В наших экспериментах для коэффициента $m_{н0}$ было получено повышенное значение, равное 1,06. Так, для плиты серии ПП-2-1: $P_{пр} = 700$ $кН$, $b_{ср} = 4230$ $мм$, $b_0 = 165$ $мм$ и $R_s = 0{,}95$ $Н/мм^2$.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Временные указания по проектированию гражданских зданий, возводимых методом подъема перекрытий и этажей: СН 451—72.—М.: Стройиздат, 1974.—96 с.

ВНЭКТИ 20. VI. 1988

Изв. АН Армении (сер. ТН), т. XLIV, № 4, 1991, с. 184—189

АВТОМАТИЗАЦИЯ И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

УДК 62.50

Р. Е. САРКИСЯН

# АДАПТИВНЫЕ ЧЕЛОВЕКО-МАШИННЫЕ ПРОЦЕДУРЫ ДЛЯ ДИАЛОГОВЫХ СИСТЕМ. сообщение I. МАРГИНАЛЬНЫЕ ОТНОШЕНИЯ ЗАМЕЩЕНИЯ И ПРОИЗВОДНЫЕ КРИТЕРИАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ ПО НАПРАВЛЕНИЮ

Получены новые соотношения для маргинальных отношений замещения в виде отношений производных критериальных функций по направлению. Обсуждается процедура вычисления коэффициентов относительной важности критериев на их основе.
Библиограф.: 7 назв.

*Բազմաչափանիշային լավարկման գործնական խնդիրների լուծման արդյունավետ մեթոդներից մեկը մարդ-մեքենայական ընթացակարգերի կիրառումն է, որը թույլ է տալիս տեխնիկական և կազմակերպական բնույթի բարդ համակարգերի նախագծման, պլանավորման և կառավարման խնդիրների լուծման ընթացքում նախընտրելի վճիռների ձևավորման, հիմնավորման և ընդունման փուլերում լավագույն եղանակով համատեղել ԷՀՄ-ի հնարավորությունները մարդու կենսափորձի և ներըմբռնման հետ։*

*Աշխատանքում քննարկված են չափանիշների կարևորության աստիճանն արտահայտող մեծությունների հաշվման նոր արտահայտություններ՝ կապված չափանիշային ֆունկցիաների ըստ ուղղության ածանցյալների հարաբերությունների հետ։ Առաջարկված է այդ մեծությունների հաշվարկման գործնական սխեմա։*

Большинство задач проектирования систем, планирования и управления сложными техническими и организационными комплексами имеет многокритериальную (многоцелевую) природу. Поэтому в формально-математическом плане при их решении мы имеем дело с задачей многокритериальной (векторной) оптимизации.

Прогресс компьютерной технологии совместно с достижениями вычислительной математики и методов оптимизации создали новую и более эффективную методологическую основу для решения таких задач в рамках проблемно-ориентированных диалоговых систем. Основу их составляют адекватные математические модели, полная и достоверная информация об объекте и условиях его функционирования, а также гибкие человеко-машинные (диалоговые, интерактивные) алгоритмы и процедуры для эффективного взаимодействия человека и ЭВМ в процессе поиска, формирования и обоснования принимаемых решений.

Значительный класс человеко-машинных процедур используют подход, основанный на идее последовательного выявления предпочтений лица, принимающего решения (ЛПР), одновременно с исследованием допустимого множества альтернатив для отыскания эффективных решений [1]. Такой подход придает процедурам ярко выраженные свойства адаптации и самообучения [2, 3].

В процедурах адаптивного типа значительная часть неформальной информации относится к важности критериев и оценке степени влияния их изменений на общую полезность исходов (ситуаций). Относительный характер такой оценки приводит к таким важным параметрам модели выбора, как маргинальные коэффициенты замещения между критериями. Прямое и точное оценивание их значений с помощью конечно-разностных аналогов [4] предъявляет весьма сильное требование к ЛПР и характеризуется как сложная операция по переработке ЛПР информации [5].

