Следовательно, суммарное расчетное значение всех добавок, учитывающих влияние изгиба и распрямления, значительно превосходит обычно принимаемое в теории листовой штамповки, равное величине $\frac{h_0}{2r_м + h_0}$ [6] (в рассматриваемом примере при $\bar{r}_м = 1{,}5$ в 1,73 раза).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ренне И. П., Грдилян Г. Л.* Напряженно-деформированное состояние, соответствующее стационарной стадии процесса реверсивной вытяжки // Изв. вузов. Машиностроение.—1974.—№ 7.—С. 135—139.
2. *Грдилян Г. Л.* Влияние анизотропии и упрочнения на изменение толщины стенки в процессе реверсивной вытяжки // Исследования в области пластичности и обработка металлов давлением: Межвуз. сб.—Тула: ТулПИ.—1974.—Вып. 2.—С. 77—81.
3. *Грдилян Г. Л.* Учет упрочнения и анизотропии при анализе стационарной стадии реверсивной вытяжки //Там же.—1975.—Вып. 3.—С. 21—30.
4. *Ренне И. П., Грдилян Г. Л.* Реверсивная вытяжка цилиндрических сосудов // Кузнечно-штамповочное производство.—1977.—№ 8.—С. 24—29.
5. *Грдилян Г. Л.* Анализ начального течения применительно к стационарной стадии процесса реверсивной вытяжки // Изв. АН АрмССР. Сер. ТН.—1982.—Т. 35. № 4.—С. 16—20.
6. *Попов Е. А.* Основы теории листовой штамповки.—М.: Машиностроение, 1977.—277 с.
7. *Карташов А. Ф., Ренне И. П.* Элементарный анализ процесса стационарного изгиба // Изв. вузов. Машиностроение.—1980.—№ 5.—С. 105—111.
8. *Грдилян Г. Л., Ренне И. П.* Свободная реверсивная вытяжка (без матрицы) // Исследования в области пластичности и обработки металлов давлением:—Межвуз. сб.—Тула: ТулПИ.—1977.—С. 59—68.
9. *Прагер В.* Проблемы теории пластичности.—М.: ГИФМЛ, 1956.—136 с.
10. *Хилл Р.* Математическая теория пластичности.—М.: ГИТТЛ, 1956.—407 с.

ЕрНИИММ 15. II. 1989

Изв. АН Армении (сер. ТН), т. XLIV, № 2, 1991, с. 61—64

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

УДК 621.391.26

Г. Р. ЧУГУРЯН

СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МНОГОМЕРНЫХ СИГНАЛОВ

Работа посвящена получению расчетных формул спектральных характеристик многомерных сигналов. Рассматривается алгоритм спектрального анализа и его программная реализация на языке ФОРТРАН-IV ЭВМ «Электроника 100/25».

Библиогр.: 2 назв.

Աշխատանքը նվիրված է բազմաչափ ազդանշանների սպեկտրային բնութագրերի հաշվարկային բանաձևերի ստացմանը: Դիտարկվում է սպեկտրային վերլուծության ընթացակարգ և նրա ծրագրային իրականացումը «էլեկտրոնիկա 100/25» ԷՀՄ-ի Ֆորտրան IV լեզվով:

Известно, что решение задачи сбора и обработки экспериментальных данных связано с методами цифровой обработки сигналов при помощи алгоритмов быстрого преобразования Фурье (БПФ). Существует ряд методов БПФ, обеспечивающих эффективную процедуру спектрального анализа при помощи дискретного преобразования Фурье (ДПФ) [1].

В настоящее время разработаны численные методы приближенного вычисления амплитудных и частотных характеристик, не уступающих ДПФ. В вычислительной математике часто имеют дело с задачами приближенного представления и восстановления функций с не слишком большой гладкостью. Одним из классических методов решения такого типа задач является построение интерполяционного многочлена. К недостаткам использования многочленов можно отнести трудности их построения, а также тот факт, что коэффициенты таких многочленов очень быстро растут с возрастанием их степени. В последнее время при решении таких задач очень часто используются сплайны [2].

Целью данной работы является задача приближенного вычисления преобразования Фурье при помощи представления анализируемой трехмерной функции кубическим сплайном и составлен алгоритм для случая равномерного и неравномерного шагов дискретизации.

