

УДК 69.057.122.001.5

Р. С. МИНАСЯН

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕПЛАНЦИОННЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В УГЛАХ ОКОННОГО ПРОЕМА СТЕНОВОЙ ПАНЕЛИ МЕТОДОМ МОМЕНТНОЙ ДЕПЛАНЦИИ СЕЧЕНИЙ

Рассматривается решение задачи по определению местных напряжений в углах проемов стен крупнопанельных зданий. Использован метод моментной деформации теории упругости. Изучены также поведения напряжений в углах проемов.

Ил. 1. Библиогр.: 2 назв.

Դիտարկվում է խոշորանոցների շենքերի անկյունների բարձրագույնի մեկուսաներում տեղա-
կան լարումների որոշման խնդիրը: Եզրագործվել է ստանդարտացված տեսության մոմեն-
տային ճարձարարական մեթոդը: Գնահատվել են նաև լարումների վարքը բարձրների
անկյուններում:

Сравнение результатов многочисленных теоретических и экспериментальных исследований в области расчета местных напряжений в угловых точках проемов показали, что они достаточно отличаются друг от друга. Основная причина заключается в том, что в теоретических исследованиях не учтено главное, и очень характерное явление—моментная деформация сечений в зонах концентрации напряжений, отличающаяся высоким градиентом. Траектория главных напряжений резко изгибаются перед этими сечениями, в результате чего на главных осях возникает моментное взаимодействие напряжений и моментный деформационный сдвиг.

В качестве расчетной модели рассматривается фрагмент, состоящий из четверти панелей, нагруженных только вертикальной нагрузкой (рис.). Для определения напряжений с учетом вышесказанного предлагается метод, основанный на начале возможных перемещений уравнений, выражающих условия равновесия элементарного параллелепипеда, выделенного из исследуемой модели.

Если обозначим продольные перемещения по оси z — $v(x, z)$, поперечные по оси x — $u(x, z)$ и запишем на основании начала возможных перемещений уравнения, выражающие условия равновесия элементарного параллелепипеда в направлении осей x и z , то получим уравнения, выражающие работу внешних и внутренних сил на соответствующих перемещениях [1]

$$\int_V \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} v(x, z) dV - \int_{\partial V} \frac{\partial v(x, z)}{\partial x} dP = 0, \quad (1)$$

$$\int \frac{\partial^2 \sigma_z^p}{\partial z^2} u(x, z) dF - \int \tau_x \frac{\partial u(x, z)}{\partial x} dF = 0, \quad (2)$$

где σ_z^p, τ_x^p - компоненты уравновешивающих напряжений.
Выражение перемещения удобно представить в виде

$$u(x, z) = \sum_{n=0}^{\infty} u_n(z) \sin \alpha_n x, \quad v(x, z) = \sum_{n=0}^{\infty} v_n(z) \cos \alpha_n x, \quad (3)$$

($\alpha_n = \pi n l$).

где $u_n(z)$ и $v_n(z)$ - искомые функции, зависящие только от z .

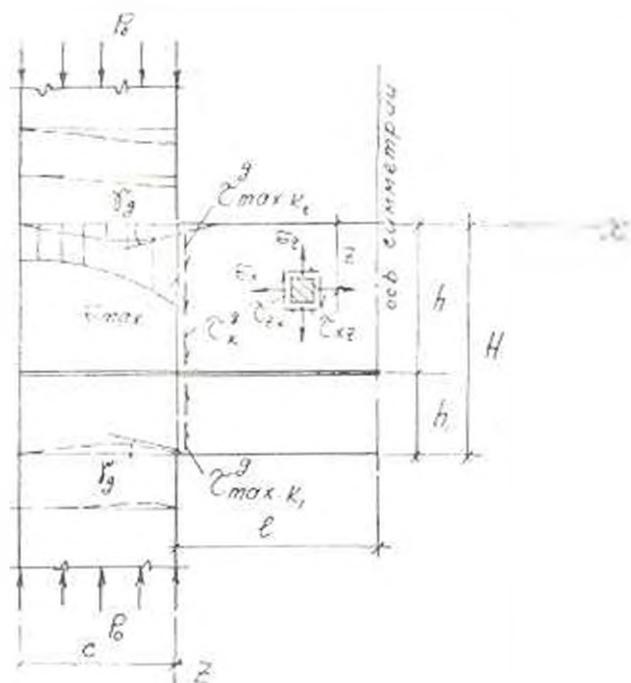


Рис.

