

допустимую погрешность реализации нормализующего компенсатора, исходя из желаемых свойств МСАР. Фактически же принцип нормальной доминантности — результат применения принципа уплотнения к «доминантной», определяющей части МСАР (ее нормальной части).

ЛИТЕРАТУРА

1. Арсисян Г. Т., Зикарян С. С., Мамеджан Г. А. Два метода повышения эффективности сложных технологических процессов. Ереван: Адастан, 1983. — 161 с.
2. Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа. — М.: Наука, 1981. — 543 с.
3. MacFarlane A. G. J. Frequency-response methods in Control systems. — New-York: Wiley, 1979. — 523 p.
4. Корсаки Э. В., Чимшикян С. Е. Синтез робастных многосвязных САУ на основе главных передаточных функций и направлений // Изв. вузов СССР. Приборостроение. — 1988. — № 2. — С. 49—57.
5. Чимшикян С. Е. Нормально доминантные многосвязные системы и их анализ. Изв. вузов СССР. Электромеханика. — 1988. — № 4. — С. 95—96.

ЕрНИ

7-X 1988

Изв. АН Армении (сер. ТН), т. XLIII, № 5, 1990, с. 241—245.

АВТОМАТИЗАЦИЯ И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

УДК 62—50:638.5

В. В. ОВСЕЯНИ

МЕТОДИКА ПОСТРОЕНИЯ КОРНЕВЫХ ГОДОГРАФОВ ЛСМСАР, ОСНОВАННАЯ НА СВЕДЕНИИ ПРОБЛЕМЫ К ЗАДАЧЕ КОШИ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Предлагается методика построения корневых годографов линейных стационарных многосвязных систем автоматического управления квадратного типа, основанная на сведении проблемы к задаче Коши второго порядка. Прикладываются несколько утверждений, позволяющих перейти от символических преобразований многомерных из-за переменных к простейшим численным преобразованиям над вещественными матрицами.

Библиогр.: 2 назв.

Անալիզվում է ճանաչողական տիպի գծային անփոփոխ բազմազան ավտոմատ կարգավորման համակարգերի արմատային խառնուրդների կոորդինատների հետ կապված խնդիրը երկրորդ կարգի խնդիր լուծման վրա: Բերվում են մի քանի պնդումներ, որոնք հնարավորություն են տալիս երկու փոփոխականների բազմազանների օրոշ երկային անփոփոխություններ փոխարինել իրական մատրիցաների ստորագծային և անփոփոխություններով:

При автоматизированном проектировании многосвязных систем автоматического регулирования (МСАР) часто приходится рассматривать вопросы устойчивости и качества систем в зависимости от некоторого параметра и, в частности, целенаправленного выбора значения этого параметра. При этом можно использовать методику построения корневых годографов (КГ).

Рассмотрим линейную стационарную МСАР квадратного типа с числом входов-выходов, равным m . Пусть $W(s)$ и $F(s)$ — матричные передаточные функции соответственно прямого и обратного каналов, причем $F(s)$ — скалярная матрица вида

$$F(s) = \text{diag} \{k, k, \dots, k\} = \text{diag} \{-k^{-1}, -k^{-1}, \dots, -k^{-1}\},$$

где $k = -k^{-1}$, $k \in R$ и $k \in R$.

Характеристическое уравнение этой системы имеет вид

$$\det [\lambda I - W(s)] = 0$$

$$U(\lambda, s) = P_0(\lambda) s^n + P_1(\lambda) s^{n-1} + \dots + P_{n-1}(\lambda) s + P_n(\lambda) = 0, \quad (1)$$

где $P_i(\lambda)$, $i = 0, 1, \dots, n$ — многочлены от λ степени, не превышающей числа m , причем степень хотя бы одного из многочленов $P_i(\lambda)$ действительно равна m . Кроме того, предположим, что многочлен двух переменных $U(\lambda, s)$ неприводим и $P_0(\lambda) \neq 0$. Таким образом $U(\lambda, s)$ — многочлен степени n относительно s и степени m относительно λ .

Рассмотрим КГ системы при изменении общего для всех каналов коэффициента k обратной связи. Известные методы построения КГ [1, 2] для выбранного класса ЛМСАР сложны и требуют больших вычислительных затрат. В предлагаемой работе проблема построения КГ сводится к решению задачи Коши второго порядка.

Запишем уравнение (1) в матричной форме

$$U(\lambda, s) = \bar{s} A \bar{\lambda} = 0, \quad (2)$$

где $\bar{s} = [s^0, s^1, \dots, s^n]$, $\bar{\lambda} = [\lambda^0, \lambda^1, \dots, \lambda^m]^T$, а $A = \|a_{ij}\|$ — действительная матрица размерности $(n+1) \times (m+1)$, причем i -ая строка получается из коэффициента многочлена $P_{n-i+1}(\lambda)$, если записать их по возрастающим степеням λ .

