центрации углерода, зависит от характера микроструктуры стали, формирующейся в циклах $\alpha \rightleftarrows \gamma$ превращений при различных условиях нагрева-охлаждения.

Анализ приведенных данных свидетельствует о том, что в углеродистых сталях $\alpha \rightarrow \gamma$ превращение происходит при температурах выше температуры разупрочнения. Поэтому возникающие напряжения самопроизвольно релаксируют и установить изменение в уровне внутренних напряжений стали обычным методом не удается, хотя и наблюдается заметное измельчение зерна. При этом положительный эффект от термоциклирования возрастает до определенного уровня и при дальнейшем увеличении циклов не увеличивается, по-видимому, вследствие динамической рекристаллизации стали.

Наибольший эффект скоростная термоциклическая обработка дает лишь в случае максимального использования в каждом последующем цикле результатов предыдущего.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. с. 175711 СССР, Кл. G 01n 42. 3_{58}. Способ рентгеноструктурного анализа / В. И. Трифонов, В. Н. Ма[illegible] (СССР).—№ 810431/26—25. Заяв. 27.12.62; Опубл. 09.10.65, Бюл. № 20.—50 с.

ЕрПИ им. К. Маркса 5.VII.1987

Изв. АН АрмССР (сер. ТН), т. XLII, № 3, 1989, с. 114—120.

СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ

УДК 624.071+539.41

В. Д. ПОТАПОВ

УСТОЙЧИВОСТЬ ОРТОТРОПНЫХ ВЯЗКОУПРУГИХ НЕОДНОРОДНО-СТАРЕЮЩИХ ОБОЛОЧЕК

Рассматривается задача выпучивания сжатых тонкостенных оболочек, выполненных из ортотропного вязкоупругого неоднородно-стареющего материала. Анализируется влияние возрастной неоднородности на показатели деформированного состояния в процессе выпучивания оболочек, а также на их устойчивость при различной степени анизотропии материала.

Ил. 1. Библиогр. 3 назв.

Ինքնակիր է տարասեռ բնույթ ունեցող ուռուցիկների համար, որոնք պատրաստված են ուղղորդված մածուցիկ-առաձգական անիզոտրոպ նյութից։ Վերլուծվում է հասակային անհամասեռության ազդեցությունը դեֆորմացիայի վիճակի ցուցանիշների և թաղանթների ուռչման ընթացքում նրանց անկայունության վրա նյութի անիզոտրոպիայի տարբեր աստիճանների համար։

1. Рассмотрим тонкостенную оболочку, для материала которой характерны определяющие соотношения вида [1, 2]

$$\sigma_{\alpha\beta}(t, \rho) = E_{\alpha\beta\gamma\delta}(t - \tau^*(\rho), \rho)\varepsilon_{\gamma\delta}(t, \rho) -$$

$$- \int_{t_0}^{t} R_{\alpha\beta\gamma\delta}(t + \tau^*(\rho), \tau + \tau^*(\rho), \rho)\varepsilon_{\gamma\delta}(\tau, \rho)d\tau \qquad (1.1)$$

$$(\alpha, \beta, \gamma, \delta = 1, 2, 3),$$

где $E_{\alpha\beta\gamma\delta}(t + \tau^*(\rho), \rho)$, $R_{\alpha\beta\gamma\delta}(t + \tau^*(\rho), \tau + \tau^*(\rho), \rho)$ — мгновенные модули упругости и ядра релаксации материала; $\tau^*(\rho)$ — функция, характеризующая возраст материальной точки с координатами $\rho = \{x_\alpha\}$ к моменту нагружения t_0.

Допустим, что срединная поверхность оболочки в исходном состоянии имеет малое начальное искривление $\delta u_3^0 = \varkappa^0$, а нагрузки q_α, действующие на оболочку, имеют малое начальное возмущение δq_α. Движение, обусловленное указанными возмущениями, будем называть возмущенным. Перемещения точек срединной поверхности оболочки в возмущенном движении можно представить в виде суммы перемещений в невозмущенном движении $u_\alpha(t)$ и возмущений перемещений $\delta u_\alpha(t)$. Для отыскания перемещений в возмущенном движении воспользуемся системой прежних уравнений, учитывая при их записи начальную погибь оболочки. Анализ изменения возмущений $\delta u_\alpha(t)$ во времени позволяет сделать выводы об устойчивости невозмущенного движения оболочки на конечном и бесконечном промежутках времени по отношению к постоянно действующим возмущениям.

