Изв. АН АрмССР (сер. ТН), т. XLIII, № 3, 1990, с. 101—104.

ЭНЕРГЕТИКА

УДК 621.311.061.001.24

А. А. МАРДЖАНЯН

О ВОЗМОЖНОСТИ ИССЛЕДОВАНИЯ СТАТИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА ПРОДОЛЖЕНИЯ

Исследование статической устойчивости электрической системы при вариации ее параметров возможно проводить с помощью метода продолжения (инвариантного погружения). При этом задача сводится к численному интегрированию некоторых обыкновенных дифференциальных уравнений. Эффективность метода значительно возрастает благодаря возможности графического представления перемещений корней характеристического уравнения на экране дисплея ЭВМ.

Ил. 1. Библиогр.: 5 назв.

Շարունակման (անփոփոխակային սուզման) մեթոդի օգնությամբ հնարավոր է հետազոտել էլեկտրական համակարգերի ստատիկ կայունությունը համակարգի պարամետրերի փոփոխության դեպքում: Որոշ տիպի սովորական դիֆերենցիալ հավասարումների թվային ինտեգրմամբ համալիր հարթության վրա որոշվում են բնութագրական հավասարման արմատների հետագծերը: Այդ հետագծերի պատկերումը ԷՀՄ-ի ցուցասարքի վրա զգալիորեն բարձրացնում է մեթոդի կիրառման արդյունավետությունը:

Известно, что задача исследования статической устойчивости электрической системы (ЭС) сводится к анализу расположения корней характеристического уравнения, записанного для линеаризованной системы дифференциальных уравнений малых колебаний [1]. При этом непосредственное нахождение корней характеристического уравнения и исследования статической устойчивости ЭС с помощью алгебраических критериев (Гурвица, Льенара-Шипара) и частотных методов (Найквиста, Михайлова) проводятся при фиксированных значениях коэффициентов характеристического уравнения. В действительности эти коэффициенты зависят от параметров и режима ЭС [1]. В реальных системах из-за неточности и неоднозначности исходных данных, действия систем автоматики и управления и неизбежно существующих флуктуаций происходят изменения значений параметров. Эта вариация приводит к перемещению корней характеристического уравнения на комплексной плоскости. Широко применяемый в электроэнергетике метод D-разбиения [1] не позволяет непосредственно изучать такое перемещение корней и тем самым в полном объеме исследовать задачу о статической устойчивости ЭС при вариации параметров.

С помощью метода продолжения (инвариантного погружения) оказывается возможным а н а л и т и ч е с к о е определение перемещения корней характеристического уравнения на комплексной плоскости. Идея метода впервые была предложена в работе [2] для решения уравнений линейной теории переноса излучений. Далее метод продолжения был развит в целом ряде отечественных и зарубежных работ [3—5] и применялся для решения различных задач — таких, как граничные задачи, решение трансцендентных алгебраических уравнений, оптимизационные задачи и др.

Суть метода заключается в следующем. Исходную задачу — например, алгебраическую задачу нахождения корней характеристического уравнения погружают в параметризованное семейство задач таким образом, чтобы при определенном (например, единичном) значении параметра погружения семейство задач совпало с исходной, а при опорном (например, нулевом) значении оно обращалось в задачу, решение которой известно или может быть получено. Способ решения при этом не играет роли. Далее на основе параметризованного семейства задач составляют обыкновенные дифференциальные уравнения, называемые уравнениями Давиденко [3]. Решения этих уравнений и представляют собой кривые, по которым перемещаются корни характеристического уравнения при вариации параметра погружения, а начальные условия для решения уравнений Давиденко определяются решениями параметризованного семейства задач при опорном значении параметра погружения.

Поясним применение метода продолжения на примере исследования статической устойчивости простейшей нерегулируемой электрической системы. В качестве варьируемого параметра (параметра погружения) рассмотрим коэффициент демпфирования P_d, которого будем изменять, например, до критического значения $P_{d\,кр}$, при котором в системе наступает экспоненциальное поведение. Критерием статической устойчивости, как известно [1], является наличие корней в правой полуплоскости. Характеристическое уравнение простейшей ЭС с критическим демпфированием имеет второй порядок

$$f(Z) = T_j Z^2 + P_{d\,кр} Z + a_0 = 0, \tag{1}$$

где при $0 \leqslant \delta_0 < 90^\circ$, $a_0 = \dfrac{E_q U}{X_d} \cos \delta_0 > 0$. Все обозначения общепринятые. В качестве опорного рассмотрим нулевое значение параметра погружения $P_d = 0$, чему соответствует отсутствие демпфирования в ЭС. Построим параметризованное семейство задач

$$H(Z,\ P_d) = T_j Z^2 (P_d) + P_d Z (P_d) + a_0 = 0. \tag{2}$$

Действительно, при нулевом значении параметра семейство задач (2) «легко» решается:

$$H(Z,\ 0) = T_j Z^2 (0) + a_0 = 0, \quad Z_{1,2}(0) = \pm i \sqrt{a_0 / T_j}\,,$$

а при $P_d = P_{d\,кр}$ семейство задач (2) совпадает с исходной задачей (1). Уравнение Давиденко выводится из параметризованного семейства задач $H(Z,\ P_d)$ путем его дифференцирования по переменной Z и параметру P_d. Оно имеет вид

$$\frac{dZ(P_d)}{dP_d} = -\frac{\partial H / \partial P_d}{\partial H / \partial Z}\,. \tag{3}$$

