

В случае пласта ограниченной мощности L , вместо последних условий (5) — (6) на границе $z = L$ ставится граничное условие $\sigma_{12}, \sigma_2 = 0$. Для ограниченного пласта задача решается аналогично.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Годин В. С. Динамика геохимических процессов — М.: Недра, 1981. — 208 с.
2. Шершукон Б. С. Кинетика процессов подвижного растворения металлов и солей в пористо-трещиноватых средах // Научные исследования в области инженерной гидрогеологии: Сборник труда ВОДГЕО. — М., 1977. — Вып. 70. — С. 21—23.
3. Шибанов А. В. Кинетика растворения вещества в горных породах при подвижной поверхности реакции // Там же. — С. 24—27.
4. Шибанов А. В. О подвижном выщелачивании вещества из руд в условиях одномерного фильтрационного потока // Там же. — С. 27—30.
5. Веригин Н. П., Шершукон Б. С. Диффузия и массообмен при фильтрации жидкостей в пористых средах // Развитие исследований по теории фильтрации в СССР. — М.: Наука, 1969. — С. 237—313.

ВРГН им. К. Маркса

29 IX 1987

Изв. АН АрмССР (сер. Физ.-мат. науки), т. XLII, № 2, 1988, с. 57—92

МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ

УДК 621.386

С. А. АНЧАРАКЯН, Э. А. НАЗАРЯН, К. Т. АВЕТЯН, М. М. АРАКЕЛЯН

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛЕВ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ ДВУХОСНОЙ ДЕФОРМАЦИИ

Решена задача о распределении напряжений при изгибе шарнирно-опертой круглой тонкой пластины под действием вертикальной сосредоточенной силы, которая приложена в центре пластины. Осуществлено локальное тензометрирование для двухосного сжатия и растяжения. Установлены направления наибольших касательных напряжений, вдоль которых реализуется скольжение дислокаций. Найдены области на поверхности кристалла, соответствующие различным векторам Бюргерса дислокаций. Дано сравнение полученных результатов с экспериментом.

Ил. 4. Библиогр.: 7 назв.

Տեսակետերն և փորձնականորեն լուծված է դիմա խորմիներում շարունակի բաշխման խնդիրը, երբ նրանք գտնվում են երկուսույց շարված վիճակում: Ծրվածանքը սեղմման և ելման համար իրականացված է տեղական տենզոմետրիկ: Որոշված են առավելագույն շրջափող շարունակի ուղղությունները, որտեղով իրականացվում է դիմադրմաների աշխարհ: Բյուրեղի մակերևույթի վրա որոշված են այն տիրույթները, որտեղ համապատասխանում են դիմադրման: Դների տարրեր Բյուրեղների վեկտորների ուղղություններ:

Задача о распределении напряжений в твердых телах при различных способах приложения внешней нагрузки представляет определенный интерес как с экспериментальной, так и с теоретической точек зрения.

Для простых случаев одноосного напряженного состояния касательные напряжения определяются довольно просто на основании эксперимента с использованием известных соотношений [1]. Однако, даже в случае простого сжатия не всегда удастся в чистом виде реализовать линейное напряженное состояние. Поэтому представляет интерес отыскание характера распределения касательных напряжений при сложных напряженных состояниях. Ранее был предложен способ нахождения распределения механических напряжений в монокристаллах, заключающийся в том, что на поверхность образца наносится двумерная сетка источников дислокаций, создаются условия, обеспечивающие перемещение дислокаций и по величине их перемещений определяются касательные напряжения в направлении скольжения во всех точках двумерной сетки [2]. Предложенный способ позволяет получить картину распределения касательных напряжений в сложных случаях нагружения.

В настоящей работе рассматривается деформация круглой тонкой пластины кремния под действием сосредоточенной силы, приложенной к центру пластины. В диапазоне небольших прогибов с достаточной для практики точностью можно считать, что тонкая круглая пластина деформируется в области упругих деформаций.

Использовались бездислокационные кристаллы кремния, выращенные методом зонной плавки, толщиной 0,5 мм, диаметром 25 мм, вырезанные таким образом, что большей поверхности соответствует плоскость (111), на которую алмазным индентором наносится двумерная сетка источников дислокаций с периодом 1 мкм.