Подставляя в (1) $-k^{-1}$ вместо λ , получаем

$$U(\lambda, s) = Y(-k^{-1}, s) = k^{-m} \gamma(k, s) = 0.$$

В дальнейшем вместо уравнения $U(\lambda, s) = 0$ будем рассматривать $\gamma(k, s) = 0$. Последнее уравнение можно записать в виде

$$\gamma(k, s) = \varphi_0(k) s^n + \varphi_1(k) s^{n-1} + \dots + \varphi_{n-1}(k) s^1 + \dots + \varphi_n(k) \quad (3)$$

или же в матричной форме

$$\gamma(k, s) = \bar{s} B \bar{k}, \quad (4)$$

где $\bar{k} = [k^0, k^1, \dots, k^m]^T$, а $B = \|b_{ij}\|$ — матрица той же размерности, что и A , причем она получается из матрицы A перестановкой ее столбцов в обратной последовательности с дальнейшим умножением элементов столбцов полученной матрицы с четными номерами, считая справа, на -1 .

Решение уравнения (3) относительно s для действительных неотрицательных k определяет многозначную алгебраическую функцию $s(k)$, определяющую зависимость полюсов замкнутой системы от k , т. е. КГ системы. В общем случае этот годограф имеет n ветвей, если не существуют ветвей, состоящих из одной единственной точки. Уравнение (3) определяет функцию $s(k)$ неявным образом и получить из нее вид функции в явном виде практически невозможно. Применим известную теорему о существовании неявной функции. Продифференцировав (3) как сложную функцию, найдем

$$\gamma'_k + \gamma'_s \frac{ds}{dk} = 0$$

или отсюда

$$\frac{ds}{dk} = -\frac{\gamma'_k}{\gamma'_s}. \quad (5)$$

Производная ds/dk не существует при тех значениях k и s , при которых $\gamma'_s = 0$. Частные производные γ'_k и γ'_s представляют собой полиномиальные функции двух переменных k, s и их также можно представить в матричной форме

$$\gamma'_k = H_1(k, s) = \bar{s}_1 B_1 \bar{k}_1 \quad (6)$$

$$\gamma'_s = H_2(k, s) = \bar{s} B_2 \bar{k}_2. \quad (7)$$

Совместно решая (5) — (7), получаем

$$\frac{ds}{dk} = -\frac{H_1(k, s)}{H_2(k, s)} = -\frac{\bar{s}_1 B_1 \bar{k}_1}{\bar{s} B_2 \bar{k}_2}. \quad (8)$$

Ниже приводятся два утверждения, позволяющие от матрицы B , входящей в (4), легко перейти к B_1 и B_2 , используя простейшие преобразования над шестественными матрицами.

Утверждение 1. При дифференцировании $X(k, s)$ по s получается матрица B_2 , которую можно получить из B отбрасыванием первой строки и умножением элементов строк вновь полученной матрицы на номера их строк. При этом $\bar{k}_2 = \bar{k}$, $\bar{s}_2 = [s^n, s^{n-1}, \dots, s^{n-1}]$.

Доказательство. Дифференцируя многочлен $\gamma(k, s)$ по s , получаем

$$\gamma'_s(k, s) = n\varphi_n(k) s^{n-1} + \dots + i\varphi_{n-1}(k) s^{l-1} + \dots + \varphi_{n-1}(k). \quad (9)$$

Коэффициент $i\varphi_n(k)$ при s^{l-1} в формуле (9) представляет собой скалярное произведение i -ой строки матрицы B_2 и $\bar{k}$. Он получается умножением i на $\varphi_{n-i}(k)$, являющийся в свою очередь скалярным произведением $(i+1)$ -ой строки матрицы B и $\bar{k}$, что доказывает правильность рассуждений.

Аналогичным образом доказывается и второе утверждение.

Утверждение 2. При дифференцировании $X(k, s)$ по k получается матрица B_1 , которую можно получить из B отбрасыванием первого

столбца и умножением элементов столбцов вновь полученной матрицы на номера их столбцов. При этом $\bar{s}_1 = s$, $\bar{k}_1 = [k^0, k^1, \dots, k^{n-1}]^T$.

Учитывая, что $s \in C$, т. е. $s = x + jy$ и $k \in R$, из (8) определяем

$$\begin{cases} \frac{dx}{dk} = \operatorname{Re} \left[-\frac{\bar{s} B_1 \bar{k}_1}{s_1 B_2 k} \right], \\ \frac{dy}{dk} = \operatorname{Im} \left[-\frac{\bar{s} B_1 \bar{k}_1}{s_1 B_2 k} \right]. \end{cases} \quad (10)$$

Таким образом, мы получили задачу Коши второго порядка. Начальные условия легко получаются из того свойства КГ, что при $k = 0$ ветви выходят из полюсов разомкнутой системы.