В качестве примера рассмотрим две круговые цилиндрические оболочки, имеющие постоянную толщину стенок h. Оболочки сжаты в осевом направлении равномерно распределенной нагрузкой q, приложенной на кромках. Краевые условия соответствуют шарнирному закреплению, причем в невозмущенном движении напряженное состояние оболочки считается безмоментным.

Срединная поверхность оболочки имеет начальное искривление

$$\varkappa^0(x_1, x_2) = f^0 \sin\frac{\pi x_1}{l} x_2 \cos\frac{n}{R} x_2.$$

Криволинейные координаты x_1, x_2 направлены соответственно вдоль образующей и направляющей срединной поверхности. В дальнейшем будем учитывать только неоднородное старение материала, предполагая, что функция $\tau^*(\rho)$ зависит только от одной координаты x_2, отсчитываемой по нормали к срединной поверхности, направленной в сторону центра положительной кривизны.

2. Пусть оболочка выполнена из трансверсально изотропного материала, вязкие свойства которого проявляются только при межслойном сдвиге. Все упругие постоянные считаются постоянными во времени.

Возмущения перемещений срединной поверхности оболочки ищем в виде

$$\delta u_3(t, x_1, x_2) = f(t) \sin \frac{k\pi}{l} x_1 \cos \frac{n}{R} x_2,$$

$$\delta v_1(t, x_1, x_2) = \Gamma_1(t) \frac{k\pi}{l} \cos \frac{k\pi}{l} x_1 \cos \frac{n}{R} x_2,$$

$$\delta v_2(t, x_1, x_2) = \Gamma_2(t) \frac{n}{R} \sin \frac{k\pi}{l} x_1 \sin \frac{n}{R} x_2,$$

где δv_1, δv_2 — возмущения углов поворота нормали к срединной поверхности; δu_3 — возмущение прогиба.

В случае малых прогибов оболочки для отыскания амплитуд $f(t)$, $\Gamma_1(t)$, $\Gamma_2(t)$ имеем следующую систему интегральных уравнений [3]:

$$\left[1 + a\left(k^2\pi^2 + \frac{1-\mu}{2} n^2 \frac{l^2}{R^2}\right)\right]\Gamma_1 - a\frac{1-\mu}{2} n^2 \frac{l^2}{R^2}\Gamma_2 + f =$$

$$= a\mathrm{K}\left[-\left(k^2\pi^2 + \frac{1-\mu}{2} n^2 \frac{l^2}{R^2}\right)\Gamma_1 + \frac{1-\mu}{2} n^2 \frac{l^2}{R^2}\Gamma_2\right];$$

$$-a\frac{1+\mu}{2} k^2\pi^2\Gamma_1 + \left[1 + a\left(\frac{1-\mu}{2} k^2\pi^2 + n^2 \frac{l^2}{R^2}\right)\right]\Gamma_2 - f =$$

$$= a\mathrm{K}\left[\frac{1+\mu}{2} k^2\pi^2\Gamma_1 - \left(\frac{1-\mu}{2} k^2\pi^2 + \frac{n^2 l^2}{R^2}\right)\Gamma_2\right]; \qquad (2.1)$$

$$k^2\pi^2\Gamma_1 - \frac{n^2 l^2}{R^2}\Gamma_2 + \left\{\left(k^2\pi^2 + n^2 \frac{l^2}{R^2}\right) + k' \frac{E}{G}\left[\frac{l^2}{R^2}\left(1 + \frac{n^2 l^2}{k^2\pi^2 R^2}\right)^{-2} -\right.\right.$$

$$\left.\left. - k^2\pi^2 \frac{q}{E\delta}\right]\right\} f = -k' \frac{E}{G}\left[\frac{l^2}{R^2}\left(1 + \frac{n^2 l^2}{k^2\pi^2 R^2}\right)^{-2} f -\right.$$

$$\left. - k^2\pi^2 \frac{q}{E\delta}(f + f^0)\right] + k' k^2\pi^2 \frac{q}{G\delta} f^0.$$

