

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Арутюнян Н. Х., Дроздов А. Д., Колмаковский В. Б. Устойчивость вязкоупругих тел и элементов конструкций // Итоги науки и техники ВНИИП. Сер. Механика деформируемого твердого тела. 1987. — Т. 19. — С. 3—77.
2. Крыско В. А., Санинский А. С. Расчет неоднородных гибких полых оболочек смешанными краевыми условиями // Прикладная механика. — 1987. — 1. 23. № 6. — С. 61—67.
3. Саркисян В. С. Некоторые задачи математической теории упругости анизотропного твердого тела. — Ереван: Изд-во ЕГУ. — 1976. — 336 с.
4. Арутюнян Н. Х., Колмаковский В. Б. Теория ползучести неоднородных тел. — М.: Наука. — 1983. — 336 с.
5. Волямир А. С. Устойчивость деформируемых систем. — М.: Наука. 1967. — 879 с.

ЕрПН им. К. Маркса

1. III 1988

Изв. АН АрмССР (сер. ТН), т. XLII. № 4, 1989, с. 165—170

СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ

УДК 624.074.7.011:699.841

А. М. АЛЮНЦ

СЕЙСМИЧЕСКИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ НА КРУГОВУЮ ЦИЛИНДРИЧЕСКУЮ ОБОЛОЧКУ, ЧАСТИЧНО ЗАПОЛНЕННУЮ ЖИДКОСТЬЮ

Рассмотрены колебания круговой цилиндрической оболочки, частично заполненной жидкостью, подвергнутые сейсмическим воздействиям. Считается, что основание совершает только горизонтальные колебания. Дифференциальное уравнение колебания оболочки решается методом В. Г. Галеркина. Найдены собственные частоты колебаний оболочки, компоненты перемещения, напряжения и изгибающие моменты. Приведен численный пример.

Ил. 1. Библиогр. 5 назв.

Գրառված է մի հոլմի տրագլման շրջանին զանազն մասեր Դեղմիմի լրջ-
ված Բաղանքի տատանումները, որոնք առաջանում են երկրաշարժի տղեցութունից: Ընդան-
ված է, որ հիմքը կատարում է միայն հորիզոնական տատանումներ: Բաղանքի տատանման
սեփական հաճախարումը լուծվում է Վ. Գ. Գալերկինի մեթոդով: Գտնված են դանակյին
Բաղանքի տատանման սեփական ճնշախտությունները, տեղադրվածների լարմանները, լար-
ումները և ձող մոմենտները: Ներվում է Բժման սրինակ:

Рассматриваются вынужденные колебания круговой цилиндрической оболочки, заделанной одним концом и свободной другим, кото-
рая подвергается горизонтальным сейсмическим нагрузкам (рис). Считается, что основание совершает горизонтальные колебания по
заданному закону $y_0(t)$. Система уравнений колебания оболочки
имеет вид [1, 2]

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1-\nu}{2R^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} - \frac{1+\nu}{2R} \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial \theta} + \frac{\nu}{R} \frac{\partial w}{\partial x} = - \frac{1-\nu^2}{E\delta} X, \\
 & \frac{1+\nu}{2R} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial \theta} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial w}{\partial \theta} = - \frac{1-\nu^2}{E\delta} Y, \\
 & D \nabla^2 w + \frac{E\nu}{R(1-\nu^2)} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{E\delta}{R^2(1-\nu^2)} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{E\delta}{R^2(1-\nu^2)} w'' = \\
 & \quad - \frac{q}{R} \frac{\partial w}{\partial \theta^2} = \begin{cases} Z & \text{при } l_1 < x < l, \\ Z - \gamma \frac{\partial \varphi}{\partial t} & \text{при } 0 < x < l_1, \end{cases} \quad (1)
 \end{aligned}$$