Существующие алгоритмы и программы решения задачи Коши предполагают непрерывность правых частей системы (10) в интервале интегрирования. В кратных точках многозначной алгебраической функции $s(k)$ нарушается непрерывность правых частей (10), т. е. эти точки одновременно удовлетворяют уравнениям $\chi_s' = 0$ и (3). Как известно, эти точки принадлежат дискриминантному множеству уравнения (3) и могут быть найдены решением уравнения

$$D(k) = R(\chi, \chi_s') = 0, \quad (11)$$

где $D(k)$ — дискриминант многочлена $\chi(k, s)$, а R — результат двух многочленов χ и χ_s' .

При решении задачи (10) использована известная программа RKF45, которая вблизи вышеуказанных кратных точек $s(k)$ выдает ключ IFLAG=6, указывая на наличие особой точки, и приостанавливается. В работе [1] точки корневой голографы ЛСМСАР находятя следующим образом. Интересующая область плоскости s сканируется по точкам сетки, покрывающей эту область, по горизонтали и вертикали и находятся те точки s , для которых хотя бы одно из собственных значений комплексной матрицы $W(s)$ является вещественным. Там же доказывается правомерность этого метода для нахождения точек КГ. Следовательно, для продолжения работы программы RKF45 предлагается задавать новые начальные условия, обходя особые точки по окружности малого радиуса против часовой стрелки. Окружность сканируется по точкам с определенным небольшим шагом до тех пор, пока не встретится новая точка КГ. В этой точке хотя бы одно из собственных значений комплексной матрицы W должно быть вещественным. Используя в качестве начальных условий последовательно все полюсы разомкнутой системы при $k=0$, можно построить графики всех ветвей КГ.

Предложенная методика построения КГ ЛСМСАР доведена до программной реализации на языке ФОРТРАН-77.

1. *Edmunds J. M.* Characteristic gains, characteristic frequencies and stability *Int. J. Control.* — 1979 — Vol. 29, № 4. — P. 669—706.
2. *Adachi N., Hara T., Takamuru H.* Алгоритмы для вычисления многомерных корреляционных диаграмм с помощью преобразования // Экспресс-инф. ВНИИТИ. САЗ. — 1986. — № 6. — С. 1—7.

ЕрПН

10. VIII. 1989

Изв. АН Армении (сер. ТН), т. XLIII, № 5, 1990, с. 245—248.

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 621.314.26

Э. В. КАЗАРЯН Г. Г. КОЛОЗЯН, Г. А. КАЗАРЯН

К ОЦЕНКЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ НА МАГНИТНОМ ПОДВЕШИВАНИИ

Рассматривается решение задачи, связанное с надежностью транспортной системы на магнитном подвешивании (ТСМП) путем моделирования процесса движения. Приводятся аналитическое прогнозирование и диагностирование надежности, что позволяет избежать выполнения дорогостоящих экспериментов.

Ил. 2. Библиогр.: 1 назв.

Դիտարկվում է մագնիսական կախարդ տրանսպորտային համակարգի հուսալիության հետ կապված խնդիր լուծումը շարժման պրոցեսի մոդելավորման եղանակով: Հուսալիության փորձարկումը և դիագնոստիկան իրագործվում է վերլուծական եղանակով, որը ճանաչարարական և փորձարարական աշխատանքները:

В настоящее время большое внимание уделяется конструированию и проектированию новых транспортных средств, в том числе транспортных систем на магнитном подвешивании (ТСМП). Решение задач, связанных с разработкой ТСМП, требует проведения различных исследовательских и экспериментальных работ, измерений, контроля и, прежде всего, крупномасштабных экспериментов. В течение последних лет достигнуты значительные успехи в области ТСМП [1, 2]. В частности, всесторонне исследованы системы электромагнитного подвешивания, линейные электродвигатели, системы торможения и движения в случае наличия неисправностей, передачи электроэнергии и комплексные системы, состоящие из экипажа. В работах [3, 4] рассматривается комплексное изучение минимаксной модели водителя и транспортных средств, позволяющее на основе известных взаимосвязей или обработки статистической информации определить важные факторы движения, границы скоростей и ускорений, а также связанные с ними расходы топлива на единицу пути. Данный подход позволяет не только изучить поведение транспортного средства при влиянии внешней среды, но и дает возможность оценить и определить надежность в условиях эксплуатации. Однако до настоящего времени мало исследованы вопросы надеж-