \forall \omega \geq 0; \quad (5)$$

в) для мультипликативной формы (3) —

$$\inf_{G(j\omega) \in \Gamma} \sup_{\gamma \in \Gamma} \|G(\gamma, j\omega) G(j\omega)^{-1} - I\|_2 = \Delta G_{M2}(\omega), \quad \forall \omega \geq 0. \quad (6)$$

Задачу можно несколько упростить. Для этого следует, во-первых, использовать в выражениях (1)–(6) вместо спектральной нормы $\|\Delta G(\gamma, j\omega)\|_2$ евклидову норму $\|\Delta G(\gamma, j\omega)\|_F$. Последняя вычисляется непосредственно по определению

$$\|\Delta G(\gamma, j\omega)\|_F = \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m |\Delta g_{ij}(\gamma, j\omega)|^2 \right)^{1/2},$$

отличие от спектральной нормы, требующей специальной вычислительной процедуры — сингулярного разложения [2]. Однако это упрощение приводит к увеличению достаточности, т. к. имеет место лемма [3]: $\|\Delta G(\gamma, j\omega)\|_2 \leq \|\Delta G(\gamma, j\omega)\|_F$. Во-вторых, можно избежать решения минимаксной задачи в (4)–(6), выбирая квазиоптимальное значение $G(j\omega)$ из числа реально существующих моделей $G(\gamma, j\omega)$, что также увеличивает достаточность.

В качестве примера рассмотрим синтез многорежимной системы стабилизации телескопа, размещенного на искусственном спутнике Земли (ИСЗ). При малых отклонениях по осям подвеса телескопа ($1...2^\circ$) объект управления описывается ПМ вида [4]

$$G(\gamma, s) = R(\gamma)g(s), \quad (7)$$

где $g(s)$ — передаточная функция сепаратного канала, обусловленная динамикой привода:

$$g(s) = \frac{100(0,2s + 1)}{s(s + 1)(0,0125s + 1)(0,008s + 1)}, \quad (8)$$

$R(\gamma)$ — матрица жестких связей [4]:

$$R(\gamma) = \begin{bmatrix} \cos \gamma_1 & \sin \gamma_1 & 0 \\ -\sin \gamma_3 & \cos \gamma_3 & 0 \\ \sin \gamma_1 \sin \gamma_2 & -\cos \gamma_1 \sin \gamma_2 & \cos \gamma_2 \end{bmatrix}, \quad \gamma = \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \gamma_3 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

причем изменение исследуемого участка неба влечет за собой изменение системы звездных датчиков и, как следствие, изменение вектора параметров γ . Полная область режимов Γ определяется конструкцией телескопа как

$$\Gamma = \{\gamma \mid \gamma = [\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3]^T, \quad |\gamma_i - \gamma_{i0}| \leq \Delta\gamma, \quad i = \overline{1, 3}, \quad \Delta\gamma = 25^\circ\}, \quad (10)$$

где γ_{i0} — значения углов для некоторого нейтрального положения датчиков.

Частный вид ПМ объектов (7) и обусловленный симметрией задачи квазипоптимальный выбор $G(j\omega) = R(\gamma_0)g(j\omega)$ позволяют заменить задачу (4) на следующую

$$\sup_{\gamma \in \Gamma} \|R(\gamma) - R(\gamma_0)\| = \Delta_R, \quad (11)$$

$$\Delta_{0A}(\omega) = \Delta_R |g(j\omega)|,$$

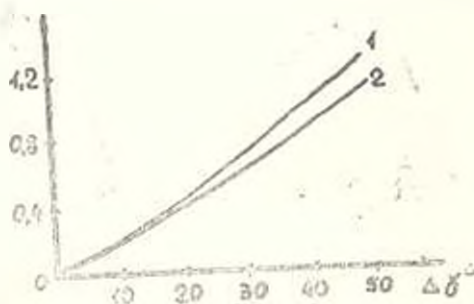


Рис. 2. Зависимость $\Delta_R(\Delta\gamma)$: 1 — $\gamma_{10} = 20^\circ$,

$\gamma_{20} = 15,2^\circ$, $\gamma_{30} = -15^\circ$, 2 — $\gamma_{10} = \gamma_{20} =$
3 — $\gamma_{10} = 10^\circ$.

где область рассматриваемых режимов $\Gamma' \in \Gamma$ определяется по аналогии с (10), но при разбросе углов $\Delta\gamma \leq 25^\circ$. На рис. 2 изображены графики зависимости Δ_R от величины $\Delta\gamma$ для ряда значений γ_{i0} , полученные численным решением задачи (11).

Многорежимная САУ вида раз. 1 должна обеспечить во всей рассматриваемой области режимов Γ' следующие свойства: а) устойчивость; б) установившуюся скоростную ошибку 1, 2" при максимальной скорости возмущающего движения ИСЗ 120° с^{-1} (по нормативу); в) приемлемые запасы устойчивости, т. е. показатель колебательности

$M \leq 1,2$. На основе методики [5] синтезируется корректирующее устройство с ПМ $K(s) = Kk(s)$. Матрица жестких связей k имеет сингулярное разложение [2]: $K = \sum_{i=1}^3 k_i (v_i v_i^T)$, определяемое сингулярным разложением матрицы $R(\gamma_{21})$

$$K(\gamma_{21}) = \sum_{i=1}^3 r_{i0} (u_{i0} u_{i0}^T),$$

где u_{i0} и v_{i0} — левые и правые сингулярные векторы, r_{i0} и k_i — сингулярные числа (по определению $r_{i0} \geq 0$ и $k_i \geq 0$), причем для упрощения можно принять: $k_1 = r_1^{-1}$, $k_2 = r_2^{-1}$, $1 \leq k_3 \leq r_3^{-1}$.