В настоящей работе получены новые соотношения для маргинальных коэффициентов замещения в виде отношения производных критериальных функций по направлению. Для гладких задач производные по направлению заменяются скалярными произведениями градиентов соответствующих функций на вектор-направление. Такое представление существенно снижает степень сложности выполняемых ЛПР функций, предписываемых соответствующей человеко-машинной процедурой.

Пусть $x=(x_1, \ldots, x_n)^T \in E^n$ — вектор конструктивных параметров системы, $D_x \subset E^n$ — множество возможных значений $x$, $f_i(x)$, $i=1, \ldots, m$ — критериальные функции, значения которых желательно максимизировать $u: E^m \to E^1$ — определенная на множестве оценок $F=\{f \in E^m / f=f(x),\ x \in D_x\}$ непрерывная монотонно возрастающая функция полезности, которая в явном виде не задана. Обозначим через $\nabla_f u$ и $\nabla_x u$ градиенты функции $u$ в пространстве оценок и решения соответственно, $e=\nabla_x u/|\nabla_x u|$, $|e|=1$. Будем предполагать, что $\exists\delta>0$, $x^k+\sigma e \in D_x$, $\sigma \in (0, \delta)$. Если выбрать критерий $f_{j_k}$ в качестве опорного и разделить уравнение гиперплоскости $\nabla_f u^T(f(x)-f(x^k))$, касательной к поверхности $u(f_1, \ldots, f_m)=c$ в точке $f^k=f(x^k)$, на $\partial u/\partial f_{j_k}$ (из-за монотонности $u$ $\partial u/\partial f_i>0$, $i=1, \ldots, m$), то получаем выражение

$$\mu^T(f(x)-f(x^k))=0 \tag{1}$$

где $\mu=(\mu_{1j_k}, \ldots, \mu_{mj_k})^T$, $\mu_{ij_k}=(\partial u/\partial f_i)/(\partial u/\partial f_{j_k})$ — маргинальный коэффициент замещения между критерием $f_i$ и опорным критерием $f_{j_k}$, отражающий относительную важность этих критериев в точке $x^k \in D_x$. Как следует из определения, векторы $\mu$ и $\nabla_f u$ коллинеарны, поэтому оценка $\mu$ позволит также оценить направление наибыстрейшего роста функции $u(f(x))$ и $x^k \in D_x$. Учитывая перпендикулярность вектора $\nabla_f u$ к гиперплоскости $\nabla_f u^T(f(x) - f(x^k)) = c$ в точке $f^k \in F$, авторы [4] предположили два принципиальных подхода приближенного оценивания величин $\mu_{ij_k}$. Один из них исходит из возможности установления с помощью ЛПР точных значений компенсирующих (возмещающих друг друга) изменений $\Delta f_i$ и $\Delta f_{j_k}$ критериев $f_i$ и $f_{j_k}$, когда остальные критерии остаются неизменными. Тогда $\mu_{ij_k} \approx -\Delta f_{j_k}/\Delta f_i$, $i = 1, \ldots, m$. Второй путь основан на предположении о том, что по мнению ЛПР функция $u$ возрастает быстрее (при достаточно малых изменениях варьируемых критериев), если при изменении критерия $f_{j_k}$ на $\delta_{j_k}$ единиц критерий $f_i$ изменяется на $\delta f_i$ единиц, в то время, когда остальные критерии остаются постоянными. В этом случае $\mu_{ij_k} \approx \delta f_i/\delta f_{j_k}$, $i = 1, \ldots, m$, и отражают „идеальные пропорции" для желательных изменений критериев $f_i$, $f_{j_k}$, $i = 1, \ldots, m$, $i \neq j_k$.