С учетом (3) выражения (1) и (2) можно написать в виде

$$\int \frac{\partial^2 v_n}{\partial z^2} v_n(z) \cos \alpha_n x dF - \int \tau_x^p \sigma_n v_n(z) \sin \alpha_n x dF = 0, \quad (4)$$

$$\int \frac{\partial^2 u_n}{\partial z^2} u_n(z) \sin \alpha_n x dF + \int \tau_x^p \alpha_n u_n(z) \cos \alpha_n x dF = 0. \quad (5)$$

Согласно обобщенному закону Гука:

$$\sigma_z^p = \frac{E}{1-\nu^2} \left[\frac{\partial v(x, z)}{\partial z} + \nu \frac{\partial u(x, z)}{\partial x} \right] + \frac{E}{2(1+\nu)} \frac{\partial \sigma(x, z)}{\partial x}, \quad (6)$$

$$\tau_x^p = \frac{E}{1+\nu} \left[\frac{\partial u(x, z)}{\partial x} + \nu \frac{\partial v(x, z)}{\partial z} \right].$$

$$\tau_{xz}^p = \frac{E}{2(1+\nu)} \left[\frac{\partial v^p(x, z)}{\partial x} + \nu \frac{\partial u(x, z)}{\partial z} \right], \quad (7)$$

$$\tau_{xz}^s = \frac{E}{2(1+\nu)} \frac{\partial v(x, z)}{\partial x}$$

Для упрощения задачи принимается, что депланационный сдвиг возникает только по оси z и в уравнениях (6), (7) приближенно принимается: $\tau_{xz}^p = \partial v(x, z) / \partial x$, где τ_{xz}^s — уравновешивающий сдвиг ($\tau_{xz}^p = \tau_{xz}^s + \tau_{xz}^d$), τ_{xz}^d — депланационный сдвиг; $\tau_{xz}^d = 0$.

Совместное решение (3)–(7) дает

$$\int_P \left\{ [\varphi_n'(z) + \alpha_n \nu v_n'(z)] \cos \alpha_n x - \frac{1-\nu}{2} \alpha_n v_n'(z) \sin \alpha_n x \right\} \cos \alpha_n x dF + \\ + \frac{1-\nu}{2} \alpha_n \int_P [u_n(z) - \alpha_n v_n(z)] \sin^2 \alpha_n x dF = 0, \quad (8)$$

$$\int_P [v_n'(z) - \alpha_n v_n'(z) \sin^2 \alpha_n x] dF - \alpha_n \int_P [\alpha_n u_n(z) + \nu v_n'(z)] \cos^2 \alpha_n x dF + \\ - \frac{1-\nu}{2} \alpha_n \int_P [u_n(z) \sin \alpha_n x \cos \alpha_n x] dF = 0, \quad (9)$$

Учитывая, что в подоконой части отсутствуют внешние нагрузки, можно принять второе допущение: $u_n(z) = \text{const}$, ($u_n'(z) = 0$). Следовательно, интегрируя (8), получаем

$$v_n'(z) + 2\omega_n v_n'(z) - \alpha_n^2 v_n(z) = 0, \quad (10)$$

где

$$2\omega_n = \frac{1-\nu}{2} \alpha_n \frac{1 - \cos 2\alpha_n c}{2\alpha_n c + \sin 2\alpha_n c}, \quad \alpha_n^2 = \frac{1-\nu}{2} \alpha_n^2 \frac{2\alpha_n c - \sin 2\alpha_n c}{2\alpha_n c + \sin 2\alpha_n c}.$$