Для синтеза САУ используем методику анализа свойств много-связанной САУ, описанную в [5]. Согласно этой методике, применительно к рассматриваемой САУ имеем:

а) условие устойчивости—

$$l(\omega) = \|K\|_2 \Delta_{GA}(\omega) \|k(j\omega)\| \min_i |1 + l(j\omega) g(j\omega) k_i r_{i0}| < 1, \quad \forall \omega \geq 0; \quad (12)$$

б) условие требуемой скорости ошибки—

$$\|e(\infty)\| \|d_{ex}\| = \lim_{t \rightarrow 0} \{\max_i |1 - k(s) g(s) k_i r_{i0}| \cdot (1 - l(s))\}, \quad (13)$$

где возмущение $d(t) = d_0 \cdot t$, $t > 0$;

в) условие требуемого показателя колебательности—

$$M \leq \max \left[\max_i |1 + (k(j\omega) g(j\omega) k_i r_{i0})^{-1}| + \frac{l(\omega)}{1 - l(\omega)} \max_i |1 - k(j\omega) g(j\omega) k_i r_{i0}| \right], \quad (14)$$

Положим желаемые значения $M \leq 1,2$, $\|e(\infty)\| \|d_{ex}\| \leq 1,2''/120'' = 10^{-2}$, тогда, после элементарного упрощения выражений (12)–(14) имеем следующие условия для синтеза:

$$а) \quad l(\omega) = k_3 \Delta_R |g(j\omega)| \cdot \|k(j\omega)\| |1 + k_3 r_{30} g(j\omega) k(j\omega)| < 1, \quad (15)$$

$$\forall \omega \geq 0,$$

$$б) \quad \|d_{ex}\| \|e(\infty)\| \leq 10^2 \leq k_2 \|k(0)\| \lim_{s \rightarrow 0} |g(s) s| \cdot |r_{30} - \Delta_R|; \quad (16)$$

$$в) \quad M \leq \max \left[\max_i \frac{k_i r_{i0} |g(j\omega)| \cdot \|k(j\omega)\|}{|1 + k_i r_{i0} g(j\omega) k(j\omega)|} + \frac{l(\omega)}{(1 - l(\omega)) \min_i |1 - k_i r_{i0} g(j\omega) k(j\omega)|} \right] \leq 1,2. \quad (17)$$

Рассмотрим конкретный случай: $\gamma_{10} = 20^\circ$, $\gamma_{20} = 15,2^\circ$, $\gamma_{30} = -15^\circ$, $\Delta\gamma = 10^\circ$, при этом $r_{10} = 1,27$, $r_{20} = 1$, $r_{30} = 0,62$, $\Delta_R = 0,25$, $k_1 = 0,79$, $k_2 = 1$, $1 \leq k_3 \leq 1,6$.

Обеспечить условия (15)–(17) одной лишь статической коррекцией $k(s) = k$ не удастся (нарушается условие (17)) и требуется введение динамической коррекции

$$k(s) = k \frac{(s+1)(T_1 s + 1)}{(0,2s + 1)(T_2 s + 1)}, \quad T_1 > 1, \quad T_2 > 0,2.$$

Из четырех параметров синтеза (k , k , T_1 и T_2) в действительности свободными являются лишь k и T_2 , т. к. T_1 определяется из условия неизменности $g(j\omega(k)j\omega)$ на средних и высоких частотах: $T_1 = kT_2/5$, а из (16) имеем: $k = 1/(k_2(r_{10} - \Delta_R))$. Варьируя k и T_2 удается добиться выполнения всех условий (15)–(17) при наборе параметров $T_1 = 8,45$, $T_2 = 1$, $k = 1,69$, $k_2 = 1,6$.

При этом

$$k = \begin{bmatrix} 1,18 & -0,42 & 0 \\ -0,32 & 1,15 & 0 \\ -0,19 & 0,33 & 1,06 \end{bmatrix}, \quad kR(\tau_0) = I$$

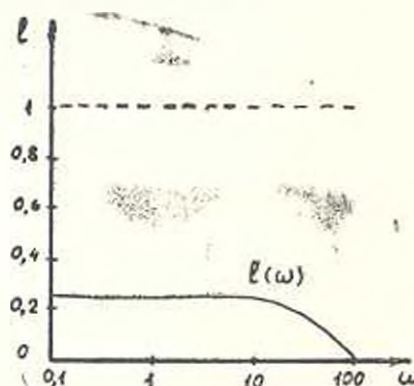


Рис. 3. Проверка условия устойчивости (12).

На рис. 3 приводится графическая проверка условия (15).

ЛИТЕРАТУРА

1. Doyle J. C., Stein G. Multivariable feedback design: concepts for a classical/modern synthesis // IEEE Trans. Auto. Contr. — 1984. — V. 29 № 12. — P. 1069–1075.
2. Вогводин В. В. Линейная алгебра. — М.: Наука, 1980. — 400 с.
3. Лоусон Ч., Хенсон Ч. Численное решение задач методом наименьших квадратов. — М.: Наука, 1986. — 232 с.
4. Астроледящие системы / Под ред. Б. К. Чемоладова. — М.: Машиностроение, 1977. — 304 с.
5. Чимшикян С. Е. Проектирование робастных многосвязных САР принцип нормальной доминантности // Автоматическое управление объектами с переменными характеристиками: Межиуз. сб. — Новосибирск, 1988. — С. 98–104.

ЕрПН

10. 11. 1990