где X , Y , Z — компоненты внешней нагрузки

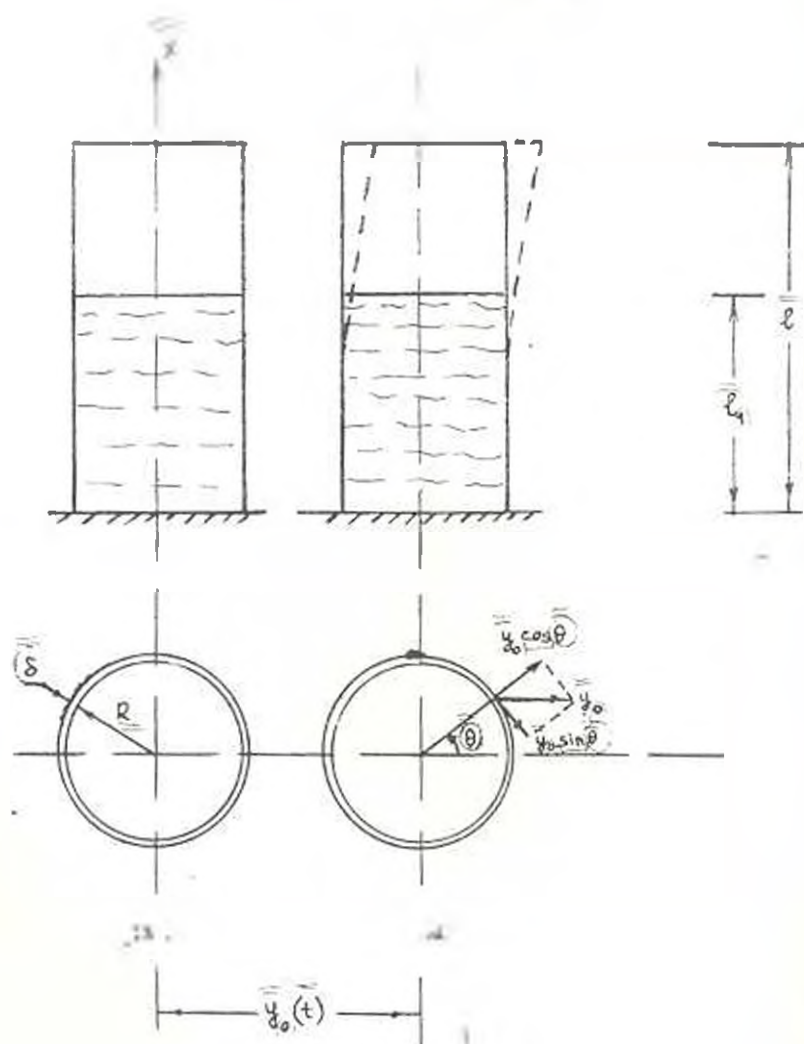


Рис.

$$X=0; \quad Y = \frac{\gamma_0^2}{g} y_0'(t) \sin \theta; \quad Z = -\frac{\gamma_0^2}{g} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + y_0'(t) \cos \theta \right);$$

$y_0'(t)$ — ускорение основания.

В третьем уравнении (1) учтено начальное статическое натяжение от жидкости: $\gamma_0^2 = Rq$, $q = \delta_{\text{ж.ж.}}(l_1 - x)$ (невозмущенное состояние).

Потенциальная функция движения жидкости φ определяется из уравнения Лапласа

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} = 0. \quad (2)$$

Для функции $\varphi(x, r, \theta, t)$ имеем следующие краевые условия:

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial r} - \frac{\partial w}{\partial t} \right|_{r=R} = 0; \quad \left. \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_{x=0} = 0; \quad \left. \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right|_{x=l_1} = 0. \quad (3)$$

Потенциальную функцию представим в виде

$$\varphi = \cos \theta R(r) X(x) \quad (4)$$

и подставим в уравнение (2). Уравнение для $X(x)$ будет $X'' + \mu^2 X = 0$, согласно (3) с условиями $X'(0) = 0$, $X(l_1) = 0$, решением которого будет

$$X = c_1 \cos \frac{2n-1}{2} \frac{\pi x}{l_1}. \quad (5)$$

Для $R(r)$ получаем уравнение Бесселя

$$r^2 R'' + r R' - \left[1 + \left(\frac{2n-1}{2} \frac{\pi r}{l_1} \right)^2 \right] R = 0,$$

решение которого есть

$$R = c_2 I_1(z) + c_4 K_1(z), \quad z = \mu_m r, \quad \mu_m = \frac{2m-1}{2} \frac{\pi}{l_1}. \quad (6)$$

Здесь $c_4 = 0$ в силу ограниченности величин при $r = 0$.

Совместно решая (4)–(6), получаем потенциальную функцию движения жидкости

$$\varphi = \cos \theta \sum_{n=1}^{\infty} y_n(t) I_1 \left(\frac{2n-1}{2} \frac{\pi r}{l_1} \right) \cos \frac{2n-1}{2} \frac{\pi x}{l_1}. \quad (7)$$

Прогиб оболочки представим в виде

$$w = \cos \theta \sum_{k=1}^{\infty} f_k(t) X_k(x), \quad (8)$$

где $X_k(x) = \sin \xi_k \frac{x}{l} - \text{sh } \xi_k \frac{x}{l} - \frac{\sin \xi_k - \text{sh } \xi_k}{\cos \xi_k + \text{ch } \xi_k} \left(\cos \xi_k \frac{x}{l} - \text{ch } \xi_k \frac{x}{l} \right) -$

базисные фундаментальные функции А. Н. Крылова, удовлетворяющие краевым условиям [3] $X_k(0) = X_k'(0) = X_k(l) = X_k'(l) = 0$.