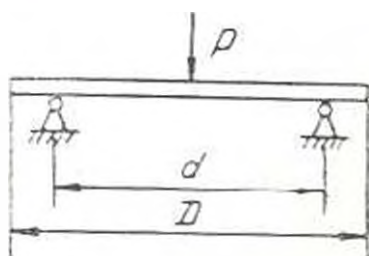


Рис. 1. Схема нагружения кристалла.

Нагружение (рис. 1) осуществлялось при температуре 970 К. Сосредоточенная сила действовала на кристалл посредством металлического шарика и составляла $P \sim 11$ Н. Время эксперимента подбиралось таким образом, чтобы дислокации, возникшие от соседних источников, не перекрывались. Окончательное распределение фиксировалось рентгенодифракционным топографическим методом и методом избирательного травления. В каждом источнике дислокации возникают на трех плоскостях скольжения. Отметим, что перемещения боковых ребер дислокаций одинаковы для обеих сторон кристалла, на одной из которых реализуется двухосное сжатие, а на другой — двухосное растяжение. Нами измерялось перемещение боковых ребер головных дислокаций в каждом источнике на всех трех плоскостях скольжения.

При деформации круглой пластины под действием сосредоточенной силы P , приложенной в центре шарнирно-опертой пластины, функция перемещения в полярной системе координат имеет вид [3]

$$w = \frac{P}{8\pi D} \left[\frac{3+\sigma}{2(1+\sigma)} (a^2 - r^2) - r^2 \ln \frac{a}{r} \right], \quad (1)$$

где D —цилиндрическая жесткость пластины, σ —коэффициент Пуассона, a —радиус пластины, r —полярный радиус. Выражение (1) получено из уравнений упругости в изотропном приближении, а входящие в уравнение константы определены с учетом анизотропии кристаллов кремния и температурных зависимостей упругих постоянных [4]. Функция перемещений (1) позволяет однозначно определить компоненты нормальных и касательных напряжений, используя известные зависимости между напряжениями, деформациями и перемещениями [3]

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= -\frac{2E_1}{1-\sigma_1} \left[(2b + 2c \ln |x^2 - y^2| + 2c \frac{x^2}{x^2 + y^2} + c + \right. \\ &\quad \left. + \sigma_1 \left(2b - 2c \ln |x^2 - y^2| - 2c \frac{y^2}{x^2 + y^2} - c \right) \right], \\ \sigma_{yy} &= -\frac{2E_1}{1-\sigma_1} \left[\left(2b - 2c \ln |x^2 - y^2| + 2c \frac{y^2}{x^2 + y^2} - c \right) + \right. \\ &\quad \left. + 2c \frac{x^2}{x^2 + y^2} - c \right], \\ \sigma_{xy} &= -\frac{2cE_1}{1-\sigma_1} \frac{xy}{x^2 + y^2}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь ось x выбрана вдоль направления $[1\bar{1}0]$.

$$a = \frac{P}{16\pi D} \frac{3+\sigma}{1+\sigma} a_0^2, \quad b = \frac{P}{16\pi D} \frac{3-\sigma}{1+\sigma} - \frac{P}{8\pi C} \ln a_0,$$

$$c = \frac{P}{8\pi D} : E_1 = \frac{E}{1-\sigma^2}, \quad \sigma_1 = \frac{\sigma}{1-\sigma}, \quad E - \text{модуль Юнга.}$$

Как известно, скорость дислокаций в кристалле определяется величиной касательного напряжения и плоскости скольжения и направлении скольжения [1]. Поэтому в уравнениях (2) необходимо перейти к касательным напряжениям в кристаллографических направлениях. При выбранной ориентации кристалла плоскостями скольжения являются плоскости $(11\bar{1})$, $(1\bar{1}1)$, (111) . Рассмотрим скольжение в плоскости $(11\bar{1})$, в которой возможны три направления скольжения: $[1\bar{1}0]$, $[101]$, $[011]$. Рассчитаем касательные напряжения в направлении $[1\bar{1}0]$. Переходя от системы координат $x_1[110]$, $x_2[112]$, $x_3[111]$ к новой системе $x'_1[11\bar{1}]$, $x'_2[1\bar{1}0]$, $x'_3[112]$ и применяя преобразования

в соответствии с соотношением: $\varepsilon_{ij} = T_{ij} T_{lm} \varepsilon_{lm}$, где T_{ij} — направляющий косинус между осями x_i, x_j , и используя матрицы тензоров T_{ij} и ε_{lm}

$$T_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{2\sqrt{2}}{3} & \frac{1}{3} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{2\sqrt{2}}{3} \end{pmatrix}, \quad \varepsilon_{lm} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & 0 \\ \varepsilon_{12} & \varepsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