Пусть $D = \{x, y, z : a \leq x \leq b, c \leq y \leq d, p \leq z \leq r\}$ — некоторый параллелепипед в R^3. Построим в D сетку $D_h = \{x_i, y_j, z_k : a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b, \; c = y_0 < y_1 \ldots < y_m = d, \; p = z_0 < z_1 < \ldots < z_l = r\}$. Задача кусочно-кубической интерполяции функции $f(x, y, z)$, заданной в точках D_h, заключается в построении функции $g(x, y, z)$, удовлетворяющей условиям:

1) $g(x, y, z) \in C^2(D)$,

2) для $\forall (x, y, z) \in [x_i, x_{i+1}] \times [y_j, y_{j+1}] \times [z_k, z_{k+1}]$

$$g(x, y, z) = \sum_{\gamma, \eta, \nu = 0}^{3} a^{(i,j,k)}_{\gamma,\eta,\nu} (x_i - x)^{\gamma} (y_j - y)^{\eta} (z_k - z)^{\nu},$$

3) на сетке D_h $g(x, y, z)$ принимает заданные значения
$g(x_i, y_j, z_k) = f_{i,j,k}$ $(i = 0, \ldots, n, \; j = 0, \ldots, m, \; k = 0, \ldots, l)$,

4) функция $g(x, y, z)$ удовлетворяет условию $\left.\frac{\partial^2 g}{\partial \nu^2}\right|_{\Gamma} = 0$, где ν — внешняя нормаль к границе Γ области D.

Рассмотрим сначала задачу одномерной кубической сплайн-интерполяции на линиях сетки $x = x_i$ $(i = 0, \ldots, n)$, $y = y_j$ $(j = 0, \ldots, m)$. Тогда $g(x_i, y_j, z)$ является кусочно-кубической по z, а коэффициенты $N_{i,j,k}$ могут быть вычислены при решении $(n+1)(m+1)$ линейных алгебраических систем

$$\frac{h_k}{6} N_{i,j,k-1} + N_{i,j,k}(h_k + h_{k+1})/3 + N_{i,j,k+1}\frac{h_{k+1}}{6} =$$

$$= (f_{i,j,k+1} - f_{i,j,k})/h_{k+1} - (f_{i,j,k} - f_{i,j,k-1})/h_k, \qquad (1)$$

$$N_{i,j,0} = 0, \quad N_{i,j,l} = 0.$$

Далее зафиксируем точку (x_i, y_j, z) и построим одномерный сплайн, интерполирующий функцию $g(z, h_k, j)$ в тех точках y_j, для которых точки $(x_i, y_j, z) \in D$. В этом случае возникает необходимость определить $g_{yy}(x_i, y, z)$, которая является кусочно-кубической по z. Для этого нужно решить $(n+1)(m+1)$ одномерных задач на сетке D_h.

Нахождение сеточных значений $g_{yy}(x_i, y_j, z_k)$ требует решения $(n+1)(l+1)$ одномерных задач кубической сплайн-интерполяции на линиях $x = x_i$ $(i = 0, \ldots, n)$, $z = z_k$ $(k=0, \ldots, l)$. Решив $2(n+1)(l+1)$ систем алгебраических уравнений типа (1), найдем коэффициенты $M_{i,j,k}$ и $K_{i,j,k}$, необходимые для построения $g_{yy}(x_i, y_j, z)$. Аналогичным образом определяются коэффициенты $P_{i,j,k}$, $R_{i,j,k}$, $C_{i,j,k}$, $F_{i,j,k}$, необходимые для построения $g_{xx}(x_i, y_j, z)$. Теперь можем найти функцию $g_{xx}(x_i, y, z)$, а значит и $g(x, y, z)$:

$$g(x, y, z) = g_{xx}(x_{i-1}, y, z)^{(x_i - x)^3}/6l_i +$$

$$+ g_{xx}(x_i, y, z)^{(x_i - x_{i-1})^3}/6l_i + \Big(g(x_{i-1}, y, z) -$$

$$- \frac{g_{xx}(x_{i-1}, y, z)\, l_i^2}{6}\Big)(x_i - x)/l_i + \Big(g(x_i, y, z) - \frac{l_i^2}{6} \times$$

$$\times g_{xx}(x_i, y, z)\Big)^{(x - x_{i-1})}/l_i. \tag{2}$$

Для того, чтобы найти значения $g(x, y, z)$ в некоторой точке (x, y, z), где $x \in [x_{i-1}, x_i]$, $y \in [y_{j-1}, y_j]$, $z \in [z_{k-1}, z_k]$, нужно решить $4(n+1)(m+1) + 2(n+1)(l+1) + (l+1)(m+1)$ линейных алгебраических систем, в результате чего найдем коэффициенты $M_{i,j,k}$, $N_{i,j,k}$, $K_{i,j,k}$, $C_{i,j,k}$, $P_{i,j,k}$, $F_{i,j,k}$.

