Из [1] известно, что

$$|H(j\omega)-\bar{H}(j\omega)| \leqslant \sum_{i=0}^{n-1} K_0 h^2 \Delta f''(x_i).$$

Таким образом:

$$|H(j\omega)-\tilde{H}(j\omega)| \leqslant \sum_{i=0}^{n-1} K_0 h^2 \Delta f''(x_i) = 2\sum_{j=0}^{m-1} \max\{|M_1(h+2h^2)+\varepsilon_1|,\dots,|M_N(h+2h^2)+\varepsilon_N|\}. \qquad (15)$$

Применение предложенного алгоритма сжатия данных в методе СПФ приводит к значительному уменьшению временных затрат машинной обработки результатов измерений, а приведенные оценки погрешности СПФ в результате сжатия и погрешности аппроксимации СПФ со сжатыми данными дают возможность применять алгоритм сжатия, сохраняя требуемую точность вычисления СПФ.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Саркисян А. Х.* Сплайн-преобразование Фурье и его применение для цифровой обработки сигналов ЭРГ // Тез. докл. Закавказской науч.-тех. конф. молодых ученых и специалистов «Информатика и вычислительная техника».—Ереван, 1986.—С. 32.
2. *Стечкин С. Б., Субботин Ю. Н.* Сплайны в вычислительной математике.—М.: Наука, 1976.—248 с.

ВЦ АН АрмССР

15. XII. 1987

Изв. АН АрмССР (сер. ТН), т. XLII, № 2, 1989, с. 71—75

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

УДК 621.391.254

М. Н. НАЛБАНДЯН

МЕТОДЫ ДЕКОДИРОВАНИЯ НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ КОРРЕКТИРУЮЩИХ КОДОВ

Доказывается, что коды Р. Р. Варшамова исправляют многократные симметрические ошибки. Предложены алгоритмы их декодирования, сложность которых оценивается величиной cn^2, где n—длина кода, а c—константа, не зависящая от n.

Библиогр. 6 назв.

Ապացուցված է, որ Ռ. Ռ. Վարշամովի կոդերը ուղղում են բազմակի համաչափ սխալները: Առաջարկված են նրանց ապակոդավորման ալգորիթմներ, որոնց բարդությունը գնահատվում է cn^2 մեծությամբ, որտեղ n-ը կոդի երկարությունն է, իսկ c-ն՝ անկախ n-ից հաստատուն:

Характерной особенностью некоторых работ по теории и практике корректирующих кодов является задача синтеза систем связи, устойчивых к симметрическим и асимметрическим искажениям [1—5]. В [3] предложены два класса кодов, исправляющих многократные асимметрические ошибки. В данной работе показывается, что коды Р. Р. Варшамова исправляют и многократные симметрические ошибки. Предложены алгоритмы декодирования этих кодов в случае исправления симметрических ошибок.

Код B_1 (соответственно B_2) [3], исправляющий любые t, $t < r$ асимметрические ошибки — это множество всевозможных двоичных наборов $x = (x_1, \ldots, x_n)$, являющихся решениями системы сравнений (1) (соответственно (2))

$$\sum_{i=1}^{n} i^j x_i = a_j \pmod p, \quad j = \overline{1, r}, \quad n < p, \tag{1}$$

$$\sum_{i=1}^{n} i x_i = a \pmod{p-1}, \quad \sum_{i=1}^{n} (g^{ij} - 1)\, x_i = a_j \pmod p,$$

$$j = \overline{1, r-1}, \quad n < p - 1, \tag{2}$$

где a, a_j, $j = \overline{1, r}$ — некоторые числа из полной системы вычетов по модулю p, а g — первообразный корень по модулю простого числа p.

Теорема 1. Код B_1 исправляет k_0 ошибок вида $0 \to 1$ и k_1 ошибок вида $1 \to 0$, $k_0, k_1 < \left[\frac{r}{2}\right]$.