Так как (10) удовлетворяет любому из корней характеристического уравнения, то, учитывая условия задачи, решение можно записать в виде

$$v_n(z) = C_{1n} \exp\{-(\omega_n - \gamma_n)z\} - C_{2n} \exp\{-(\omega_n + \gamma_n)z\}, \quad (11)$$

где

$$\gamma_n = (\omega_n^2 + \alpha_n^2)^{1/2}.$$

Значения C_{1n} и C_{2n} определяются из граничных условий

$$v_n(z)|_{z=0} = v_{\text{max}}, \quad v_n'(z)|_{z=0} = 0;$$

$$C_{1n} = -v_{\text{max}} \frac{\exp(-\gamma_n h)}{2\text{sh } \gamma_n h}, \quad C_{2n} = v_{\text{max}} \left[\frac{\exp(-\gamma_n h)}{2\text{sh } \gamma_n h} + 1 \right].$$

Подставляя значения ϵ_{xx} и ϵ_{zz} в (11) и учитывая (3), находим

$$\tau(x, z) = \tau_{max} \exp[-(\omega_n + \gamma_n)z] \left\{ 1 - \frac{\text{sh } \gamma_n z}{\text{sh } \gamma_n h} \exp[-\gamma_n(h-z)] \right\} \cos \omega_n x \quad (12)$$

Контактные деформационные касательные напряжения $\tau_x^z(0, z)$ будут также затухать по оси z по тому же показательному закону, что и продольные деформации $\epsilon(x, z)$, т. е.

$$\tau_x^z(0, z) = \tau_{max}^z \exp[-(\omega_n + \gamma_n)z] \left\{ 1 - \frac{\text{sh } \gamma_n z}{\text{sh } \gamma_n h} \exp[-\gamma_n(h-z)] \right\}. \quad (13)$$

Таким образом, в зонах деформационного сдвига для касательных напряжений получали показательный затухающий закон, что соответствует результатам экспериментов на фрагментах стеновых панелей, выполненных из различных материалов [2].

В формуле (13) остается определить τ_{max}^z , значение которого находим из условия равновесия

$$\int_0^h \tau_x^z(0, z) dz = p_0 c. \quad (14)$$

Совместно решая (13) и (14), получаем

$$\tau_{max}^z = p_0 c \left\{ \frac{1 - \exp[-(\omega_n + \gamma_n)h]}{\omega_n + \gamma_n} - \frac{\gamma_n \text{ch } \omega_n h - \omega_n \text{sh } \omega_n h - \gamma_n \exp(-\gamma_n h)}{\omega_n^2 \text{sh } \gamma_n h} \right\}^{-1}. \quad (15)$$

Чтобы определить коэффициент концентрации напряжения в углах ($x=0$), где максимальные сжимающие деформации переходят в деформации деформационного сдвига и где напряжение τ_{max}^z незначительно, справедливо $\tau_{max}^z \approx 2\tau_{max}$. Таким образом, коэффициент концентрации напряжения для рассматриваемой модели будет

$$K = 2c \left\{ \frac{1 - \exp[-(\omega_n + \gamma_n)h]}{\omega_n + \gamma_n} - \frac{\gamma_n \text{ch } \omega_n h - \omega_n \text{sh } \omega_n h - \gamma_n \exp(-\gamma_n h)}{\omega_n^2 \text{sh } \gamma_n h} \right\}^{-1}. \quad (16)$$

Чтобы оценить значения деформационно-сдвигающих напряжений и коэффициент концентрации, рассмотрим пример. Пусть: $l = 150$ см, $c = 50$ см, $\nu = 1,10$, $h = 70$ см, $n = 1$, тогда: $\omega = 0,002$ см⁻¹, $\gamma^2 = 0,66 \cdot 10^{-4}$ см⁻² и $\tau_{max}^z = 1,425 p_0$, $\tau_{max} = 2,85 p_0$, $k = 2,85$.