Здесь k' — коэффициент поперечного сдвига; G — модуль межслойного сдвига; E, μ — модуль упругости и коэффициент Пуассона слоев;

$$\mathrm{K}\vartheta = \frac{15}{16} \int_{-1}^{1} \int_{\tau_1}^{\tau_2} K(t - \tau^*(y), \tau + \tau^*(y))(1 - y^2)\vartheta(\tau)\, d\tau\, dy;$$

$$y = \frac{2x_3}{h}; \qquad K(t, \tau) = -\frac{\partial}{\partial \tau} c(t, \tau).$$

Примем для меры ползучести следующее выражение [1]

$$c(t, \tau) = \chi(\tau)\left[1 - e^{-\gamma(t-\tau)}\right]; \qquad \chi(\tau) = C + Ae^{-\tau}.$$

Допустим, что по толщине оболочка делится на две одинаковые части. Возраст одной из них равен $\tau^*(y) = \Delta_1$, а другой — Δ_2.

Рассмотрим сначала вариант осесимметричного деформирования оболочки.

На рис. 1 показаны графики изменения безразмерной амплитуды возмущения прогиба оболочки, имеющей следующие характеристики: $R/h = 10$; $l/h = 50$; $k'E/2(1+\mu)G = 3$; $\mu = 0{,}25$; $C = 2{,}5$; $A = 5$; $\gamma = \beta$, $q/E\varepsilon = 0{,}03$; $\gamma\Delta_2 = 3$. Хотя линейная теория оболочек предполагает малость прогиба по сравнению с их толщиной, для удобства сопоставления результатов расчета безразмерную амплитуду начального прогиба примем равной единице. Если в реальной оболочке отношение f^0/h равно величине c, значительно меньшей единицы, то для определения безразмерной амплитуды дополнительного прогиба такой оболочки достаточно ординаты графиков, представленных на рис. 1, умножить на константу c. Кривые 1, 2, 3, 4, 5 соответствуют значениям $\gamma\Delta_2$, равным 0, 0,5, 1, 2, 3. В качестве возмущения начального прогиба оболочки принята осесимметричная погибь, форма которой отвечает минимальной мгновенной критической нагрузке ($k = 10$). Для сравнения на том же рисунке приведены графики изменения амплитуды возмущения погиби оболочки, осесимметричная форма которой соответствует минимальной длительной критической нагрузке (мгновенный модуль межслойного сдвига заменяется длительным модулем, равным $G/(1+C)$). В этом случае $k = 20$, остальные параметры имеют те же значения, что и раньше.

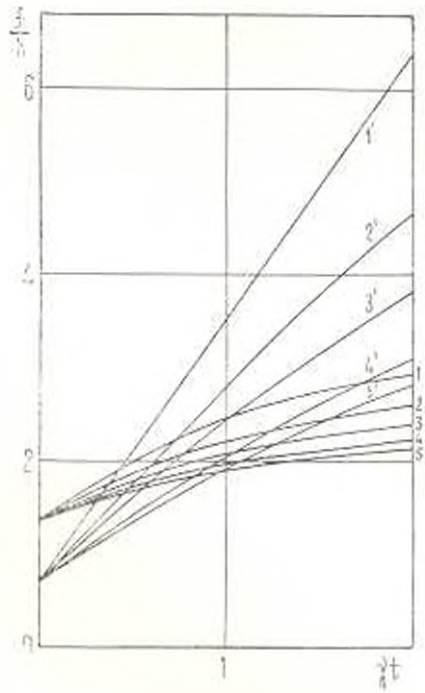

Рис. 1.

Назовем время достижения амплитудой возмущения прогиба некоторого предельного значения f^* критическим временем t_*. Если воспользоваться определением устойчивости невозмущенного движения оболочки по Четаеву, то оболочка считается устойчивой на промежутке времени $[0, T]$ при условии $T < t_*$. На рис. 2 приведены графики зависимости безразмерного времени γt_* от величины $\gamma\Delta_2$, характеризующей разность возрастов двух слоев оболочки. Кривые 1, 2, 3 соответствуют значениям $f^*/h = 2f^0/h$ и $3f^0/h$ при $k = 20$, а кривая 1' — значению $f^*/h = 2f^0/h$ при $k = 10$. Как видно, неоднородное старение материала оказывает существенное влияние на деформиро-