Для конкретного семейства задач (2) уравнение Давиденко запишется в виде

$$\frac{dZ(P_d)}{dP_d} = -\frac{Z(P_d)}{2T_j Z(P_d) + P_d}, \qquad Z_{1,2}(0) = \pm i\sqrt{\frac{a_0}{T_j}}. \qquad (4)$$

Решение задачи Коши (3) в данном случае можно получить непосредственно в квадратурах, проводя интегрирование в соответствующих пределах

$$Z(P_d) = \frac{-P_d \pm \sqrt{P_d^2 - 4a_0 T_j}}{2T_j}.$$

Полученное выражение совпадает с известной формулой решения квадратного уравнения (1) и описывает перемещение корней характеристического уравнения (1) на комплексной плоскости при вариации коэффициента демпфирования с нулевого до исследуемого значения $P_{d_{кр}} = -2T_j\sqrt{a_0}$. На рисунке показано такое перемещение корней для конкретного численного примера из [1]. В общем случае характеристическое уравнение сложной регулируемой ЭС имеет n-ый порядок

$$f(Z) = Z^n + a_{n-1}Z^{n-1} + \cdots + a_1 Z + a_0 = 0. \qquad (5)$$

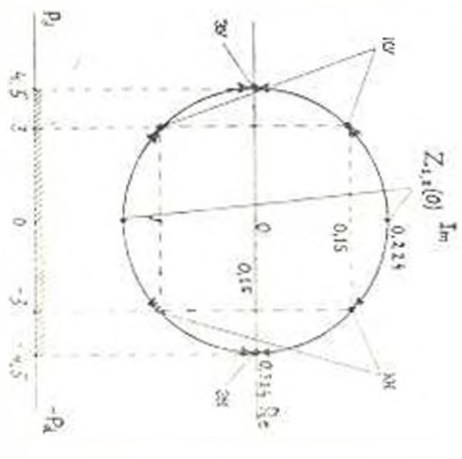

Рис. Траектории перемещения верхней характеристики уравнения (1) при вариации значений коэффициента демпфирования $0 < P_d < P_{d_{кр}}$: КУ, ЗУ колебательная и экспоненциальная устойчивости; КН, ЭН – колебательная и экспоненциальная неустойчивости: $\delta_0 = 60°$, $T_j = 10$ с, $E_q = 1{,}2$, $X_d = 1{,}2$, $P_{d_{кр}} = \pm 4{,}47$.

Рассматривая какой-либо параметр μ, от которого зависят коэффициенты уравнения (5), определим параметризованное семейство следующим образом:

$$H(Z, \mu) = Z^n(\mu) + \mu a_{n-1}(\mu) Z^{n-1}(\mu) + \cdots + \mu a_0(\mu) + \mu - 1 = 0, \qquad (6)$$

где при

$$\mu = 0 \quad H(Z, 0) = Z^n(\mu) - 1 = 0, \quad Z_k(0) = \exp\left(\frac{i2\pi k}{n}\right);$$

а при

$$\mu = 1 \quad H(Z, 1) = f(z), \quad k = 1, \ldots, n.$$

Уравнение Давиденко для параметризованного семейства задач (6) имеет вид

$$\frac{dZ(\mu)}{d\mu} = -\frac{1 + \sum\limits^{n-1} a_j Z^j}{nZ^{n-1} + \mu \sum\limits^{n-1} j a_j Z^{j-1}} \quad Z_k(0) = \exp\left(\frac{i2\pi k}{n}\right) \qquad (7)$$

Для простоты, в правой части уравнения Давиденко опущена запись зависимостей от параметра. Решая задачу Коши (7), с помощью того или иного численного метода определим кривые, по которым перемещаются корни характеристического уравнения (5) при вариации параметра μ в интервале $0 \leqslant \mu \leqslant 1$.

Таким образом, задача исследования статической устойчивости сложной ЭС при вариации параметров в интересующих нас пределах сводится к численному интегрированию обыкновенных дифференциальных уравнений (7). С помощью современных средств графического представления становится возможным непосредственно наблюдать за перемещениями корней характеристического уравнения, что позволяет изучать задачу статической устойчивости в случаях ее апериодического нарушения и возникновения самораскачивания, если только подобное поведение не исключено исходной математической моделью ЭС.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Веников В. А.* Переходные электромеханические процессы в электрических системах.— М.: Высшая школа, 1985.— 536 с.
2. *Амбарцумян В. А.* К вопросу о диффузном отражении света мутной средой.— ДАН СССР.— 1943.— Т. 38, № 8.— С. 56—61.
3. *Давиденко Д. Ф.* Об одном новом методе численного решения систем нелинейных уравнений.— ДАН СССР.— 1953.— Т. 88, № 6.— С. 121—126.
4. *Касти Дж., Калаба Р.* Метод погружения в прикладной математике.— М.: Мир, 1976.— 421 с.
5. *Richter S. L., de Carlo R. A.* Continuation methods // Trans. IEEE.— 1983.— Vol. CAS-30.— P. 513—619.

ЕрПИ им. К. Маркса

10. XI 1988