Для приближенного расчета спектральных характеристик функции $f(x, y, z)$ рассмотрим ее аппроксимацию

$$f(x, y, z) = \begin{cases} 0, & x, y, z \notin [a, b] \times [c, d] \times [p, r], \\ \sum\limits_{i,j,k=0}^{3} a_{i,j,k}(x_i - x)^i (y_j - y)^j (z_k - z)^k, & (x, y, z) \in D. \end{cases} \tag{3}$$

Подставив выражение для приближенного представления (3) функции $f(x, y, z)$ в формулу

$$H(j\omega_x, j\omega_y, j\omega_z) = \iiint f(x, y, z) \exp\left[-j(\omega_x(x_i - x) + \right.$$

$$\left. + \omega_y(y_j - y) + \omega_z(z_k - z))\right] dx\,dy\,dz, \tag{4}$$

получим следующее приближенное выражение комплексного спектра:

$$\overline{H}(j\omega_x, j\omega_y, j\omega_z) = \sum_{i,j,k} [(\Phi^{(ijk)}(\omega_x, \omega_y, \omega_z) \sin(\omega_x l_i + \omega_y t_j + \omega_z h_k) +$$

$$+ \Psi^{(ijk)}(\omega_x, \omega_y, \omega_z) \cos(\omega_x l_i + \omega_y t_j + \omega_z h_k)) +$$

$$+ j(\Phi^{(ijk)}(\omega_x, \omega_y, \omega_z) \cos(\omega_x l_i + \omega_y t_j + \omega_z h_k) -$$

$$- \Psi^{(ijk)}(\omega_x, \omega_y, \omega_z) \sin(\omega_x l_i + \omega_y t_j + \omega_z h_k))]. \tag{5}$$

где $\Phi^{(ijk)}(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ и $\Psi^{(ijk)}(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ получаются из (4), но ввиду громоздкости в работе не приводятся.

Для краевых условий $\left.\frac{\partial^2 g}{\partial \nu^2}\right|_{\Gamma} = 0$:

$$|f(x, y, z) - g(x, y, z)| \leqslant B(\beta) \sum_{r=1}^{3} \|\Delta_N^{(r)}\|^2 \omega^{(r)}(f, \|\Delta_N^{(r)}\|), \tag{6}$$

$$(r = 1, 2, 3),$$

где

$$\|\Delta_N^{(1)}\| = \max_{0 \leqslant i \leqslant n-1} (x_i - x_{i-1}), \quad \|\Delta_N^{(2)}\| = \max_{0 \leqslant j \leqslant m-1} (y_j - y_{j-1}),$$

$$\|\Delta_N^{(3)}\| = \max_{0 \leqslant k \leqslant l-1} (z_k - z_{k-1}),$$

$$\omega^{(r)}(f, \|\Delta_N^{(r)}\|) = \sup |f(x, y, z) - f(x', y', z')|,$$

sup берется по всем (x, y, z), $(x', y', z') \in D$ таким, чтобы

$$|x - x'| \leqslant \delta, \quad |y - y'| \leqslant \delta, \quad |z - z'| \leqslant \delta, \quad \delta \leqslant \|\Delta_N^{(r)}\|,$$

а $B(\beta)$ — константа, являющаяся абсолютной.

Тогда

$$|H(j\omega_x, j\omega_y, j\omega_z) - \overline{H}(j\omega_x, j\omega_y, j\omega_z)| \leqslant$$

$$\leqslant VB(\beta) \sum_{r=1}^{3} \|\Delta_N^{(r)}\|^2 \omega^{(r)}(f, \|\Delta_N^{(r)}\|) \leqslant 3VB(\beta) \max_{1 \leqslant r \leqslant 3} (\|\Delta_N^{(r)}\|^2 \omega(f, \|\Delta_N^{(r)}\|)). \tag{7}$$

В предложенном выше алгоритме нахождения функции $g(x, y, z)$ можно получить явное полиномиальное выражение $g(x, y, z)$ в каждой ячейке сетки, а затем, воспользовавшись формулой (5), найти спектральные характеристики (λ, μ, ν в данном случае будут принимать лишь два значения 1 и 3). Предложенный алгоритм вычисления спектральных характеристик программно реализован на языке Фортран ЭВМ «Электроника 100/25».

ЛИТЕРАТУРА

1. *Рабинер Л. Б., Гоулд.* Теория и применение цифровой обработки сигналов.—М.: Мир, 1978.—848 с.
2. *Стечкин С. Б., Субботин Ю. Н.* Сплайны в вычислительной математике.—М.: Наука, 1976.—234 с.

ВЦ АН РА 15. VII. 1989