ванное состояние оболочки в возмущенном движении и на устойчивость невозмущенного движения на конечном промежутке времени. Результаты численного решения системы уравнений (2.1) для оболочки с прежними геометрическими и механическими характеристиками ($\gamma = \beta = 0{,}01$ 1/*сут*) и параметрами k и n, соответственно равными 8 и 4, графически проиллюстрированы на рис. 2, 3. Отношение f^*/h при построении кривых 3 и 4 на рис. 2 принято равным $1{,}5 f^0/h$ (кривая 3) и $2 f^0/h$ (кривая 4). Из этих рисунков следует, что качественно влияние неоднородного старения материала на поведение сжатой оболочки при неосесимметричных и осесимметричных возмущениях начального искривления срединной поверхности одинаково, хотя количественно оценки могут быть существенно разными.

Рис. 2.

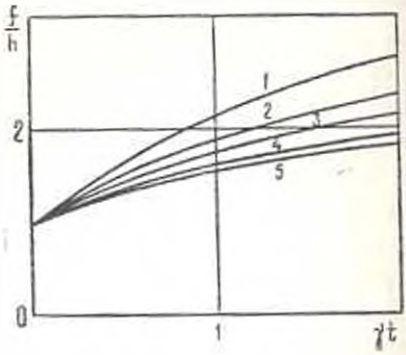

Рис. 3.

3. Рассмотрим оболочку из ортотропного материала, вязкие свойства которого проявляются только при сжатии. Положим $E_{1111} = E_{2222} = E/(1-\nu^2)$, $E_{1122} = E_{2211} = \nu E/(1-\nu^2)$ и все упругие постоянные не меняются во времени. В последующих рассуждениях принимается справедливой гипотеза Кирхгофа-Лява. Полагая

$$\delta u_1(t, x_1, x_2) = a(t)\cos\frac{k\pi}{l}x_1\cos\frac{n}{R}x_2,$$

$$\delta u_2(t, x_1, x_2) = b(t)\sin\frac{k\pi}{l}x_1\sin\frac{n}{R}x_2, \qquad (3.1)$$

$$\delta u_3(t, x_1, x_2) = f(t)\sin\frac{k\pi}{l}x_1\cos\frac{n}{R}x_2,$$

где δu_1, δu_2 — возмущения перемещений вдоль образующей и направляющей срединной поверхности, получаем систему интегральных уравнений [3]

$$\left[1+\frac{(1-\mu^2)G}{E}\cdot\frac{n^2l^2}{k^2\pi^2R^2}\right]\frac{a(t)}{l}-\left[\mu+\frac{(1-\mu^2)G}{E}\right]\frac{n}{k\pi}\frac{b(t)}{R}+$$

$$+\frac{\mu}{k\pi}\frac{f(t)}{R}=\frac{(1-\mu^2)G}{2E}\left[\frac{n^2l^2}{k^3\pi^3R^2}\Gamma_1\frac{a}{l}-\frac{n}{k\pi}\Gamma_1\frac{b}{R}-\frac{n^2}{k^2\pi^2}\frac{h}{R^2}\Gamma_2 f\right],$$

$$\left[\mu+\frac{(1-\mu^2)G}{E}\right]\frac{a(t)}{l}-\left[\frac{n}{k\pi}+\frac{(1-\mu^2)G}{E}\frac{k\pi R^2}{nl^2}\right]\frac{b(t)}{R}+$$

$$+\frac{f(t)}{k\pi R}=\frac{(1-\mu^2)G}{2E}\left[\Gamma_1\frac{a}{l}-\frac{k\pi}{n}\frac{R^2}{l^2}\Gamma_1\frac{b}{R}-\frac{k\pi}{l^2}h\Gamma_2 f\right],$$

$$\frac{12\mu}{k^3\pi^3}\frac{l^4}{Rh^2}\frac{a(t)}{l}-\frac{12nl^4}{k^4\pi^4Rh^2}\frac{b(t)}{R}+\left\{1+\left[2\mu+4\frac{(1-\mu^2)G}{E}\right]\frac{n^2l^2}{k^2\pi^2R^2}+\right.$$

$$\left.+\frac{n^4l^2}{k^4\pi^4R^2}+\frac{12l^4}{k^4\pi^4R^2h^2}-\frac{12(1-\mu^2)l^2}{Ek^2\pi^2h^3}q\right\}\frac{f(t)}{h}=$$