получаем зависимость [4], для интересующей нас компоненты тензора напряжений

$$\varepsilon_{xy} = -\frac{2\sqrt{2}}{3} \varepsilon_{xx} \quad (3a)$$

Поступая аналогично для двух других направлений в плоскости (111), соответственно можно записать

$$\varepsilon_{xy} = -\frac{1\sqrt{2}}{3} \varepsilon_{xx} - \frac{1\sqrt{6}}{9} \varepsilon_{yy}, \quad [101] \ (11\bar{1}), \quad (3b)$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1\sqrt{2}}{3} \varepsilon_{xx} - \frac{1\sqrt{6}}{9} \varepsilon_{yy}, \quad [011] \ (11\bar{1}). \quad (3a)$$

Таким образом, полученные соотношения позволяют осуществлять локальное тензометрирование для сложного случая двухосного напряженного состояния. Введем в уравнения (2) параметры эксперимента и подставим их в (3). В результате для плоскости (111) получим

$$\varepsilon_{xy} = 15,71 \cdot 10^{-3} \frac{xy}{x^2 + y^2}, \quad b_1 \rightarrow [110] \ (11\bar{1}), \quad (4a)$$

$$\varepsilon_{xx} = 10^{-3} \left[30,25 + 7,8 \ln \sqrt{x^2 + y^2} + 6,2 \frac{y^2}{x^2 + y^2} - 1,69 \frac{x^2}{x^2 + y^2} \right],$$

$$b_2 \rightarrow [101], \ (11\bar{1}), \quad (4b)$$

$$\varepsilon_{xy} = 10^{-3} \left[30,25 + 7,89 \ln \sqrt{x^2 + y^2} - 6,2 \frac{y^2}{x^2 + y^2} - 1,69 \frac{x^2}{x^2 + y^2} - 7,86 \frac{xy}{x^2 + y^2} \right], \quad b_1 \rightarrow [011], \ (11\bar{1}). \quad (4a)$$

Полученные выражения написаны для выпуклой поверхности кристалла, а для вогнутой поверхности знак меняется на противоположный. Аналогично можно провести расчеты для двух других плоскостей скольжения. Анализ зависимостей (4) показывает, что касательное напряжение при данной схеме приложения внешней нагрузки распределяется неравномерно, и в различных областях пластины реализуются разные направления скольжения. Это объясняется тем, что в рас-

считываемой области реализуется то направление скольжения, которому соответствует максимальное касательное напряжение [1]

Построим кривые $|\tau_{xy}| = |\tau_{xy}^1|, |\tau_{xy}^2| = |\tau_{xy}^2|, |\tau_{xy}^3| = |\tau_{xy}^3|$, где $\tau_{xy}^1, \tau_{xy}^2, \tau_{xy}^3$ — касательные напряжения с векторами Бюргерса соответственно b_1, b_2, b_3 . Эти кривые однозначно определяют границы областей на поверхности кристалла с различными направлениями векторов Бюргерса дислокаций (рис. 2). Как видно, поверхность кристалла делится на три области, соответствующие разным векторам Бюргерса дислокаций.

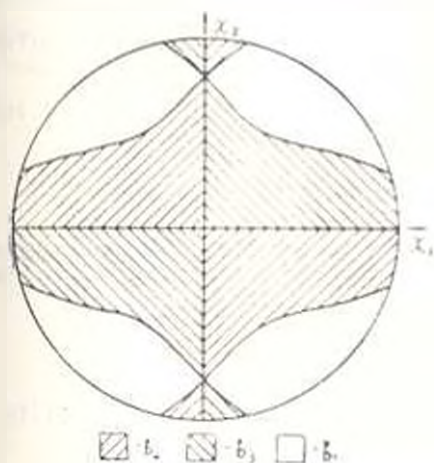


Рис. 2 Кривые зависимости касательного напряжения и направления $[101]$ $[011]$ плоскости (111) от координаты вдоль $x = 0$.