Для достаточно малого $\sigma > 0$ величина $\delta f_i$ может быть представлена в виде

$$\delta f_i = f_i(x^k + \sigma e) - f_i(x^k), \quad i = 1, \ldots, m. \tag{2}$$

Тогда отношения $\mu_{ij_k}$, $i = 1, \ldots, m$ примут вид

$$\mu_{ij_k} \approx \delta f_i/\delta f_{j_k} = \frac{f_i(x^k + \sigma e) - f_i(x^k)}{f_{j_k}(x^k + \sigma e) - f_{j_k}(x^k)}, \quad i = 1, \ldots, m, \quad i \neq j_k. \tag{3}$$

Строгое равенство в (3), очевидно, будет иметь место при $\sigma \to 0+$, поэтому, переходя в (3) к пределу при $\sigma \to 0+$ (следовательно и $\delta f_i$, $\delta f_{j_k} \to 0$), для $\mu_{ij_k}$ получаем выражение

$$\mu_{ij_k} = f_i'(x^k, \sigma e)/f_{j_k}'(x^k, \sigma e), \quad i = 1, \ldots, m, \quad i \neq j_k, \tag{4}$$

где $f_i'(x^k, \sigma e) = df_i(x^k)/de = \lim\limits_{\sigma \to 0+} (f_i(x^k + \sigma e) - f_i(x^k))/\sigma$ — производная функции $f_i(x)$ по направлению $e$ в точке $x^k$, $i = 1, \ldots, m$. Если $f_i(x)$, $i = 1, \ldots, m$ определены на $D_x \subset E^n$, а $x^k$ и $e$ таковы, что $x^k + \sigma e \in D_x$, $\sigma \in (0, \delta)$, тогда функция $\varphi_i(\sigma) = f_i(x^k + \sigma e)$, $i = 1, \ldots, m$ определена на $(0, \delta)$, причем имеет место [6]

$$\varphi_i'(\sigma) = f_i'(x^k + \sigma e) = df_i(x^k)/de, \quad i = 1, \ldots, m, \quad \sigma \in (0, \delta). \tag{5}$$

При $\sigma = 0$ из (5) следует, что

$$\varphi_i'(0) = f_i'(x^k, \sigma e) = df_i(x^k)/de, \quad i = 1, \ldots, m, \tag{6}$$

С учетом этого результата выражение (4) принимает вид

$$\mu_{ij_k} = \varphi_i(0)/\varphi_{j_k}(0), \quad i = 1, \dots, m, \quad i \neq j_k. \tag{7}$$

Таким образом, маргинальные коэффициенты замещения выражаются через отношения производных критериальных функций по направлению. Можно их также интерпретировать как отношения скоростей изменения критериев вдоль направления $e$. Чем больше эта скорость, тем больше важность («вес», значимость) критериев по отношению к опорному критерию $f_{j_k}$.

Для произвольной точки $x(\alpha) = x^k + \alpha e \in D_k$ величина $\mu_{ij_k}$ будет равна

$$\mu_{ij_k}(\alpha) = \varphi_i(\alpha)/\varphi_{j_k}(\alpha), \quad i = 1, \dots, m, \quad i \neq j_k, \quad \alpha \in [0, \bar{\alpha}]. \tag{8}$$

Исследование этой зависимости позволяет выявить характер „взаимодействия" критериев при движении вдоль направления $e$. Условия существования производных $\varphi_i(\alpha) = df_i(x^k + \alpha e)/de$ хорошо изучены [6]. В частности, если $D_k$ — выпуклое множество и $\operatorname{int} D_k \neq \varnothing$ (внутренность $D_k$), то выпуклая функция $f_i(x)$ имеет производные по всем направлениям в точках $x^k \in \operatorname{int} D_k$, следовательно, условия существования $\varphi_i(\alpha)$ значительно слабее, чем условия дифференцируемости или даже непрерывности. Возможность использования субдифференциалов $\partial f_i(x^k)$ основана на соотношении

$$df_i(x^k)/de = \max_{c \in \partial f_i(x^k)} c^T e, \quad i = 1, \dots, m. \tag{9}$$