Доказательство. Предположим обратное, т. е. существуют различные вектора y', y'', число ненулевых компонент которых не больше, чем r и кодовый вектор x, что выполняются условия

$$\sum_{i} a_i^t + \sum_{l} d_l^t = \sum_{k} c_k^t + \sum_{j} b_j^t \pmod p, \quad t = \overline{1, r}, \tag{3}$$

где i, j, k, l пробегают некоторые множества индексов a_i, b_j (соответственно c_k, d_l) ненулевые позиции вектора y' (соответственно y'').

Из условий теоремы следует, что мощность множеств $\{i\} \cup \{l\}$ и $\{k\} \cup \{j\}$ не больше, чем r. Рассуждая аналогично теореме 1 [4], из системы (3) приходим к тому, что множества $\{a_i, d_l\}$ и $\{c_k, b_j\}$ совпадают. Нетрудно заметить, что $\{a_i\} \cap \{b_j\} = \varnothing$, $\{d_l\} \cap \{c_k\} = \varnothing$. Следовательно, $\{a_i\} = \{c_k\}$, $\{d_l\} = \{b_j\}$, т. е. $y' = y''$, что противоречит сделанному предположению. Теорема 1 доказана.

Рассмотрим теперь задачу декодирования кода B_1 в случае, когда произошли t ошибки вида $0 \to 1$, $t \leq r-1$ и одна ошибка вида $1 \to 0$. Пусть по каналу связи передавался кодовый вектор x, а на выходе канала получили искаженный вектор x', $x' \neq x$, $x' \notin B_1$.

Шаг 1. Вычислим величины $h_j = \sum_{i=1}^{n} i^j x'_i \pmod p$, $j = \overline{1, r}$. Ясно, что

$$\sum_{i=1}^{t} a_i^j = h_j + b^j \pmod p, \quad j = \overline{1, r}, \tag{4}$$

где $a_1, \ldots, a_t$ в позиции вектора x, где произошли ошибки — $t \leqslant r-1$.

Обозначим: $S_t^{(j)} = \sum_{i=1}^{t} a_i^j$, $j = \overline{1, r}$.

Шаг 2. Из тождеств Ньютона [4]

$$S_t^{(j)} - S_t^{(j-1)}\sigma_1 + \ldots + (-1)^{j-1} S_t^{(1)} \sigma_{j-1} + (-1)^j j\sigma_j \equiv 0 \pmod p, \quad j = \overline{1, r}$$

находим $\sigma_1, \ldots, \sigma_r$, выраженные через $h_1, h_2, \ldots, h_r$, b.

Шаг 3. Подставляя найденные значения для $\sigma_1, \ldots, \sigma_t$ в тождество

$$S_t^{(t+1)} - S_t^{(t)}\sigma_1 + \ldots + (-1)^{t-1} S_t^{(1)} \sigma_t \equiv 0 \pmod p,$$

получаем относительно неизвестного в сравнение $f(b) = 0$ (*mod*p), которое согласно теореме 1 имеет единственное решение.

Шаг 4. Подставляя найденные значения для b в сравнение (4), получаем выражения, подобные соотношениям (2) [1]. Далее, алгоритм декодирования кода B_1 совпадает с алгоритмом декодирования кода B, в случае исправления t асимметрических ошибок, описанный в [4].

Теорема 2. Код B_2 исправляет k_0 ошибок вида $0 \to 1$ и k_1 ошибок вида $1 \to 0$, $k_0, k_1 \leqslant \left[\frac{r}{2}\right]$.