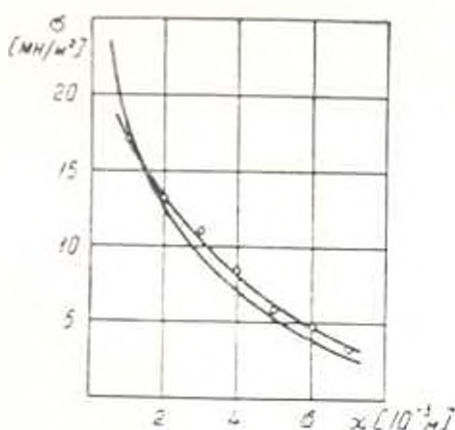


Рис. 3 Сравнение результатов теории и эксперимента

Для сравнения полученных результатов с экспериментом рассмотрим характер изменения напряжений, например, вдоль прямой $x=0$:

$$\tau_{xy} = 10^6 [36.45 - 7.89 \ln y].$$

Используя уравнения (4), можно найти напряжения во всех точках укола индентора вдоль $x=0$. Далее, как известно [5], связь между скоростью движения дислокаций и напряжением хорошо описывается формулой

$$v = v_0 \left(\frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{0H}} \right)^{1/m},$$

где $\sigma_0 = 10^8 \text{ Н/м}^2$, $m = 1.33$ [6], $v_{0H} = 0.5 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}$ [7]. Измеряя на эксперименте по перемещениям скорость 60-ых дислокаций и соответствующих точках укола индентора вдоль $x=0$, получим значения напряжений в этих точках (рис. 3).

1. Хирт Дж., Лоте Н. Теория дислокаций.—М.: Атомиздат, 1972.—200 с.
2. А. с. 1289201 СССР. Способ определения распределения механических напряжений в монокристаллах. / С. А. Анчаракян, К. Т. Аветян, П. А. Безирганян, М. М. Аракелян. (СССР) — № 3875969. Заяв. 21.2.85, Опубл. 8.10.86.—3 с.
3. Филоженко-Бородич М. М. Теория упругости.—М.: Гостехиздат, 1947.—117 с.
4. Блантаков А. А. и др. Акустические кристаллы.—М.: Наука, 1982.—44 с.
5. Erofeev N. E., Nikitenko V. I., Osvenzku V. B. Effect of Impurities on the Individual Dislocation Mobility in Silicon // Phys. stat. sol. — 1969. — V. 35. — P. 79—89.
6. Аветян К. Т., Бугдасарян Т. Г., Анчаракян С. А. Наблюдение возникновения и движения дислокаций в кристаллах кремния методом визуализации рентгено-топографических картин // ФТТ.—1982.—Т. 24, № 6.—1640 с.
7. Geuser A., Chalmers G. Velocity of Screw and Edge Dislocations in n- and p-Type Silicon // Phys. stat. sol. — 1971. — V. 3. — P. 529.

ЕГУ

5. II. 1987

Изв. АН АрмССР (сер. ТН), т. XLII, № 2, 1989, с. 92—95.

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 621.382.233

М. П. АБЕЛЯН

О МОДЕЛИРОВАНИИ ВОЛЬТ-АМПЕРНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ТУННЕЛЬНЫХ ДИОДОВ

Предлагается усовершенствованный вариант аппроксимации вольт-амперных характеристик туннельных диодов с помощью гладких кривых. Дается программа, реализующая предлагаемую аппроксимацию на программируемом микрокалькуляторе БЗ-34.

Из 2 табл. 1. Библиогр.: 5 назв.

Առաջադիմում է թուելույին գրողների գրությունների քննադրերի հարթ կարերի միջոցով գործնական կատարելագործված տարրերով:

Բերվում է երեքը, որը բրահանցնում է առարկվող դասնաշարքը ծրագրավորվող БЗ-34 միկրոշարժիչի վրա:

Вопросу аппроксимации вольт-амперных характеристик (ВАХ) туннельных диодов (ТД) посвящено большое количество работ и их детальный анализ приведен в [1]. Широкое распространение получили выражения ВАХ, больше приспособленные для реализации (моделирования) на микрокалькуляторах и микроЭВМ [2, 3], которые имеют вид [4, 5]

$$I(U) = I_m \left[\frac{U}{U_1} e^{1-U/U_1} + \left| \frac{e^{a_2 U} - 1}{e^{a_2 U_1}} \right| \right], \quad (1)$$

где I , U и I_m , U_1 — соответственно текущее и пиковое значения тока и напряжения, U_2 — напряжение раствора ТД (рис. 1 и [2]), а a_2 определяется по приводимой в [2] формуле и зависимости от параметров ТД.