Для дифференцируемых функций $f_i(x)$, $i = 1, \dots, m$ справедливо разложение

$$f_i(x^k + \alpha e) = f_i(x^k) + \alpha \nabla f_i(x^k)^T e + \alpha \|e\| \varepsilon(x^k, \alpha e), \tag{10}$$

где $\lim \varepsilon(x^k, \alpha e) = 0$ при $\alpha \to 0+$, $\nabla f_i(x^k)$ — градиент $f_i(x)$, $\|e\|$ — норма вектора $e$. Из (10) путем несложных преобразований получаем

$$f_i'(x^k, e) = df_i(x^k)/de = \nabla f_i(x^k)^T, \quad i = 1, \dots, m, \tag{11}$$

тогда выражение (4) принимает вид

$$\mu_{ij_k} = \nabla f_i(x^k)^T e / \nabla f_{j_k}(x^k)^T, \quad i = 1, \dots, m, \quad i \neq j_k. \tag{12}$$

Пусть $s^i = \nabla f_i(x^k)$, $i = 1, \dots, m$. Так как $\|e\| = 1$ и $s^{iT} e = \|s^i\| \cos\theta_i$, где $\theta_i$ — угол между векторами $s^i$ и $e$, из (12) получаем: $\mu_{ij_k} = a \cos\theta_i / \cos\theta_{j_k}$, где $a = \|s^i\|/\|s^{j_k}\|$. Когда угол $\theta_{ij_k}$ между векторами $s^i$ и $s^{j_k}$ стремится к 0 или $\pi$, величина $\mu_{ij_k}$ стремится к $a$, а когда $\theta_{ij_k}$ стремится $\pi/2$, то $\mu_{ij_k} \simeq a \operatorname{tg} \theta_{j_k}$. Наконец, когда $D_k \subset E^1$, $\mu_{ij_k} = f_i'(x^k)/$

$f_{j_k}(x^k)$, т. е. маргинальные коэффациенты замещения превращаются в отношения производных функций по скалярному аргументу.

Как следует из определения $\mu_{ij_k}$, $i = 1, \dots, m$, для них имеют место условия: а) неотрицательности — $\mu_{ij} > 0$, $\forall_{i,j}$; б) обратимости — $\mu_{ij} = \mu_{ji}^{-1}$, $\forall i, j$ и в) согласованности — $\mu_{ij}\mu_{jk} = \mu_{ik}$, $\forall_{i,j,k}$. Интерпретируя $\mu_{ij}$ как числовые выражения для представления количественных суждений относительно пары критериев $(f_i, f_j)$, $i, j = 1, \dots, m$ и используя метод Т. Саати [7], для вычисления коэффициентов относительной важности критериев $\omega_i$, $i = 1, \dots, m$ получаем систему

$$\mu_{ij}\omega_j/\omega_i = 1 \Rightarrow \sum_{j=1}^{m} \mu_{ij}\omega_j = m\omega_i, \quad i = 1, \dots, m, \quad \sum_{i=1}^{m} \omega_i = 1 \qquad (13)$$

или $M\omega = m\omega$ — в виде матричного уравнения, где $\omega = (\omega_1, \dots, \omega_m)^T$, а $M$ — матрица порядка $(m \times m)$ с элементами $\mu_{ij}$, $i, j = 1, \dots, m$. Соотношение (13) представляет собой задачу на собственное значение. Ранг матрицы $M$ равен единице, а число $m$ является одним из ее собственных значений. Так как $\operatorname{tr} M = \sum_{i=1}^{m} \mu_{ii} = \sum_{i=1}^{m} \lambda_i = m$, где $\operatorname{tr} M$ — след, а $\lambda_i$, $i = 1, \dots, m$ — собственные значения матрицы $M$, то одно из $\lambda_i$ равно $m$, а две остальные равны нулю. Следовательно, $\omega$ есть собственный вектор, ассоциированный с собственным значением $m$. Решая систему (13), получаем коэффициенты $\omega_i$, $i = 1, \dots, m$ как функции $x^k$ и $e$. Если $\mu_{ij}$ вычислены в точке $x(\alpha) = x^k + \alpha e$, то $\omega$ также будет зависеть от $\alpha$, т. е. $\omega = \omega(\alpha)$, $\alpha \in (0, \delta)$ и отражает изменение важности критериев вдоль направления $e$.

