Изв. АН Армении (сер. ТН), т. XLIII, № 6, 1990, с. 286—288.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

УДК 518.4:519.83

А. Г. САРКИСЯН, Г. А. САРКИСЯН

РАЗРАБОТКА ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО МЕТОДА РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ МНОГОКРАТНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ФУРЬЕ

Предлагается новый метод расчета многомерных коэффициентов Фурье для случая, когда число коэффициентов намного меньше числа узлов сетки, позволяющий значительно упростить процедуру расчета и, следовательно, повысить его скорость.

Библиогр.: 2 назв.

Առաջարկվում է Ֆուրյեի բազմաչափ գործակիցների հաշվարկի նոր մեթոդ այն դեպքի համար, երբ գործակիցների թիվը շատ փոքր է ցանցի հանգույցների թվից։ Այն թույլատրում է հաշվարկի ընթացակարգի բավականաչափ պարզեցում և հետևաբար՝ արագության մեծացում։

При решении ряда электродинамических задач и, в частности, для определения электромагнитных параметров линии передачи при прохождении токов низкой и высокой частоты часто сталкиваются с затруднениями, связанными с численным определением напряженностей электрического и магнитного полей на ЭВМ. Эти затруднения вызваны тем, что вычисления ядра в виде экспоненциальной функции приводит к потерям машинного времени при неоднократном обращении к этим функциям.

В настоящей статье предлагается новый метод вычисления коэффициентов m—кратного ряда Фурье [1]

$$C_{k1,\,k2,\,\ldots,\,km}=\frac{1}{(2\pi)^m}\int\limits_0^{2\pi}\int\limits_0^{2\pi}\cdots\int\limits_0^{2\pi} f(x_1,\,x_2,\,\ldots,\,x_m)\,\times$$

$$\times\exp\left(-i\sum_{j=1}^{m}k_j x_j\right)dx_1\,dx_2\ldots dx_m\,, \tag{1}$$

$$f(x_1,\,x_2,\,\ldots,\,x_m)=\sum\sum_{-\infty}^{\infty}\cdots\sum C_{k1,\,k2,\,\ldots,\,km}\exp\left(i\sum_{j=1}^{m}k_j x_j\right), \tag{2}$$

требующий $P\cdot N$ операций умножения, где P—число коэффициентов Фурье, N—размерность выходного массива по m—измерению. Сравнение данного метода с обычным алгоритмом Винограда показывает, что если число коэффициентов Фурье меньше числа узлов сетки ($P \ll N^m$), то предложенный алгоритм приводит к существенному сокращению времени вычисления. Метод Винограда (число операций порядка N^{m+1}, при этом рассчитываются сразу все коэффициенты) базируется на следующем представлении выражения (1):

$$C_{k1,k2,\dots,km} \approx \lambda \sum_{s=0}^{N-1} \alpha_s \varphi_s , \tag{3}$$

где

$$\lambda = \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \cdots \cdot \lambda_m ,$$

$$\lambda_j = \begin{cases} \dfrac{1}{N}, & k_j = 0, \\ \dfrac{N}{2\pi^2 k_j^2}(1 - \cos \Delta x k_j), & k_j \neq 0, \quad j = 1, 2, \dots, m, \end{cases}$$

α_s — сумма некоторых значений f, объединенных при группировке; φ_s — соответствующий член множества (6).

Суть алгоритма перехода от (1) и (3) заключается в следующем.

1. Область интегрирования в (1) покрывается равномерной прямоугольной сеткой. Число разбиений по каждой переменной равно N. Сторона сетки определяется по формуле $\Delta x = 2\pi/N$.

2. Интеграл (1) вычисляется путем аппроксимации подынтегральной функций $f(x_1, x_2, \dots, x_m)$ многочленами на каждом кубе сетки.

Для многочленов первого порядка (формула трапеции) соответствующая кубатурная формула имеет вид

$$C_{k1,k2,\dots,km} \approx \lambda \sum_{n_1=0}^{N-1} \sum_{n_2=0}^{N-1} \cdots \sum_{n_m=0}^{N-1} f(n_1 \Delta x, n_2 \Delta x, \dots, n_m \Delta x) \times$$

$$\times \exp\left(-i\Delta x \sum_{j=1}^{m} k_j x_j\right), \tag{4}$$

при этом возникающая погрешность оценивается как

$$|R_N| \leqslant \frac{(2\pi)^2}{12N^2} \sum_{j=1}^{m} \max \left| \frac{\partial^2 f}{\partial x_j^2} \right| .$$

Во всей случаях необходимо вычислить значения функции

$$\exp\left(i\Delta x \sum_{j=1}^{m} k_j n_j\right). \tag{5}$$

Вычисления значений этой функции реализуется с помощью леммы, суть которой заключается в следующем.

Всевозможные значения функции (5) принадлежат множеству $\varphi = \{\varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_N\}$, где

$$\varphi_0 = 1, \quad \varphi_1 = \exp(i\Delta x), \quad \varphi_2 = \varphi_1 \cdot \varphi_1, \dots, \varphi_N = \varphi_{N-1} \cdot \varphi_1. \tag{6}$$

При расчете функции (5) следует учесть периодичность функции $\exp(ix)$. Ясно, что $\exp\left(i\Delta x \sum_{j=1}^{m} k_j n_j\right) = \varphi_s$, где s — остаток от деления $\sum_{j=1}^{m} n_j k_j$ на N.

Вычисление параметров многократных преобразований Фурье осуществляется согласно следующему алгоритму.

Шаг 1. Вычисляеется последовательность (6) (один раз для всех значений $(k_1, k_2, \ldots, k_m)$). При этом для сокращения числа операций используется идея метода быстрого преобразования Фурье [2].

Шаг 2. Вычисляется s-остаток от деления $\sum_{j=1}^{m} n_j k_j$ на N.

Шаг 3. Вычисляются коэффициенты ε_j.

Шаг 4. Правая часть (4) группируется по одинаковым значениям φ_j-членов последовательности (6). После такой группировки правая часть (4) сводится к виду

$$C_{k1, k2, \ldots, km} \approx \lambda \sum_{s=0}^{N-1} \alpha_s \varphi_s .$$

Каждое значение $f(n_1 \Delta x, n_2 \Delta x, \ldots, n_m \Delta x)$ входит в одну из сумм α_s $(s = 0, 1, \ldots, N-1)$ и остается лишь определить соответствующие номера s.

Шаг 5. Вычисляется $C_{k1, k2, \ldots, km}$.

Таким образом, для всех интегралов (1) и сумм (2) один раз вычисляется последовательность (6) и значения функции f в каждой точке сетки. Остальные действия связаны лишь с умножением сумм значений функций f на значения элементов последовательности (6).

Разработанная вычислительная методика расчета параметров многократных преобразований Фурье применяется в кабельной технике с целью определения электромагнитных параметров передачи кабелей связи, приводящая к усовершенствованию их конструкций и снижению материалоемкости.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Корн Г. и Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров.—М.: Наука, 1978.—831 с.
2. *Эйкхофф П.* Основы идентификации систем управления.—М.: Мир, 1975.—683 с.

ЕрПИ 10. III. 1989