Подставляя выражения (7) и (8) в первое краевое условие (3), получаем

$$\varphi_m(s) = \sum_{k=1}^{\infty} b_{km} \frac{df_k(t)}{dt}, \quad (9)$$

где

$$b_{km} = \frac{a_{km}}{\frac{\partial}{\partial r} \left[I_1 \left(\frac{2m-1}{2} \frac{\pi r}{l_1} \right) \right]_{r=R} \int_0^{l_1} \cos^2 p_m x dx},$$

$$a_{km} = \int_0^{l_1} X_k(x) \cos p_m x dx.$$

Из системы (1) получаем дифференциальное уравнение колебания оболочки, выраженное только через w

$$D \nabla^2 w - \frac{E \gamma}{R^2} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - \nabla^2 \left(\frac{q}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right) + \frac{\gamma \partial}{g} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \nabla^2 w + \frac{2\gamma \partial}{g R^4} y_0'(t) \cos \theta =$$

$$= \begin{cases} 0, & \text{при } l_1 < x < l_2, \\ -2\alpha \frac{\partial}{\partial t} \Delta^2 w, & \text{при } 0 < x < l_1. \end{cases} \quad (10)$$

Решение уравнения (10) ищем в виде (8) с учетом (9). Пользуясь методом Б. Г. Галеркина и учитывая ортогональность базисных функций, получаем бесконечную систему дифференциальных уравнений для определения $f_k(t)$

$$a_j f_j'(t) + d_j f_j(t) + \sum_{k=1}^{\infty} c_{kj} f_k(t) + \sum_{k=1}^{\infty} d_{kj} f_k(t) = e_j y_0'(t), \quad (11)$$

где

$$c_j = \frac{\gamma \partial}{g} \left[\left(\frac{p_j}{l} \right)^4 + \frac{1}{R^4} \right] \int_0^l X_j^2(x) dx,$$

$$d_j = \left[D \left(\frac{p_j}{l} \right)^4 + \frac{6D}{R^4} \left(\frac{p_j}{l} \right)^4 + \frac{D}{R^8} + \frac{E \gamma}{R^2} \left(\frac{p_j}{l} \right)^4 + \right.$$

$$\left. + \frac{\gamma_* l_1}{R} \left(\frac{p_j}{l} \right)^4 + \frac{\gamma_* l_1}{R^2} \right] \int_0^{l_1} X_j^2(x) dx,$$

$$c_{kj} = - \frac{2\gamma \partial}{g R^2} \int_0^{l_1} X_k(x) X_j(x) dx +$$

$$+ p_0 \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{p_k}{l} - \frac{1}{R^2} \right)^2 b_{k,j} I_1(p_k r) \int_0^{l_1} X_j(x) \cos p_k x dx,$$

$$\begin{aligned}
d_{kj} = & - \left(\frac{4D}{R^2} \left[\left(\frac{b_k}{l} \right)^4 - \frac{1}{R^4} \right] - \frac{2\gamma_* l_1}{R^2} \right) \int_0^l X_k''(x) X_j(x) dx - \\
& - \frac{\gamma_*}{R} \left[\left(\frac{b_k}{l} \right)^4 - \frac{1}{R^4} \right] \int_0^{l_1} x X_k(x) X_j(x) dx - \frac{4\gamma_*}{R} \int_0^l X_k''''(x) X_j(x) dx + \\
& + \frac{4\gamma_*}{R^4 g} \int_0^l X_k''(x) X_j(x) dx + \frac{2\gamma_*}{R^2} \int_0^{l_1} x X_k''(x) X_j(x) dx, \\
e_j = & - \frac{2\gamma_*}{R^4 g} \int_0^{l_1} X_j(x) dx.
\end{aligned}$$

Для описания закона колебаний почвы $y_0(t)$ Дж. Сноуденом предложена следующая формула [4]:

$$y_0(t) = y_{0\max} \frac{e^{\lambda}}{4} x^2 t^2 e^{-\lambda t},$$

где λ — характеристика продолжительности.