$$=\frac{(1-\mu^2)G}{E}\left[-\frac{6n^2l^4}{k^4\pi^4R^2h^2}\Gamma_2\frac{a}{l}+6\frac{nl^2}{k^2\pi^2h^2}\Gamma_2\frac{b}{R}+\frac{6n^2l^2}{k^2\pi^2R^2}\Gamma_2\frac{f}{h}\right]+$$

$$+\frac{12(1-\mu^2)l^2}{Ek^2\pi^2h^3}q\frac{f^0}{h}.$$

Здесь

$$\Gamma_i\varphi=\frac{1}{G}\int_{-1}^{1}\int_{t_0}^{t}R_{1212}(t-\tau^*(y),\ \tau-\tau^*(y))\,y^{i-1}\,dy\,\varphi(\tau)\,d\tau,\quad i=1,\ 2,\ 3.$$

Допустим, что оболочка по толщине делится на два слоя, каждый из которых имеет возраст Λ_1 и Λ_2. Для ядра релаксации $R_{1212}(t,\ \tau)$ примем выражение [1]

$$\frac{1}{G}R_{1212}(t,\ \tau)=\frac{\partial}{\partial\tau}\omega(\tau)\left[1-e^{-\beta(t-\tau)}\right],\qquad \omega(\tau)=D+Be^{-\alpha\tau}.$$

Заметим, что при осесимметричных возмущениях начального искривления срединной поверхности оболочки возмущение дополнительного прогиба будет постоянным во времени. Следовательно, неоднородность старения материала не оказывает влияния на напряженно-деформированное состояние оболочки в невозмущенном и возмущенном движениях при осесимметричной форме деформирования.

Результаты численного решения задачи графически представлены на рис. 4, на котором показано изменение во времени безразмерной амплитуды прогиба оболочки при разных значениях $\varkappa\Delta_2$. Характеристики оболочки имеют следующие значения: $R/h=10$; $l/h=50$; $E/(1-\mu^2)G=8$; $\mu=0{,}25$; $D=0{,}7$; $B=0{,}25$; $\varkappa=\delta=0{,}035\ 1/сут$; $f^0/h=1$; $q/G=0.15$; $\varkappa\Delta_1=10{,}5$. Кривые 1, 2, 3, 1′, 2′, 3′ соответствуют значениям $\varkappa\Delta_2$, равным 0, 1,75, 7. Форма возмущения началь-

ного прогиба оболочки принята совпадающей с формой потери устойчивости оболочки, отвечающей минимальной мгновенной (кривые 1, 2, 3 $k = 5$, $n = 3$) и длительной критическим нагрузкам (кривые 1', 2', 3' $k = 3$, $n = 2$). Как видим из приведенных графиков, влияние разности возрастов материала Δ_1 и Δ_2 на изменение во времени амплитуды прогиба $f(t)$ качественно оказывается таким же, как и в предыдущем примере.

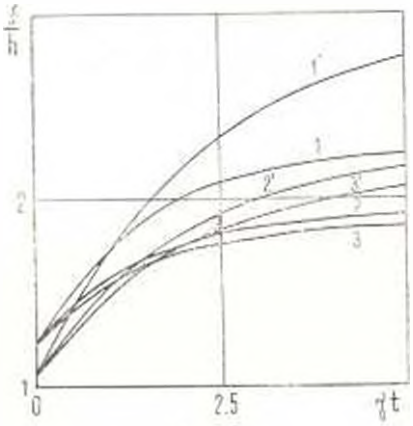

Рис. 4.

Рассмотренные примеры свидетельствуют о возможном существенном влиянии неоднородности старения материала на напряженно-деформированное состояние сжатых оболочек в том числе и на устойчивость их невозмущенного движения.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Арутюнян Н. Х., Колмановский В. Б.* Теория ползучести неоднородных тел.—М.: Наука, 1983. -336 с.
2. *Дроздов А. Д., Колмановский В. Б., Потапов В. Д.* Устойчивость стержней из неоднородно-стареющего вязкоупругого материала // Изв. АН СССР, МТТ.—1984.—№ 2—С. 177—187.
3. *Потапов В. Д.* Устойчивость вязкоупругих элементов конструкций.—М. Стройиздат, 1986.—312 с.

МИИЖТ 12. VI. 1987