Формализованная модель, основанная на приведенных результатах и содержащая корректную процедуру оценивания с помощью ЛПР разумных границ для величин $\mu_{ij_k}$, $i = 1, \dots, m$, позволяет разработать конструктивные методы решения практических многокритериальных задач в области проектирования, планирования и управления, наилучшим образом сочетающие в себе возможности компьютера с опытом и интуицией человека.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Руа Б.* Проблемы и методы принятия решения в задачах с многими целевыми функциями//Сб. ст.: Вопросы анализа и процедуры принятия решений.— М.: Мир, 1976.— С. 80—107.
2. *Дубов Ю. А., Травкин С. И., Якимец В. Н.* Многокритериальные модели формирования и выбора вариантов систем.— М.: Наука, 1986.— 294 с.
3. *Растригин Л. А., Эйдук Я. Ю.* Адаптивные методы многокритериальной оптимизации//Автоматика и телемеханика.— 1985.— № 1.— С. 5—26.

4. *Джоффрион А., Дайер Дж., Файнберг А.* Решение задач оптимизации при многих критериях на основе человеко-машинных процедур//Сб. ст.: Вопросы анализа и процедуры принятия решений.—М.: Мир, 1976.—С. 126—145.
5. *Емельянов С. В., Ларичев О. И.* Многокритериальные методы принятия решений.—М. Знание, 1985.—С. 32.
6. *Васильев Ф. П.* Численные методы решения экстремальных задач.—М.: Наука. 1988.—с. 550.
7. *Саати Т.* Взаимодействие в иерархических системах//Изв. АН СССР. Техн. кибернетика.—1979.—№ 1.—С. 68—84.

ЕрПИ 20. XI. 1990

Изв. АН Армении (сер. ТН). XLIV. № 4, 1991, с. 189—193.

СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

УДК 621.314.24·621.337.1

А. К. КАРАПЕТЯН

# ОСОБЕННОСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ ШИМ В ЗАМКНУТОМ ПРИВОДЕ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Приведен сравнительный анализ видов широтно-импульсной модуляции, применяемых в замкнутых электроприводах постоянного тока. Предлагается способ широтно-импульсной модуляции третьего рода, позволяющий при использовании в быстродействующем тиристорном электроприводе постоянного тока улучшить его динамические показатели.

Ил. 3. Библиогр.: 2 назв.

*Բերված է հաստատուն հոսանքի փակ շարժաբերներում օգտագործվող լայնույթյան իմպուլսային մոդուլյացիայի (ԼԻՄ) տարատեսակների համեմատական վերլուծությունը։ Առաջարկվում է երրորդ տեսակի ԼԻՄ-ի մի նոր եղանակ, որը, կիրառվելով հաստատուն հոսանքի արագործող տիրիստորային էլեկտրաշարժաբերում, հնարավորություն է տալիս բարելավել նրա ցուցանիշները։*

В ряде случаев к тиристорным электроприводам постоянного тока предъявляются жесткие требования по помехоустойчивости при условии сохранения высокого быстродействия системы регулирования. Для удовлетворения этого требования часто используются различные виды широтно-импульсной модуляции (ШИМ), обеспечивающие выделение полезной составляющей сигнала управления широтно-импульсного преобразователя без введения инерционных звеньев в канал управления. Необходимость ее выделения связана также с тем, что при широтно-импульсном регулировании и определенных значениях коэффициента заполнения преобразователя $\lambda$ в замкнутой системе могут возникать автоколебания, что, в свою очередь, может привести к неработоспособности привода. Пульсации сигнала управления при этом могут быть также рассмотрены как периодические помехи. Появление автоколебаний связано в любом случае с повышением требований по быстродействию, которое достигается за счет