Доказательство. Предположим обратное, т. е. как и в случае теоремы 1 существуют вектора y', y'', x и выполняются условия

$$\sum_{i=1}^{s} i(x_i - y'_i) \equiv \sum_{i=1}^{s} i(x_i - y''_i) \pmod{p-1}, \tag{5}$$

$$\sum_{i=1}^{s} (g^{ij} - 1)(x_i - y'_i) \equiv \sum_{i=1}^{s} (g^{ij} - 1)(x_i - y''_i) \pmod p, \quad j = 1, r-1.$$

Развертывая сравнения (5) и учитывая (2), получаем

$$\sum_l g^{ma_l} - \sum_t g^{md_t} \equiv \sum_j g^{mb_j} + \sum_k g^{mc_k} - \sum_{i=1}^{\Delta} g^{0\cdot i} \pmod p, \quad m = \overline{1, r-1}.$$

$$g^{\sum_l a_l - \sum_t d_t} \equiv g^{\sum_j b_j + \sum_k c_k} \pmod p, \tag{6}$$

где Δ — разность мощностей множеств $\{b_j\} \cup \{c_k\}$ и $\{a_l\} \cup \{d_t\}$, а числа a_l, b_j, c_k, d_t играют роль, аналогичную в теореме 1.

Система (6) подобна системе (4). Повторяя рассуждения теоремы 1, заключаем, что совокупности чисел $\{g^{a_l}, g^{d_t}\}$ и $\{g^{b_j}, g^{c_k}\}$ совпадают, откуда следует, что $a_l = c_l$, $b_j = d_j$, т. е. $y' = y''$, что противоречит сделанному предположению. Теорема 2 доказана.

Рассмотрим теперь задачу декодирования кода B_2 в случае, когда произошли t ошибки вида $0 \to 1$, $t \leqslant r-1$ и одна ошибка вида $1 \to 0$.

Пусть по каналу связи передавался кодовый вектор x, а на выходе канала получили искаженный вектор x', $x' \neq x$, $x' \notin B_2$, а $a_1, \ldots, a_t$, b — ошибочные позиции вектора x.

Шаг 1. Вычислим величины

$$\Theta = \sum_{i=1}^{n} i x'_i \pmod{p-1}, \quad \Theta_j = \sum_{i=1}^{n} (g^{ij} - 1)\, x'_j \pmod{p}, \ j = \overline{1, r-1},$$

откуда

$$\Theta = \sum_{i=1}^{t} a_i - b \pmod{p-1},$$

$$\Theta_j = \sum_{i=1}^{t} (g^{ja_i} - 1) - (g^{jb} - 1) \pmod{p}, \ j = \overline{1, r-1}, \tag{7}$$

которое можно преобразовать следующим образом:

$$\Theta' = \Theta + b = \sum_{i=1}^{t} a_i \pmod{p-1};$$

$$\Theta'_j = \Theta_j + (g^{jb} - 1) = \sum_{i=1}^{t} (g^{ja_i} - 1) \pmod{p}, \ j = \overline{1, r-1}. \tag{8}$$

Обозначим:

$$S_l^{(i)} = \sum_{j=1}^{t} (g^{a_j} - 1)^l;$$

$$\sigma_{l_1} = g^{a_1} \cdot \ldots \cdot g^{a_{l_1}} + \ldots + g^{a_{t-l_1+1}} \cdot \ldots \cdot g^{a_{t}}, \quad l_1 = \overline{1, t};$$

$$\beta_{l_1} = (g^{a_1} - 1) \cdot \ldots \cdot (g^{a_{l_1}} - 1) + \ldots + (g^{a_{t-l_1+1}} - 1) \cdot \ldots \cdot (g^{a_t} - 1),$$

$$l_1 = \overline{1, t}.$$

Согласно утверждениям 1 и 2, из [5] имеет место

$$S_i^{(t)} = \Theta'_i - \ldots + (-1)^{i-s} C_i^{i-s} \Theta'_s + \ldots + (-1)^{i-1} C_i^{i-1} \Theta'_1 \pmod{p},$$

$$i = \overline{1, r-1}, \tag{9}$$

$$\beta_l = \sigma_l - \ldots + (-1)^{l-h} C_{r-h}^{l-h} \sigma_h + \ldots + (-1)^l C_r^l \pmod{p}, \ l = \overline{1, t-1}. \tag{10}$$

Шаг 2. Пользуясь (9), вычислим величины $S_i^{(t)}$, $i = \overline{1, r-1}$.