Если довольствоваться вторым приближением, общее решение (11) будет

$$\begin{cases} f_1(t) = A_1 \sin(p_1 t + \alpha_1) + A_2 \sin(p_2 t + \alpha_2) + e^{-\lambda t} (h_1 t^2 + m_1 t + n_1), \\ f_2(t) = \lambda A_1 \sin(p_1 t + \alpha_1) + \lambda A_2 \sin(p_2 t + \alpha_2) + e^{-\lambda t} (h_2 t^2 + m_2 t + n_2), \end{cases}$$

где p_1, p_2 — собственные частоты колебаний; $h_1, m_1, n_1, h_2, m_2, n_2, \lambda, \lambda''$ — определяются из (11), а произвольные постоянные $A_1, A_2, \alpha_1, \alpha_2$ должны быть выбраны так, чтобы удовлетворялись начальные условия

$$w(x, b, 0) = w_j(x, b, 0) = 0,$$

откуда следует, что

$$f_1(0) = f_1'(0) = f_2(0) = f_2'(0) = 0.$$

Теперь, когда известно радиальное перемещение, определим перемещения u, v , которые выражаются через w из первых двух уравнений системы (1):

$$\nabla^4 u = \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \theta^2} - \frac{\nu}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = F_1(x), \quad (12)$$

$$\begin{aligned}
\nabla^4 v = & \frac{\nu(1+\nu)}{R^2(1-\nu)} \frac{2}{R^2} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial \theta^2} - \frac{1}{R^2} \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^4} + \frac{(1-\nu^2)^2}{EgR^2} y_0'(t) \sin \theta = F_2(x), \\
\end{aligned} \quad (13)$$

Решения уравнений (12) и (13) будут

$$u = \left[c_1 e^{\frac{x}{R}} + c_2 x e^{\frac{x}{R}} + c_3 e^{-\frac{x}{R}} + c_4 x e^{-\frac{x}{R}} + \right. \\ \left. + \frac{R^2}{2} \int_0^x F_1(y) \left(\frac{x-y}{R} \operatorname{ch} \frac{x-y}{R} - \operatorname{sh} \frac{x-y}{R} \right) dy \right] \cos \varphi, \\ v = \left[-c_1 e^{\frac{x}{R}} - \frac{4}{1+\nu} c_2 x e^{\frac{x}{R}} + c_3 e^{-\frac{x}{R}} - \frac{4}{1+\nu} c_4 x e^{-\frac{x}{R}} + \right. \\ \left. + \frac{R^2}{2} \int_0^x F_2(y) \left(\frac{x-y}{R} \operatorname{ch} \frac{x-y}{R} - \operatorname{sh} \frac{x-y}{R} \right) dy \right] \sin \varphi.$$

Постоянные c_1, c_2, c_3, c_4 определяются из неиспользованных граничных условий при $x=0, u=v=0$ и $x=l, T_1=S=0$, где

$$T_1 = \frac{E\delta}{1-\nu^2} \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\nu}{R} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} + w \right) \right],$$

$$S = \frac{E\delta}{2(1+\nu)} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial x} \right).$$

Ниже приводятся данные для резервуара с параметрами $a=12,33$ м, $l=11,92$ м, $\delta=5$ мм, $\nu=0,3$, $E=2,1 \cdot 10^5$ МПа, $\gamma=850$ кг/м³ (керосин [5]); значения собственных частот резервуара с различными уровнями жидкости (l, l) и максимальные значения перемещений при $x=l, t=0,1$ с (табл.).

Таблица

l, l	$T_1, \text{с}^{-1}$	$P_1, \text{с}^{-1}$	$u \cdot 10^{-3}, \text{мм}$	$v \cdot 10^{-3}, \text{мм}$	$w \cdot 10^{-3}, \text{мм}$
0	638	782	-24	25	-50
0,33	135	605	-20	30	-51
0,67	29	637	-30	37	-73
1	10	626	35	-16	-66

ЛИТЕРАТУРА

1. Механика систем оболочка-жидкость-нагретый газ / Под ред. Н. А. Кальчевского.—Киев: Наукова думка, 1970.—328 с.
2. Ониашвили О. Д. Некоторые динамические задачи теории оболочек.—М.: Изд. АН СССР, 1957.—196 с.
3. Бабаков И. М. Теория колебаний.—М.: Гос. изд-во тех.теор. лит., 1958.—628 с.
4. Хачиян Э. Е. Динамические модели сооружений в теории сейсмостойкости.—М.: Наука, 1961.—204 с.
5. Сифарян М. К. Современное состояние резервуаростроения и перспективы его развития.—М.: ЦНИИГЭнефтехим, 1972.—80 с.