Шаг 3. Используя тождества Ньютона

$$S_i^{(t)} - S_{i-1}^{(t)} \beta_1 + \ldots + (-1)^{i-1} S_1^{(t)} \beta_{i-1} + (-1)^i i \beta_i \equiv 0 \pmod{p}, \ i = \overline{1, r-1},$$

находим $\beta_1, \ldots, \beta_{r-1}$, выраженные через g^b, и число происшедших ошибок t.

Шаг 4. Пользуясь сравнениями (10), находим $\sigma_1, \ldots, \sigma_{t-1}$.

Шаг 5. Из первого сравнения системы (8) находим $\sigma_t \equiv g^{\Theta'} \pmod{p}$.

Шаг 6. Подставляя найденные значения $\sigma_1, \ldots, \sigma_t$ в сравнение

$$\beta_r \equiv \sigma_t - \ldots + (-1)^{r-s} \sigma_s + \ldots + (-1)^r \pmod{p},$$

получаем относительно $g^b - 1$ сравнение $f(b) \equiv 0 \pmod{p}$, которое согласно теореме 2 имеет единственное решение. Подставляя значение в систему (8), получаем выражение, подобное соотношениям (2) из [5]. Далее, алгоритм декодирования кода B_2 совпадает с алгоритмом декодирования кода B_2 в случае исправления t асимметрических ошибок, описанный в [5].

Как и в случае декодирования кодов B_1 и B_2 при исправлении асимметрических ошибок [4], [5] количество сложений и умножений, необходимых для декодирования любого принятого искаженного вектора с помощью предложенных алгоритмов оценивается величиной cn^4, где c—константа, не зависящая от n.

Практическая ценность предлагаемых алгоритмов обусловлена наличием систем связи, как с симметрическим, так и асимметрическим характером искажений [3]. Заметим, то предложенные алгоритмы аналогичны известным алгоритмами декодирования БЧХ—кодов, широко использующихся в реальных системах передачи, приема и обработки информации [6].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Варшамов Р. Р., Тененгольц Г. М.* Код, исправляющий одиночные несимметрические ошибки // Автоматика и телемеханика.—1965.—26, № 2.—С. 288—292.
2. *Варшамов Р. Р.* К теории несимметрических кодов // ДАН СССР.—1965.—164, № 4.—С. 757—760.
3. *Варшамов Р. Р.* Общий метод построения асимметрических систем кодирования, связанный с решением комбинаторной задачи Диксона // ДАН СССР.—1970.—194, № 2.—С. 284—287.
4. *Налбандян М. Н.* Заметка о двух классах нелинейных кодов // Проблемы передачи информации.—1974.—10, № 2.—С. 61—63.
5. *Налбандян М. Н.* Класс кодов, исправляющий многократные асимметрические ошибки // Сообщения АН ГССР.—1975.—77, № 2.—С. 405—408.
6. *Т. Касами, Н. Токура, Е. Ивадари* и др. Теория кодирования.—М.: Мир, 1978.—576 с.

ВЦ АН АрмССР

5. IV. 87

Изв. АН АрмССР (сер. ТН), т. XLII, № 2, 1989, с. 75—79.

СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

УДК 658.562

С. С. ЗАХАРЬЯН, А. Н. АВЕТИСЯН

КОНТРОЛЬ СОСТОЯНИЯ МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА УПЛОТНЕНИЯ ПЕРЕМЕННЫХ

Предлагается метод контроля состояния многопараметрических систем, представляемых большими массивами значений параметров. Метод основан на теории уплотнения переменных, что позволяет не только сократить объем используемой машинной памяти, но и производить самоконтроль диагностирующей системы.

Ил. 1. Библиогр.: 1 назв.